

Universidade de São Paulo  
EESC

SEM0530 - Problemas de Engenharia Mecatrônica II  
Prof. Marcelo Areias Trindade

Prática 3 - Solução de sistemas lineares

Aluno: Marcus Vinícius Costa Reis (12549384)

15/06/2022

# 1 Problema

Calcular os deslocamentos de uma estrutura sujeita a carregamento de forças e/ou deslocamentos usando um modelo discreto de molas em série, no qual as molas tem coeficiente variável representando uma diminuição da área da seção transversal da estrutura.

- Considerando os valores de rigidez das molas, construa a matriz de rigidez do sistema tal que

$$\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F}, \quad \mathbf{u} = \{u_1, \dots, u_{10}\}$$

- Determine a solução  $\mathbf{u} = \{u_1, \dots, u_{10}\}$  para o caso no qual duas forças são aplicadas simultaneamente: uma de  $100 \text{ N}$  na extremidade livre ( $u_{10}$ ) e uma de  $-50 \text{ N}$  na metade do comprimento ( $u_5$ ).
- Determine a solução  $\mathbf{u} = \{u_1, \dots, u_{10}\}$  para o caso no qual um deslocamento de  $3 \text{ cm}$  é imposto à extremidade livre ( $u_{10}$ ).
- Faça um gráfico ( $u_n$  vs  $n$ ) para cada condição de carregamento e mostre-os na mesma figura.

**Dados:**

- $k_n = k_{min} + \Delta k e^{-bn}$ ,  $b = 0.2$ ,  $k_{min} = 10 \text{ kN/m}$ ,  $\Delta k = (50 + 0.5N) \text{ kN/m}$ , onde

$$N = 84 \Rightarrow \Delta k = 92 \text{ kN/m}$$

# 2 Formulações

$$\begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & & & & & & & & \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & & & & & & & \\ & -k_3 & k_3 + k_4 & -k_4 & & & & & & \\ & & -k_4 & k_4 + k_5 & -k_5 & & & & & \\ & & & -k_5 & k_5 + k_6 & -k_6 & & & & \\ & & & & -k_6 & k_6 + k_7 & -k_7 & & & \\ & & & & & -k_7 & k_7 + k_8 & -k_8 & & \\ & & & & & & -k_8 & k_8 + k_9 & -k_9 & \\ & & & & & & & -k_9 & k_9 + k_{10} & -k_{10} \\ & & & & & & & & -k_{10} & k_{10} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & -k_4 & \dots & 0 \\ \vdots & \dots & \ddots & \ddots & \dots & \vdots \\ 0 & \dots & -k_8 & k_8 + k_9 & -k_9 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & -k_9 & k_9 + k_{10} & -k_{10} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & -k_{10} & k_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \vdots \\ u_8 \\ u_9 \\ u_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \vdots \\ f_8 \\ f_9 \\ f_{10} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & & & & & & & & \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & & & & & & & \\ & -k_3 & k_3 + k_4 & -k_4 & & & & & & \\ & & -k_4 & k_4 + k_5 & -k_5 & & & & & \\ & & & -k_5 & k_5 + k_6 & -k_6 & & & & \\ & & & & -k_6 & k_6 + k_7 & -k_7 & & & \\ & & & & & -k_7 & k_7 + k_8 & -k_8 & & \\ & & & & & & -k_8 & k_8 + k_9 & -k_9 & \\ & & & & & & & -k_9 & k_9 + k_{10} & \end{bmatrix}$$

```

1 function u = deslocs (F)
2   for i = 1:10
3     kk(i) = 10 + 92*exp(-0.2*i);
4   endfor
5   k = [kk 0];
6   K = zeros(10);
7   for i = 1:10
8     for j = 1:10
9       if j == i
10        K(i,j) = k(i) + k(i+1);
11      elseif j == i + 1
12        K(i,j) = (-1)*k(j);
13        K(j,i) = K(i,j);
14      endif
15    endfor
16  endfor
17  k
18  K
19  u = (K\F)';
20

```

Listing 1: Código utilizado para os resultados obtidos