

Physique (MPSI)  
*Année scolaire 2017-2018*

*Cours de N. TANCREZ*



Lycée Saint-Louis



# TABLE DES MATIÈRES

---

<b>I</b>	<b>SIGNAUX HARMONIQUES ET PROPAGATION</b>	<b>5</b>
1.	Oscillateur harmonique . . . . .	6
2.	Propagation d'un signal . . . . .	7
3.	Ondes progressives sinusoïdales . . . . .	8
4.	Interférences . . . . .	9
5.	Ondes stationnaires . . . . .	10
6.	Diffraction . . . . .	11
<b>II</b>	<b>OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE</b>	<b>13</b>
1.	Description ondulatoire de la lumière . . . . .	14
2.	Modèle géométrique de la lumière . . . . .	15
3.	Systèmes optiques . . . . .	16
4.	Systèmes centrés . . . . .	17
5.	Foyers et plans focaux . . . . .	18
6.	Miroir et dioptre plan . . . . .	19
7.	Lentilles minces sphériques . . . . .	20
8.	LMS dans les conditions de Gauss . . . . .	21
9.	Association de LMS . . . . .	22
<b>III</b>	<b>THERMODYNAMIQUE</b>	<b>23</b>
1.	Description d'un système thermodynamique . . . . .	24
2.	Transformation thermodynamique . . . . .	25
3.	États de la matière . . . . .	26
4.	Corps purs . . . . .	27
5.	Corps purs diphasés . . . . .	28
6.	Grandeurs thermodynamiques . . . . .	29
7.	Cas du GP . . . . .	30
8.	Cas de la PC idéale . . . . .	31
9.	Travail des forces non conservatives . . . . .	32



I

# SIGNAUX HARMONIQUES ET PROPAGATION

# 1. Oscillateur harmonique

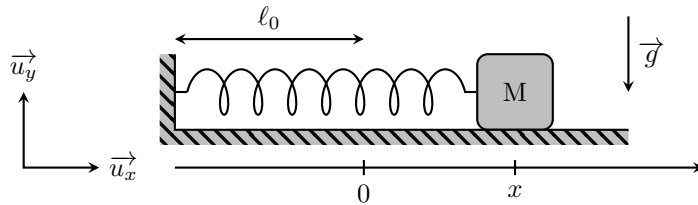
## I Équation différentielle

**Définition.** Un oscillateur harmonique à un degré de liberté est un système dont l'évolution est régie par une grandeur  $x(t)$  solution de :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$$

pour une certaine constante  $\omega_0$ , appelée **pulsation propre** de l'oscillateur.

**Exemple.** Un objet mobile M de masse  $m$  fixé en son centre à un ressort horizontal linéaire de raideur  $k$ , de longueur à vide  $\ell_0$  et de masse négligeable est un oscillateur harmonique lorsque les frottements sont négligés.



En effet, l'écart  $x$  à la position d'équilibre est alors solution de l'équation de l'oscillateur harmonique de pulsation propre  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

## II Étude des solutions

**Propriété.** Les solutions de l'équation de l'oscillateur harmonique de pulsation propre  $\omega_0$  et d'inconnue  $x$  s'écrivent :

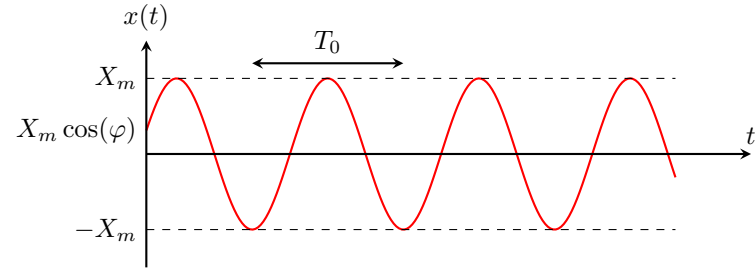
$$x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad \text{ou} \quad x(t) = A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t)$$

où les couples  $X_m$  et  $\varphi$  d'une part, et  $A$  et  $B$  de l'autre, sont des couples de **constantes d'intégration** que l'on obtient à l'aide des conditions initiales. On passe d'une écriture à l'autre à l'aide des relations :

$$X_m = \sqrt{A^2 + B^2} \quad \text{et} \quad \tan \varphi = -\frac{B}{A}$$

*Remarque.* La première écriture montre que les solutions sont *sinusoïdales*.

**Définition.** La **période propre**  $T_0$  d'un oscillateur est définie comme étant la période de ses oscillations :



On définit de plus la **fréquence propre**  $f_0 = \frac{1}{T_0}$ .

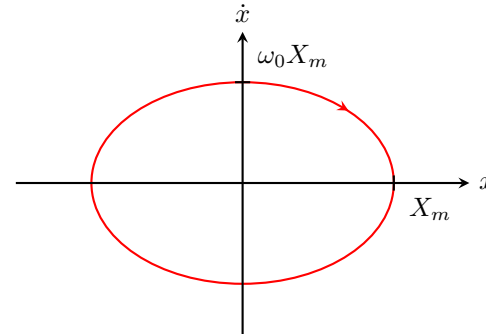
**Propriété.** La période propre  $T_0$  s'exprime :

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

On remarque que  $T_0$  est indépendante des conditions initiales : on parle d'**isochronisme des oscillations**.

## III Portrait de phase

**Propriété.** Les trajectoires de phase d'un oscillateur harmonique sont des ellipses de demi-axes  $X_m$  et  $\omega_0 X_m$  :



## 2. Propagation d'un signal

### I Signaux et ondes

**Définition.** Un **signal** est une fonction  $s(t)$  décrivant les variations d'une grandeur physique au cours du temps. Un signal défini en tout point d'une région de l'espace est appelé **onde**, et est décrit à l'aide d'une fonction  $s(M, t)$ .

**Vocabulaire.** Ces signaux sont à connaître :

- un **signal acoustique** est constitué des variations de la pression et de la masse volumique d'un *milieu matériel*, et de la vitesse des particules ;
- un **signal électrique** est constitué des variations de l'intensité et de la tension dans un circuit ;
- un **signal électromagnétique** décrit les variations des champs électrique et magnétique dans le milieu de propagation.

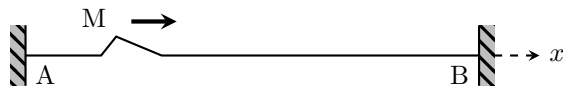
### II Ondes progressives unidimensionnelles

**Définition.** Une **onde unidimensionnelle** ne dépendant que d'une coordonnée le long d'un certain axe. En alignant  $Ox$  sur ce dernier, on a :

$$s(M, t) = s(x, t)$$

**Définition.** Une **onde progressive unidimensionnelle** correspond à la propagation d'un signal dans une unique direction de l'espace à une vitesse  $c > 0$  appelée **célérité** de l'onde. Si l'onde se propage vers les  $x$  décroissants, on parle d'onde **régressive**.

**Exemple.** On considère une corde tendue entre deux extrémités A et B, que l'on perturbe en soulevant légèrement un point M au voisinage de A. On constate alors que cette perturbation se propage vers B : c'est une onde progressive se dirigeant vers  $x$  croissants :



La déformation est ici *orthogonale* à la direction de propagation : on parle de **polarisation transverse** (par opposition à une **polarisation longitudinale**, comme celle d'une onde sonore, où la direction de propagation est la même que la direction de la perturbation).

*Remarque.* On constate sur cet exemple qu'une onde ne correspond pas à un transfert de matière.

**Propriété.** Dans le cas où la célérité  $c$  d'une onde progressive unidimensionnelle est constante et que celle-ci se propage sans déformation vers les  $x$  croissants (resp. décroissants), on a :

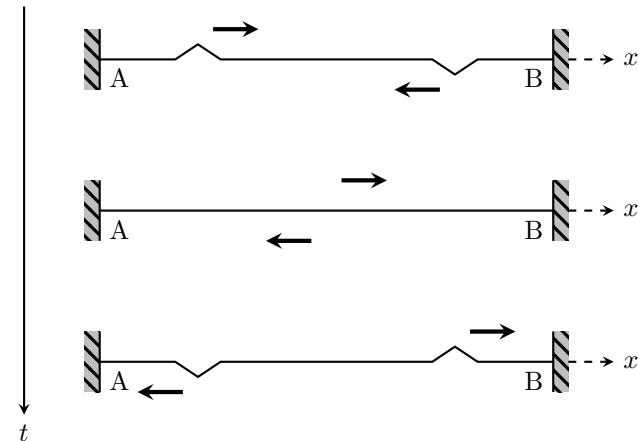
$$s(x, t) = f(x - ct) \quad (\text{resp. } s(x, t) = f(x + ct))$$

### III Principe de superposition

**Propriété (admis).** Si  $s_1(x, t)$  et  $s_2(x, t)$  sont deux ondes coexistant dans un même milieu, alors le **principe de superposition** dit qu'elles se superposent sans interagir. Le milieu peut donc être considéré comme étant siège d'une unique onde  $s(x, t)$  telle que :

$$s(x, t) = s_1(x, t) + s_2(x, t)$$

**Exemple.** Sur une corde où coexistent une onde progressive et une onde régressive correspondant à la propagation de deux déformations « inverses », il existe un instant où la corde n'est pas déformée :



### 3. Ondes progressives sinusoïdales

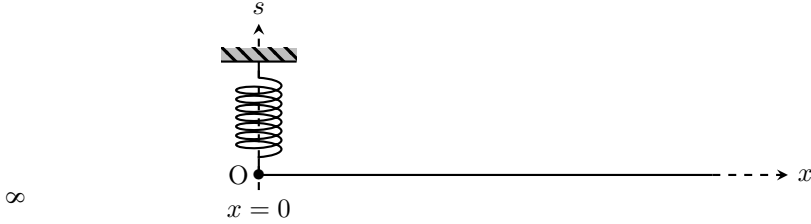
#### I Généralités

**Définition.** Une **onde progressive sinusoïdale (ou harmonique) unidimensionnelle** (ou **OPS**) est une onde progressive qui s'exprime si elle se propage vers les  $x$  croissants (resp. décroissants) :

$$s(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi) \quad (\text{resp. } s(x, t) = A \cos(\omega t + kx + \varphi))$$

avec  $\omega$  la **pulsation**,  $k$  le **nombre d'onde** et  $\varphi$  la **phase à l'origine**.

**Exemple.** On considère une corde supposée semi-infinie dans le sens des  $x$  croissants, dont l'extrémité O est fixée à un ressort vertical :



Lorsque l'extrémité O du ressort est écarté de sa position d'équilibre, il se met à vibrer sinusoïdalement (oscillateur harmonique). La perturbation en  $x = 0$  s'écrit alors :

$$s(0, t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

En réponse à cette excitation, une onde transverse, que l'on suppose non amortie et de célérité  $c$  constante, se propage vers les  $x$  croissants :

$$s(x, t) = f(x - ct) = s\left(0, t - \frac{x}{c}\right) = A \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{c}x + \varphi\right)$$

L'onde ainsi créée est une OPS.

**Propriété.** Une OPS présente une **double périodicité** :

- une périodicité temporelle, caractérisée par la **période**  $T = \frac{2\pi}{\omega}$  ou bien la **fréquence**  $\nu = \frac{1}{T}$  ;
- une périodicité spatiale, caractérisée par la **longueur d'onde**  $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ .

**Propriété.** Les grandeurs caractéristiques d'une OPS sont reliées par les **relations de dispersion** (équivalentes entre elles) :

$$(i) \ k = \frac{\omega}{c} \quad (ii) \ c = \lambda \nu \quad (iii) \ \lambda = cT$$

#### II Déphasage

**Définition.** Deux *signaux sinusoïdaux* sont **synchrones** s'ils ont même pulsation  $\omega$  ou, de manière équivalente, même fréquence  $\nu$  ou même période  $T$ .

**Définition.** Le **déphasage**  $\Delta\varphi$  de deux *signaux sinusoïdaux synchrones*

$$\begin{cases} s_1(t) = A_1 \cos(\phi_1(t)) & \text{avec } \phi_1(t) = \omega t + \varphi_1 \\ s_2(t) = A_2 \cos(\phi_2(t)) & \text{avec } \phi_2(t) = \omega t + \varphi_2 \end{cases}$$

est l'unique réel de  $] -\pi, \pi]$  tel que :

$$\Delta\varphi \equiv \phi_2(t) - \phi_1(t) \equiv \varphi_2 - \varphi_1 \pmod{2\pi}$$

**Propriété.** Soit  $s_1(t)$  et  $s_2(t)$  deux signaux sinusoïdaux synchrones de pulsation  $\omega$ ,  $t_1$  et  $t_2$  deux instants tels que :

$$s_1(t_1) = s_2(t_2) \quad \text{et} \quad \frac{ds_1}{dt}(t_1) = \frac{ds_2}{dt}(t_2)$$

Alors :

$$\Delta\varphi \equiv -\omega(t_2 - t_1) \pmod{2\pi}$$

**Vocabulaire.** Soit  $s_1(t)$  et  $s_2(t)$  deux *signaux sinusoïdaux synchrones*, on note  $\Delta\varphi$  leur déphasage. On dit que :

- $s_2$  est en **avance de phase** (resp. **retard de phase**) sur  $s_1$  lorsque  $\Delta\varphi > 0$  (resp.  $\Delta\varphi < 0$ ) ;
- $s_1$  et  $s_2$  sont en **phase** lorsque  $\Delta\varphi = 0$  ;
- $s_1$  et  $s_2$  sont en **opposition de phase** lorsque  $\Delta\varphi = \pi$  ;
- $s_1$  et  $s_2$  sont en **quadrature** lorsque  $\Delta\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$ .

#### III De l'OPS à la vibration quelconque

**Propriété** (admis). Une vibration quelconque peut toujours être exprimée comme une somme d'OPS en utilisant la **transformation de Fourier**.



# 4. Interférences

## I Phénomène

**Définition.** On appelle **phénomène d'interférences** la superposition de plusieurs OPS *synchrones*.

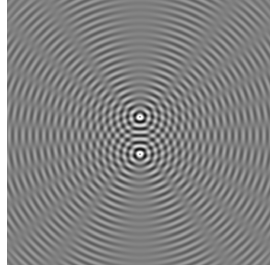


Figure d'interférences à la surface d'une cuve à ondes

⊙ **Propriété.** Soit  $s_1(M, t)$  et  $s_2(M, t)$  deux OPS synchrones de pulsation  $\omega$  :

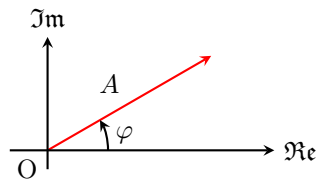
$$\begin{cases} s_1(M, t) = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1(M)) \\ s_2(M, t) = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2(M)) \end{cases}$$

Alors l'onde  $s(M, t)$  résultant de la superposition de  $s_1(M, t)$  et  $s_2(M, t)$  a en tout point  $M$  la forme d'un signal sinusoïdal de même pulsation  $\omega$  :

$$s(M, t) = s_1(M, t) + s_2(M, t) = A_r(M) \cos(\omega t + \varphi_r(M))$$

## II Représentation de Fresnel

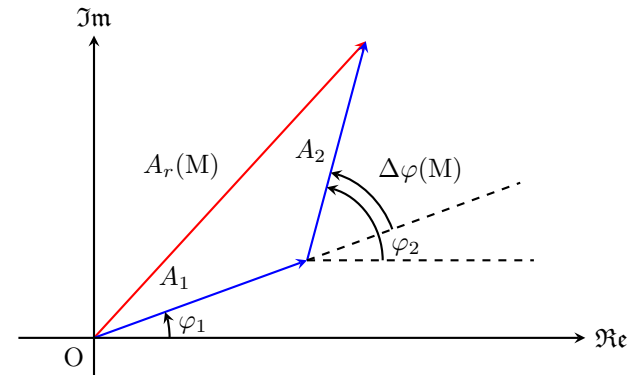
**Définition.** La **représentation de Fresnel** d'un signal sinusoïdal  $A \cos(\omega t + \varphi)$  est le vecteur du plan complexe d'amplitude  $A$  et faisant un angle  $\varphi$  avec l'axe des réels :



**Propriété** (admis). La représentation de Fresnel de la somme de deux signaux sinusoïdaux synchrones est la somme des leurs.

**Propriété.** En reprenant les notations précédentes, on a :

$$A_r(M)^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi(M)$$



## III Cas particuliers

**Propriété.** Toujours avec les notations précédentes, pour  $M$  un point quelconque de l'espace, si les deux ondes  $s_1(M, t)$  et  $s_2(M, t)$  :

- arrivent en phase en  $M$ , c'est-à-dire si  $\Delta\varphi(M) = 0$ , alors l'amplitude résultante  $A_r(M)$  est maximale et vaut :

$$A_r(M) = A_1 + A_2$$

On parle alors d'**interférences constructives** ;

- arrivent en opposition de phase en  $M$ , c'est-à-dire si  $\Delta\varphi(M) = \pi$ , alors  $A_r(M)$  est minimale et vaut :

$$A_r(M) = |A_1 - A_2|$$

On parle d'**interférences destructives**.

## 5. Ondes stationnaires

### I Ondes stationnaires sinusoïdales

**Définition.** Une **onde stationnaire unidimensionnelle** est une onde unidimensionnelle pouvant s'exprimer sous la forme :

$$s(x, t) = f(x)g(t)$$

**Définition.** Une **onde stationnaire sinusoïdale unidimensionnelle** (ou **OSS**) est une onde stationnaire unidimensionnelle dont les composantes temporelle et spatiale sont sinusoïdales :

$$s(x, t) = C \cos(kx + \varphi) \cos(\omega t + \psi)$$

**Propriété.** La superposition de deux OPS synchrones de même amplitude et contre-propageantes donne naissance à une OSS.

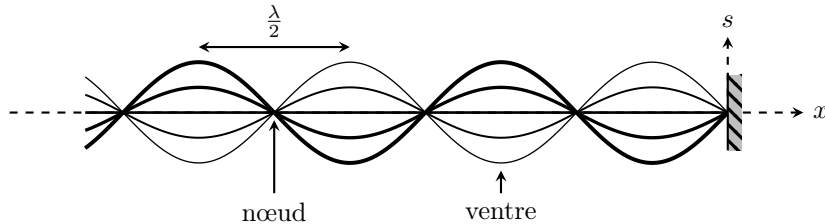
**Exemple.** Considérons une corde semi-infinie dans la direction des  $x$  décroissants, fixée en son extrémité au point O, sur laquelle on envoie un OPS se dirigeant vers les  $x$  croissants  $A \cos(\omega t - kx)$ . On suppose que l'onde se réfléchit en  $x = 0$ , donnant naissance à une OPS régressive de même pulsation  $\omega$  et nombre d'onde  $k$ , dont on montre qu'elle s'écrit  $-A \cos(\omega t + kx)$ . Finalement, d'après le principe de superposition, les oscillations de la corde s'écrivent :

$$s(x, t) = A \cos(\omega t - kx) - A \cos(\omega t + kx) = 2A \sin(kx) \sin(\omega t)$$

**Vocabulaire.** En un point d'abscisse  $x$ , les oscillations au cours du temps d'une OSS  $s(x, t) = C \cos(kx + \varphi) \cos(\omega t + \psi)$  sont d'amplitude  $C|\cos(kx + \varphi)|$ . On dit que  $x$  est :

- un **ventre** de vibration si  $\cos(kx + \varphi) = \pm 1$  (amplitude maximale) ;
- un **nœud** de vibration si  $\cos(kx + \varphi) = 0$  (amplitude nulle) ;

**Propriété.** Deux nœuds ou ventres successifs sont distants de  $\frac{\lambda}{2}$  :



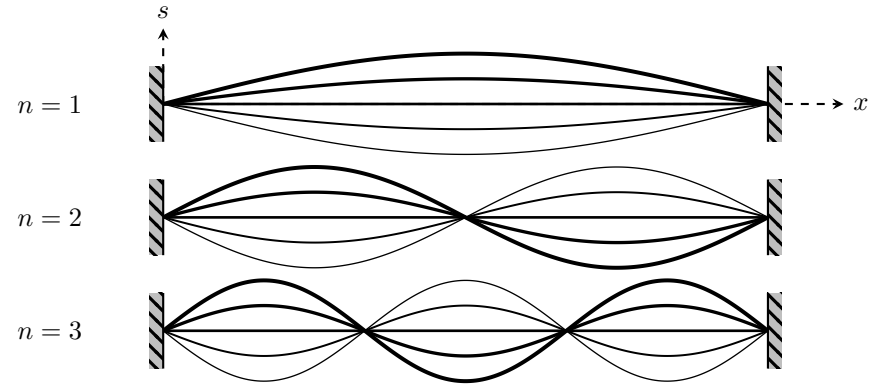
### II Modes propres d'une cavité

**Définition.** Les **modes propres** de vibration d'une cavité sont les OSS susceptibles d'y perdurer.

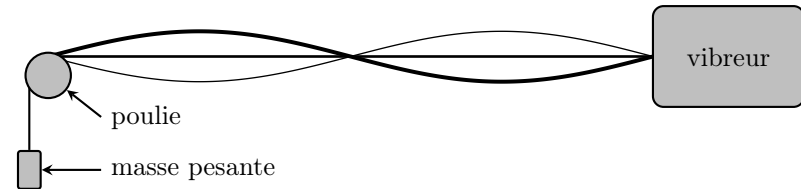
**Propriété.** Les longueurs d'onde  $\lambda_n$  (et donc les fréquences  $\nu_n$ ) accessibles aux modes propres d'une cavité de longueur  $L$  sont quantifiées, du fait des conditions aux limites :

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad \left( \text{donc } k_n = n \frac{\pi}{L} \right) \quad \text{et} \quad \nu_n = n \frac{c}{2L} \quad \left( \text{donc } \omega_n = n \frac{\pi c}{L} \right)$$

On peut donc représenter l'allure des premiers modes propres  $n$  de vibration :



**Expérience.** En pratique on peut utiliser une **corde de Melde** (et un stroboscope) pour visualiser les modes propres :



**Propriété (admis).** Une vibration quelconque perdurant dans une cavité peut toujours être exprimée comme une somme de modes propres.

## 6. Diffraction

### I Phénomène

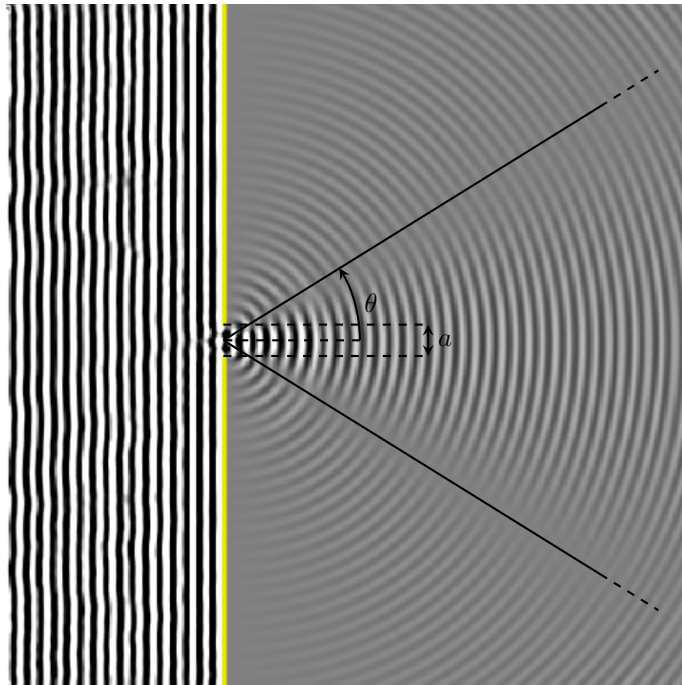
**Définition.** Le **phénomène de diffraction** est le comportement des OPS en présence d'obstacles.

*Remarque.* Ce phénomène n'est donc pas perceptible pour de trop grandes valeurs de  $a$ , c'est à dire telles que  $a \gg \lambda$ .

### II Diffraction à travers une fente

**Propriété** (admis). *Lorsqu'une OPS plane de longueur d'onde  $\lambda$  traverse une fente de largeur  $a$  perpendiculaire à son sens de propagation, elle ressort en divergeant. L'amplitude diffractée est importante dans un secteur dont le sommet est le centre de la fente et de demi-ouverture angulaire  $\theta$  tel que :*

$$\sin \theta \simeq \frac{\lambda}{a}$$





## II

# OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE

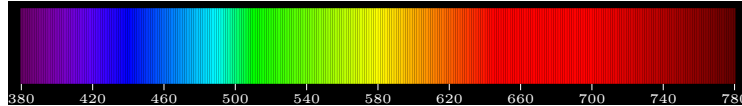
# 1. Description ondulatoire de la lumière

## I Spectres d'émission

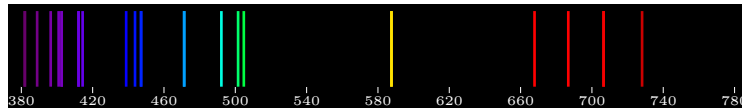
**Définition.** Le **spectre d'émission** d'une source lumineuse est l'ensemble des fréquences  $\nu$  (ou des longueurs d'onde  $\lambda_0$  dans le vide correspondantes) contenues dans le rayonnement émis par cette source.

**Vocabulaire.** On distingue trois grandes catégories de spectres :

- Le **spectre d'émission continu** se présente sous la forme d'une bande colorée ininterrompue. Il est caractéristique des *corps chauds et denses*. C'est par exemple le cas du filament d'une lampe à incandescence, ou bien de la surface des étoiles.

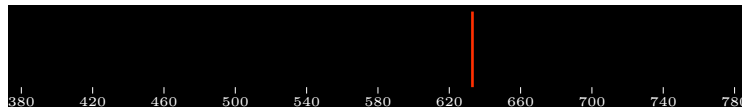


- Un **spectre d'émission de raies** ne contient qu'un nombre restreint de radiations quasi-monochromatiques appelées **raies**. Il est émis par un *gaz chaud et à basse pression*. En pratique, les lampes à décharge contenant un gaz ou des vapeurs métalliques donnent ce type de spectre.



Spectre d'émission de l'atome d'hélium

- Le **spectre d'émission monochromatique** ne contient qu'une seule raie. Une source associée à ce type de spectre est dite **monochromatique**.



Spectre d'émission d'un LASER hélium-néon

## II Propagation

**Définitions.** Un milieu est :

- **transparent** lorsque l'extinction de la lumière y est négligeable ;
- **homogène** si ses propriétés physiques sont identiques en tout point ;
- **isotrope** si ses propriétés physiques ne dépendent pas de la direction.

Quand un milieu a toutes ces propriétés, on parle de **milieu MTHI** (ou **MTHI**).

**Définition.** On note  $v(\lambda_0) \leq c$  la vitesse de propagation d'une onde électromagnétique de longueur d'onde  $\lambda_0$  dans le vide dans un MTHI. On appelle alors **indice de réfraction** de ce milieu pour  $\lambda_0$  le scalaire :

$$n(\lambda_0) = \frac{c}{v(\lambda_0)} \quad \text{avec } n(\lambda_0) \geq 1$$

Le milieu est dit **dispersif** lorsque  $n$  dépend de  $\lambda_0$ .

*Remarque.* Tous les milieux sauf le vide sont plus ou moins dispersifs.

**Propriété** (admis). Les MTHI ont un indice de réfraction qui suit généralement la **loi de Cauchy** :

$$n(\lambda_0) = A + \frac{B}{\lambda_0^2} \quad \text{avec } A, B \geq 0 \text{ des constantes du milieu}$$

**Propriété** (admis). Dans un MTHI, les grandeurs  $\lambda$  et  $\nu$  d'une onde électromagnétique sont reliées par la **relation de dispersion**  $v = \lambda\nu$ .

**Propriété.** On considère une onde électromagnétique de longueurs d'onde  $\lambda_0$  dans le vide et  $\lambda$  dans un MTHI. Alors :

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n(\lambda_0)} \quad \text{et donc } \lambda \leq \lambda_0$$

*Remarque.* La couleur perçue d'un rayonnement visible dépend seulement de sa fréquence  $\nu$  donc de sa longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0$ , pas de sa longueur d'onde dans le milieu  $\lambda$ .

## 2. Modèle géométrique de la lumière

### I Approximation de l'optique géométrique

**Définition.** Un **rayon lumineux** est une ligne de l'espace qui correspond à la direction de propagation de l'énergie lumineuse. Un large ensemble de ces rayons est appelé **faisceau lumineux**.

**Définition.** L'optique géométrique repose sur plusieurs principes :

- (i) **Indépendance des rayons lumineux** : les rayons lumineux n'interagissent pas entre eux, donc leurs trajectoires sont indépendantes ;
- (ii) **Propagation rectiligne de la lumière** : dans un MTHI, les rayons lumineux sont des droites car la lumière s'y propage en ligne droite ;
- (iii) **Retour inverse de la lumière** : dans un milieu isotrope et transparent, le trajet suivi par la lumière entre deux points est indépendant de son sens de propagation.

**Propriété** (admis). *Les lois de l'optique géométrique sont valables tant que les caractéristiques des milieux traversés (en particulier l'indice optique) varient peu à l'échelle de l'onde, soit :*

$$a \gg \lambda$$

avec  $\lambda$  la longueur d'onde et  $a$  la dimension caractéristique de variation des propriétés avec lesquels elle interagit. Lorsque cette condition est respectée, on peut se placer dans l'**approximation de l'optique géométrique**.

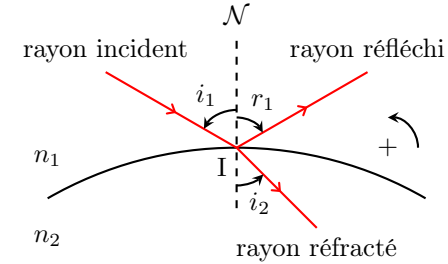
### II Lois de Snell-Descartes

**Définition.** On appelle **dioptre** la frontière séparant deux MTHI d'indices différents.

**Propriété** (admis). *Lorsqu'un rayon lumineux (alors appelé **rayon incident**) rencontre un dioptre, il donne naissance à un **rayon réfléchi** et éventuellement à un **rayon réfracté** (de l'autre côté du dioptre).*

**Théorème** (admis). *Les lois de Snell-Descartes s'appliquent dès lors qu'un rayon incident rencontre un dioptre séparant deux MTHI d'indices de réfraction  $n_1$  et  $n_2$  :*

- (1) *le rayon réfléchi et le rayon réfracté (lorsqu'il existe) sont contenus dans le **plan d'incidence**, qui est le plan contenant le rayon incident et la normale  $\mathcal{N}$  au dioptre au point d'incidence I. On a donc le schéma suivant :*



- (2) *les angles d'incidence  $i_1$  et de réflexion  $r_1$  sont opposés :*

$$r_1 = -i_1$$

- (3) *les angles d'incidence  $i_1$  et de réfraction  $i_2$  suivent la relation :*

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

**Définition.** On dit qu'un milieu d'indice  $n_1$  est moins **réfringent** qu'un autre d'indice  $n_2$  si  $n_1 < n_2$ .

**Propriété.** *Lorsque la lumière se propage d'un milieu  $n_1$  vers un milieu plus réfringent  $n_2$ , elle se réfracte en se rapprochant de la normale. De plus, on a toujours  $i_2 < i_{2,\text{lim}}$ , où l'**angle de réfraction limite**  $i_{2,\text{lim}}$  est tel que :*

$$\sin i_{2,\text{lim}} = \frac{n_1}{n_2}$$

**Propriété.** *Lorsque la lumière se propage d'un milieu  $n_1$  vers un milieu moins réfringent  $n_2$ , il existe un **angle d'incidence limite**  $i_{1,\text{lim}}$  vérifiant :*

$$\sin i_{1,\text{lim}} = \frac{n_2}{n_1}$$

tel que :

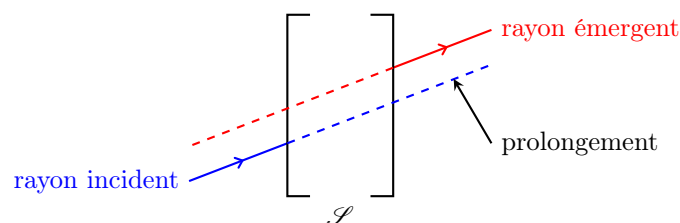
- si  $i_1 \leq i_{1,\text{lim}}$ , la lumière se réfracte en s'éloignant de la normale ;
- sinon la lumière est totalement réfléchi : on parle de **réflexion totale**.

### 3. Systèmes optiques

#### I Systèmes optiques

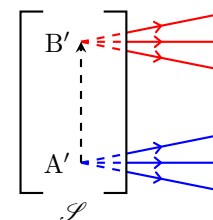
**Définition.** Un **système optique**  $\mathcal{S}$  est un ensemble de milieux séparés par des surfaces réfractantes (dioptries) ou réfléchissantes (miroirs).

**Définition.** On appelle **rayon incident** (resp. **émergent**) un rayon lumineux arrivant sur le (resp. ressortant du) système optique dans le *sens de propagation de la lumière* :



à part entière, il est potentiellement capable d'observer tout type d'objet ou d'image pour un autre système optique.

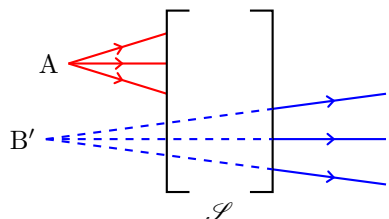
**Définitions.** Un **objet étendu** (resp. **image étendue**) est un ensemble de *points objets* (resp. *images*) conjoints.



Ici,  $A'B'$  est une image étendue, virtuelle (donc en pointillés)

#### II Objets et images

**Définitions.** On appelle **objet ponctuel** (resp. **image ponctuelle**) ou **point objet** (resp. **point image**) pour un certain système optique l'intersection des *rayons incidents* (resp. *émergents*) (caractère **réel**) ou de leurs prolongements (caractère **virtuel**).

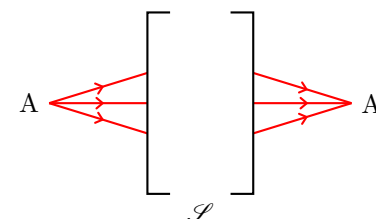


Ici, A est un objet réel pour  $\mathcal{S}$  et B' est une image virtuelle

*Remarque.* Les objets et images virtuels ne sont *pas visibles par un capteur* car l'énergie lumineuse ne s'y concentre pas. L'œil étant un système optique

#### III Stigmatisme

**Définition.** Un système optique  $\mathcal{S}$  est dit **rigoureusement stigmatique** pour un couple de points A et A' si les *rayons incidents* issus du *point objet* A ne donnent lieu, après avoir traversé  $\mathcal{S}$ , qu'à un unique *point image*, A' :



On dit alors que A et A' sont **conjugués** par  $\mathcal{S}$  (ou que A' est l'image de A par  $\mathcal{S}$ ), ce que l'on note  $A \xrightarrow{\mathcal{S}} A'$ .

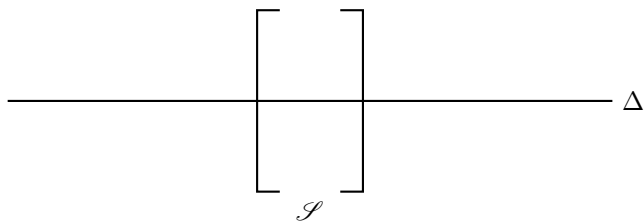
*Remarque.* Lorsque l'image d'un point A par  $\mathcal{S}$  n'est pas rigoureusement ponctuelle mais est une tâche de faible dimension, on parle de **stigmatisme approché** (et on continue de noter  $A \xrightarrow{\mathcal{S}} A'$ ).



## 4. Systèmes centrés

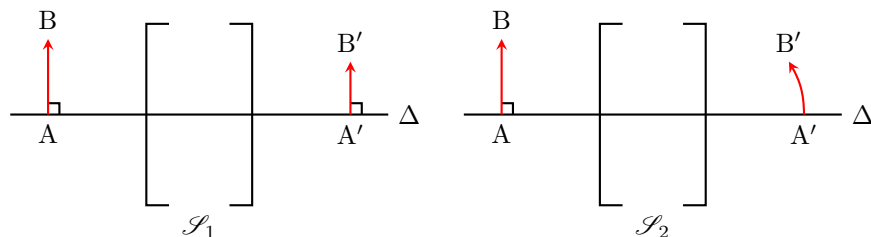
### I Systèmes centrés

**Définition.** Un *système optique* est **centré** s'il possède un axe de révolution, alors appelé **axe optique** et noté  $\Delta$ . On le schématise alors :



**Propriété.** L'image d'un objet situé sur l'axe optique d'un système centré et stigmatique est également située sur l'axe optique.

**Définition.** Un *système centré* est **rigoureusement aplanétique** si l'image  $A'B'$  de tout objet  $AB$  plan et perpendiculaire à son axe optique l'est aussi.



Le système optique  $\mathcal{S}_1$  est aplanétique, contrairement à  $\mathcal{S}_2$

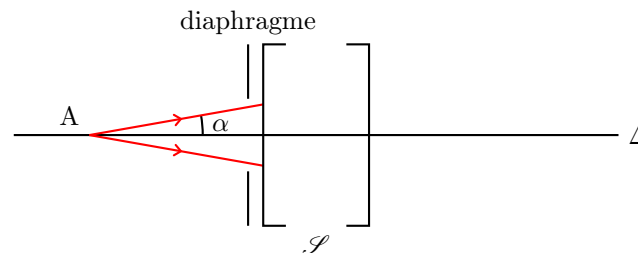
*Remarque.* Dans la plupart des instruments d'optique réels, l'aplanétisme est réalisé pour les points situés *au voisinage de*  $\Delta$ . On parle d'**aplanétisme approché**.

### II Conditions de Gauss

**Définition.** Les **conditions de Gauss** pour un *système centré* consiste à n'utiliser que des **rayons paraxiaux**, c'est-à-dire proches de l'axe optique et

peu inclinés par rapport à celui-ci.

*Remarque.* On se place en pratique dans les *conditions de Gauss* en *diaphragmant* le système et en observant des objets petits ou éloignés :



**Définition.** L'**approximation de Gauss** (ou **approximation des petits angles**) consiste à confondre fonctions trigonométriques et approximation affine :

$$\text{--- } \cos \alpha \simeq 1 \quad \text{--- } \sin \alpha \simeq \alpha \text{ (mais } \sin^2 \alpha \simeq \alpha^2 \simeq 0) \quad \text{--- } \tan \alpha \simeq \alpha$$

**Propriété.** Les conditions de Gauss permettent d'obtenir un *stigmatisme* et un *aplanétisme approché*, et d'utiliser l'*approximation de Gauss*.

### III Relation de conjugaison et grandissement

**Définition.** On appelle **relation de conjugaison** la relation algébrique liant les positions d'un objet et de son image par un système optique. Lorsque ce dernier est *centré*, on se contente en pratique d'objets (et donc d'images) situés sur l'axe optique.

**Définition.** Pour un objet  $AB$  *perpendiculaire* à l'axe optique d'image  $A'B'$  également *perpendiculaire* à l'axe optique, on définit le **grandissement transversal**  $\gamma$  par :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

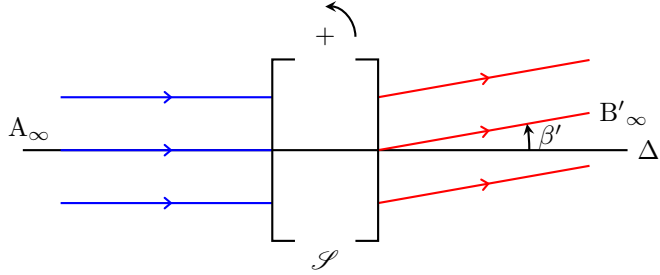
**Vocabulaire.** On dit que l'image est :

- **plus grande** (resp. **plus petite**) que l'objet si  $|\gamma| > 1$  (resp.  $|\gamma| < 1$ ) ;
- **droite** (resp. **renversée**) si  $\gamma > 0$  (resp.  $\gamma < 0$ ).

## 5. Foyers et plans focaux

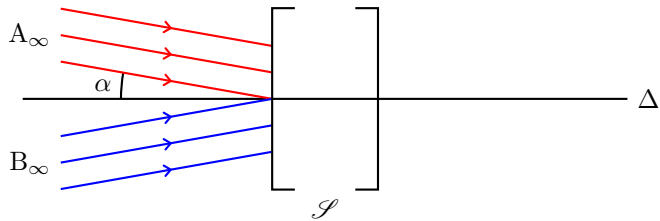
### I Objets et images à l'infini

**Définitions.** Un **objet ponctuel à l'infini** (resp. **image ponctuelle à l'infini**) est un faisceau de *rayons incidents* (resp. *émergents*) parallèles, que l'on repère à l'aide de son inclinaison par rapport à l'axe optique.



$A_\infty$  à l'infini sur l'axe optique,  $B'_\infty$  est situé à l'infini hors axe optique ( $\beta' \neq 0$ )

**Définition.** Lorsqu'un objet étendu  $A_\infty B_\infty$  plan et centré sur l'axe optique est situé à l'infini, on dit qu'il possède un **diamètre angulaire** (ou **diamètre apparent**)  $2\alpha$ , où le **rayon angulaire** (ou **rayon apparent**)  $\alpha$  désigne l'angle des faisceaux issus de  $A_\infty$  et  $B_\infty$  avec l'axe optique :

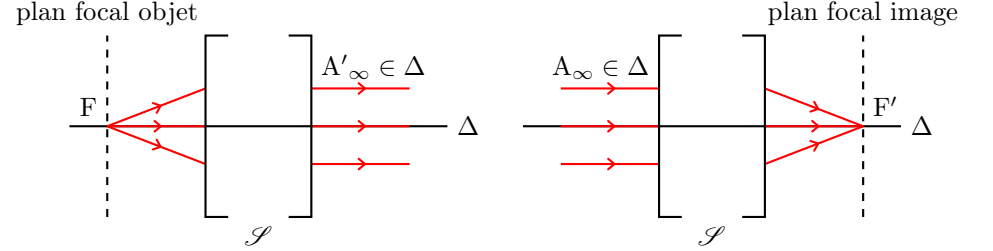


### II Foyers et plans focaux

**Définitions.** Le **foyer objet** F (resp. **foyer image** F') est le *point objet* (resp. *point image*) dont le conjugué se trouve à l'infini sur  $\Delta$  :

$$F \xrightarrow{\mathcal{S}} A'_\infty \in \Delta \quad \text{et} \quad A_\infty \in \Delta \xrightarrow{\mathcal{S}} F'$$

On appelle **plan focal objet** (resp. **plan focal image**) le plan transversal passant par F (resp. par F').



**Propriété.** Tout rayon incident passant par F (resp. parallèle à  $\Delta$ ) émerge du système optique parallèlement à  $\Delta$  (resp. en passant par F').

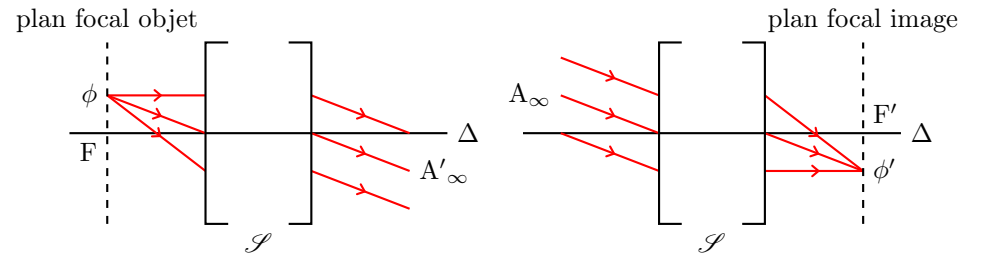
**Propriété** (admis). Tout système centré étudié dans les conditions de Gauss possède un **foyer image** et un **foyer objet**.

**Vocabulaire.** Dans le cas particulier où F et F' sont rejetés à l'infini, le système est dit **afocal**.

**Définitions.** On appelle **foyer secondaire objet**  $\phi$  (resp. **foyer secondaire image**  $\phi'$ ) tout point du *plan focal objet* (resp. *plan focal image*).

**Propriété.** Par *aplanétisme*, le conjugué d'un foyer secondaire objet  $\phi$  (resp. foyer secondaire image  $\phi'$ ) est un point situé à l'infini :

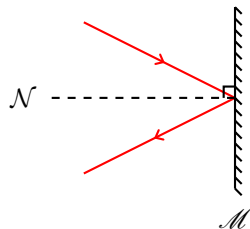
$$\phi \xrightarrow{\mathcal{S}} A'_\infty \quad (\text{resp. } A_\infty \xrightarrow{\mathcal{S}} \phi')$$



## 6. Miroir et dioptre plan

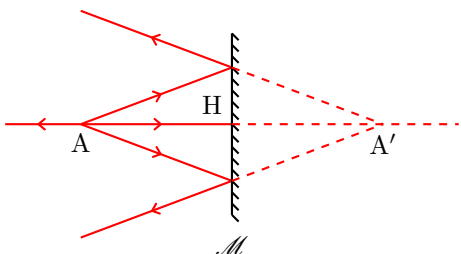
### I Miroir plan

**Définition.** On modélise un **miroir plan**  $\mathcal{M}$  par une surface plane parfaitement réfléchissante :



**Propriété.** Un miroir plan est rigoureusement stigmatique et aplanétique.

**Propriété.** Soit A un point objet d'image A' par  $\mathcal{M}$  et de projeté orthogonal H sur le plan de  $\mathcal{M}$  :



La relation de conjugaison du miroir plan s'écrit alors :

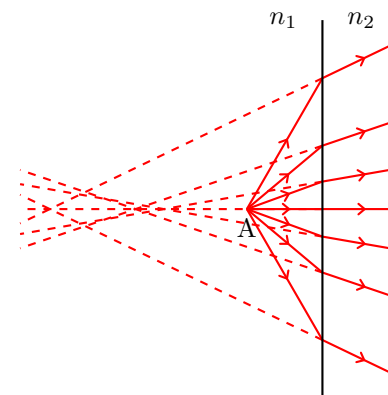
$$\overline{AH} + \overline{A'H} = 0$$

**Propriété.** Un objet plan AB parallèle au plan de  $\mathcal{M}$  d'image A'B' a pour grandissement transversal :

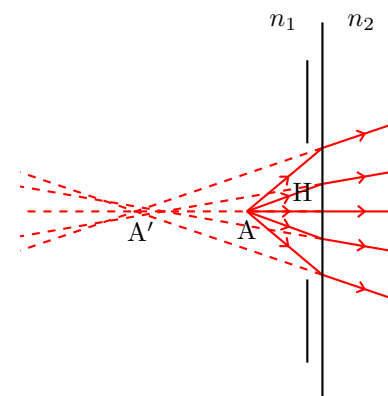
$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = 1$$

### II Dioptre plan

**Propriété.** Un dioptre plan  $\mathcal{D}$  n'est pas rigoureusement stigmatique (et donc pas rigoureusement aplanétique) :



**Propriété.** Les conditions de Gauss permettent un stigmatisme approché :



La relation de conjugaison du dioptre plan s'écrit alors :

$$\frac{n_1}{\overline{AH}} = \frac{n_2}{\overline{A'H}}$$

## 7. Lentilles minces sphériques

### I Présentation générale

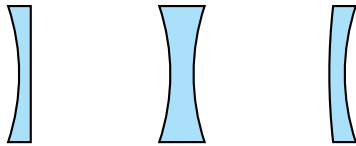
**Définition.** On appelle **lentille sphérique** tout *système optique centré* consistant en la succession de deux dioptries sphériques (l'axe optique passe alors par les centres de ceux-ci) ou bien d'un dioptré plan et d'un dioptré sphérique.

**Vocabulaire.** On distingue deux grandes catégories de lentilles :

- les **lentilles convergentes**, plus épaisses au centre que sur les bords :



- les **lentilles divergentes**, plus épaisses sur les bords qu'au centre :

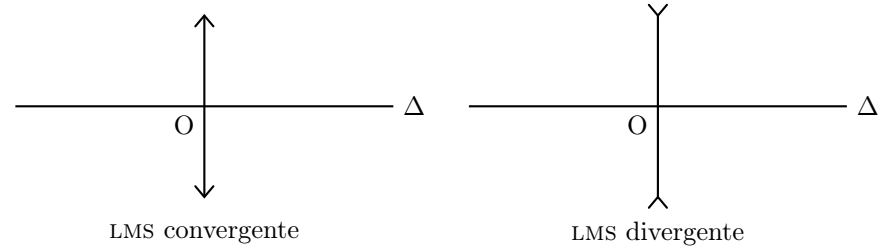


est dite **mince** (ou **LMS**) lorsque son épaisseur  $e$  est très petite à la fois devant les rayons de courbure  $R_1$  et  $R_2$  des dioptries qui la délimitent, et devant leur différence :

$$— e \ll R_1 \quad — e \ll R_2 \quad — e \ll |R_1 - R_2|$$

Dans ce cas,  $O \simeq S_1 \simeq S_2$  est appelé **centre de la lentille**.

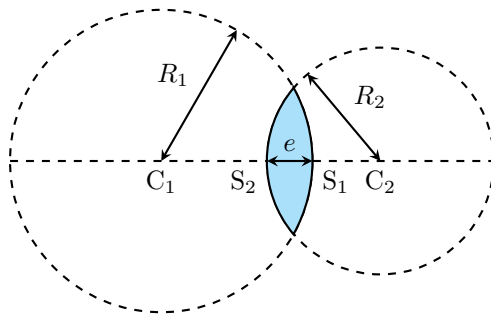
*Remarque.* On schématise une LMS différemment selon qu'elle est convergente ou non :



### II Stigmatisme et aplanétisme

**Propriété** (admis). Dans les LMS, il y a absence de stigmatisme (et donc d'aplanétisme) rigoureux. Toutefois, il y a stigmatisme et aplanétisme approché dans les conditions de Gauss.

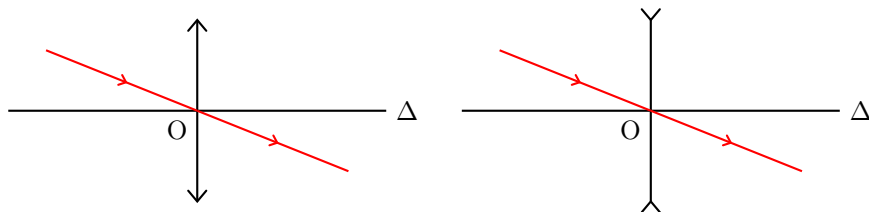
**Propriété.** Une lentille sphérique, schématisée ci-dessous :



## 8. LMS dans les conditions de Gauss

### I Points particuliers

**Propriété.** Un rayon passant par le centre optique d'une LMS n'est pas dévié.



**Définitions.** On définit la **distance focale objet**  $f$  (resp. **distance focale image**  $f'$ ) d'une LMS par :

$$f = \overline{OF} \quad (\text{resp. } f' = \overline{OF'})$$

**Propriété.** Les distances focales image et objet d'une LMS sont opposées :

$$f' = -f$$

**Définition.** La **vergence**  $V$  d'une LMS est définie par :

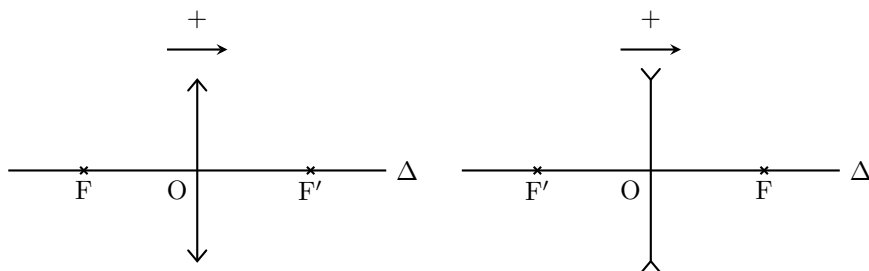
$$V = \frac{1}{f'}$$

*Remarque.*  $V$  s'exprime généralement en **dioptries**  $\delta \equiv \text{m}^{-1}$ .

**Propriété.** Une LMS convergente (resp. divergente) est caractérisée par :

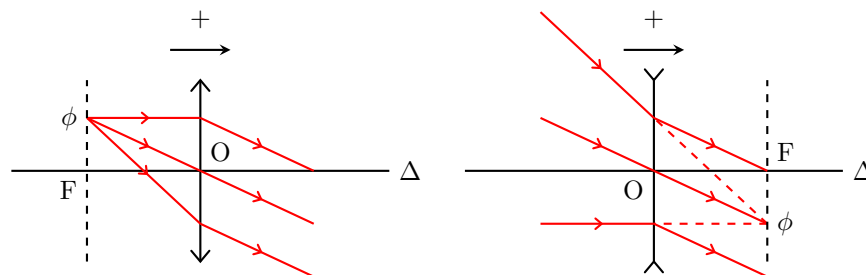
$$f' > 0 \quad (\text{resp. } f' < 0) \quad \text{ou} \quad V > 0 \quad (\text{resp. } V < 0)$$

Ainsi ses foyers objet et image sont réels (resp. virtuels) :



**Propriétés.** Le conjugué d'un point objet  $\phi$  situé dans le plan focal objet (resp. d'un point image  $\phi'$  situé dans le plan focal image) est un point image (resp. point objet) à l'infini dans la direction de  $(\phi O)$  (resp.  $(\phi' O)$ ) :

$$\phi \xrightarrow{\mathcal{L}} A'_\infty \quad (\text{resp. } A_\infty \xrightarrow{\mathcal{L}} \phi')$$



### II Relations de conjugaison et grandissement

**Théorème.** Pour un objet plan transversal AB d'image A'B' par une LMS on a les **formules de Newton** :

— relation de conjugaison :

$$\overline{F'A'} \cdot \overline{FA} = f' \cdot f = -f'^2$$

— grandissement :

$$\gamma = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}$$

ou bien les **formules de Descartes** :

— relation de conjugaison :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

— grandissement :

$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

**Propriété.** Pour former l'image réelle sur un écran d'un objet réel par une LMS convergente, la distance  $D$  entre l'objet et l'écran doit vérifier :

$$D \geq 4f'$$

## 9. Association de LMS

### I Lentilles de même axe optique

**Propriété.** Si un système optique  $\mathcal{S}$  est constitué de  $n$  LMS  $\mathcal{L}_1, \dots, \mathcal{L}_n$  de même axe optique (placées dans cet ordre dans le sens de la lumière incidente), on construit l'image  $A'$  d'un point objet  $A$  par  $\mathcal{S}$  en construisant les images intermédiaires  $A_1, \dots, A_{n-1}$  par les différentes lentilles :

$$A \xrightarrow{\mathcal{L}_1} A_1 \xrightarrow{\mathcal{L}_2} A_2 \xrightarrow{\mathcal{L}_3} \dots \xrightarrow{\mathcal{L}_n} A'$$

**Définition.** Le **grossissement** optique correspond au rapport entre l'angle  $\alpha'$  sous lequel est vue l'image formée par le système optique et l'angle  $\alpha$  sous lequel est vu l'objet (par rapport à l'axe optique) :

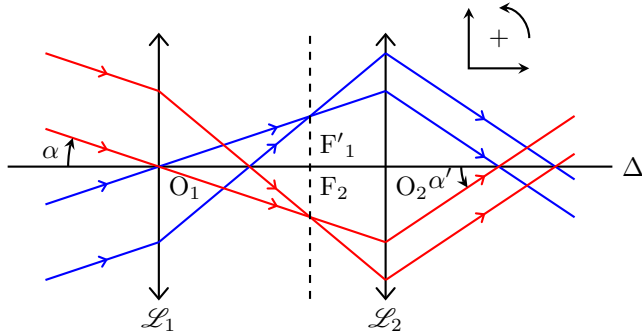
$$G = \frac{\alpha'}{\alpha}$$

**Vocabulaire.** On dit que l'image est :

- **plus grosse** (resp. **moins grosse**) que l'objet si  $|G| > 1$  (resp.  $|G| < 1$ ) ;
- **droite** (resp. **renversée**) si  $G > 0$  (resp.  $G < 0$ ).

**Exemple.** Une **lunette de visée à l'infini** sert à observer un objet à l'infini. Pour que l'observation se fasse sans effort (pour un œil emmétrope), il faut que l'image de cet objet par la lentille soit rejetée à l'infini. C'est donc un système afocal :

$$A_\infty \in \Delta \xrightarrow[\text{objectif}]{\mathcal{L}_1} F'_1 = F_2 \xrightarrow[\text{oculaire}]{\mathcal{L}_2} A'_\infty \in \Delta$$



Le grossissement de l'objet observé s'exprime alors :

$$G = -\frac{f'_1}{f'_2}$$

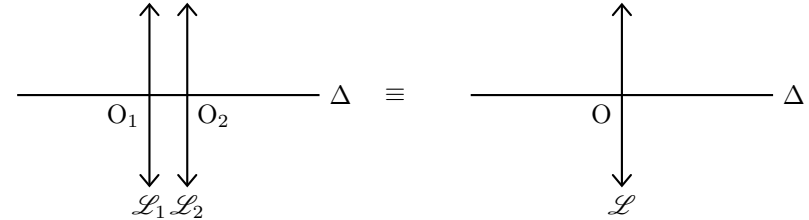
### II Lentilles accolées

**Définition.** Deux LMS sont dites **accolées** lorsque leurs centres optiques  $O_1$  et  $O_2$  sont confondus :

$$O_1 = O_2 = O$$

**Théorème** (des lentilles accolées). Deux LMS  $\mathcal{L}_1$  et  $\mathcal{L}_2$  accolées de vergences  $V_1$  et  $V_2$  se comportent comme une LMS  $\mathcal{L}$  de vergence  $V$  telle que :

$$V = V_1 + V_2$$



III

# THERMODYNAMIQUE

# 1. Description d'un système thermodynamique

## I Échelle

**Définition.** On appelle **libre parcours moyen**, noté  $\ell_p$ , la distance moyenne parcourue par les molécules d'un fluide entre deux chocs successifs.

*Remarque.* L'échelle de la thermodynamique est l'**échelle mésoscopique** qui est entre l'échelle microscopique ( $\simeq \ell_p$ ) et l'échelle macroscopique. On peut alors parler de grandeurs définies à partir de moyennes statistiques (température, pression, ...) de volumes quasi-ponctuels.

## II Système thermodynamique

**Définition.** Un **système** est un corps ou un ensemble de corps séparés du *milieu extérieur* par une **frontière** (qui peut être fictive). La réunion d'un système et de son milieu extérieur constitue l'**Univers**. Un **système thermodynamique** possède trop de particules pour les décrire individuellement.

**Définitions.** Un *système* est dit :

- **isolé** s'il ne peut échanger ni matière ni énergie avec le milieu extérieur ;
- **fermé** s'il ne peut échanger que de l'énergie (pas d'échange de matière) ;
- **ouvert** s'il peut échanger matière et énergie.

**Propriété** (admis). *L'état macroscopique d'un système thermodynamique peut être décrit à l'aide d'un petit nombre de grandeurs macroscopiques, appelées **grandeurs d'état**. On appelle **variables d'état** un ensemble de grandeurs d'état indépendantes choisies pour caractériser le système.*

**Propriété** (admis). *Les grandeurs d'état qui ne sont pas des variables d'état (appelées **fonctions d'état**) peuvent s'en déduire par une relation appelée **équation d'état**.*

**Définition.** Un **fluide thermoélastique** est un *système* caractérisé par les *grandeurs d'état* suivantes :

- la pression  $P$  ;
- le volume  $V$  ;
- la température (absolue)  $T$  ;
- la quantité de matière  $n$ .

## III Extensivité et intensivité

**Définitions.** Une *grandeur d'état* caractérisant un système de quantité de matière  $n$  est dite :

- **extensive** si elle est *proportionnelle* à  $n$  ;
- **intensive** si elle *indépendante* de  $n$ .

**Exemples.** Les grandeurs suivantes sont *extensives* :

- la quantité de matière  $n$  ;
- la masse  $m$  ;
- le volume  $V$ .

Les suivantes sont *intensives* :

- la température  $T$  ;
- la pression  $P$ .

*Remarque.* Certaines grandeurs ne sont ni intensives ni extensives (la grandeur  $nm$  par exemple est proportionnelle à  $n^2$ ).

**Propriété.** Une grandeur extensive  $X$  est **additive** : pour deux systèmes disjoints  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$  on a :

$$X_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} = X_{\Sigma_1} + X_{\Sigma_2}$$

**Propriété** (admis). Les grandeurs intensives sont *définies localement*.

**Vocabulaire.** Un *système* dans lequel les *grandeurs intensives* sont définies et ont même valeur en tout point est dit **homogène**.

**Propriété.** Le rapport de deux grandeurs extensives est intensive.



## 2. Transformation thermodynamique

### I Équilibre thermodynamique

**Définition.** Un *système thermodynamique* est dans un **état stationnaire** lorsque ses *variables d'état* sont toutes définies et constantes.

*Remarque.* Hors *état stationnaire*, les *variables d'état* ne sont pas forcément toutes définies (notamment celles qui sont intensives).

**Définition.** Un *système thermodynamique* est dit en **équilibre** si il est en *état stationnaire* et qu'il n'échange ni matière ni énergie avec l'extérieur.

**Propriété.** Pour un fluide thermoélastique, en l'absence de champ de force extérieur, l'état d'équilibre est caractérisé par :

- un **équilibre mécanique** : en présence d'une paroi mobile ou déformable, on a égalité des pressions  $P$  à l'intérieur et  $P_{\text{front}}$  à la frontière :

$$P = P_{\text{front}}$$

- un **équilibre thermique** : en présence d'une paroi diatherme, il y a égalité des températures  $T$  à l'intérieur et  $T_{\text{front}}$  à la frontière :

$$T = T_{\text{front}}$$

*Remarque.* Lorsque l'état d'équilibre n'est pas tout à fait atteint, mais que les *variables d'état* varient lentement au cours du temps ou de l'espace, on parle d'**équilibre local**. Par exemple, pour l'air dans le champ de pesanteur terrestre, la pression dépend (très légèrement) de l'altitude.

**Propriété.** Pour des expériences de thermodynamique en laboratoire, on supposera généralement la pression d'un gaz indépendante de l'altitude.

### II Transformation thermodynamique

**Définition.** Une **transformation** est l'évolution d'un *état d'équilibre* (**état initial**) vers un autre (**état final**).

**Définition.** Une *transformation* est dite **infinitésimale** lorsque les états initial et final sont infiniment proches. Une transformation correspondant à une succession de transformations infinitésimales est dite **quasistatique** (ou **QS**).

*Remarque.* En pratique, une transformation lente sera supposée QS.

**Propriété.** Au cours d'une transformation QS — la système étant toujours infiniment proche d'un état d'équilibre — toutes les grandeurs d'état à l'intérieur du système ( $P, T, \dots$ ) sont définies à tout moment.

*Remarque.* Pour un fluide thermoélastique, les équilibre mécanique et thermique sont atteints à tout moment lors d'une *transformation QS*.

**Définition.** Une *transformation* est **réversible** si elle est QS et s'il est possible de retourner à l'état initial depuis l'état final en repassant exactement par les mêmes états intermédiaires qu'à l'aller.

*Remarque.* En pratique, la vérification simultanée de ces deux critères garantit la réversibilité d'une *transformation* :

- la transformation est QS ;
- aucune des causes d'irréversibilité suivantes :
  - inhomogénéités (de température, de densité, ...);
  - phénomènes dissipatifs (frottements, effet Joule, ...);
  - réaction chimique.

Une transformation réversible est donc QS, mais l'inverse n'est pas vrai.

**Définitions.** Une *transformation* est dite :

- **monotherme** si  $T_{\text{front}}$  est constante ;
- **isotherme** si  $T$  est constante (soit  $dT = 0$ ) ;
- **monobare** si  $P_{\text{front}}$  est constante ;
- **isobare** si  $P$  est constante (soit  $dP = 0$ ) ;
- **isochore** si  $V$  est constante (soit  $dV = 0$ ) ;
- **cyclique** lorsque l'état initial et l'état final sont confondus, soit  $\Delta X = 0$  pour toute *grandeur d'état*  $X$ .

### 3. États de la matière

#### I Gaz parfaits

**Définition.** Le **gaz parfait** (ou **GP**) est un *modèle* dans lequel les molécules du gaz n'interagissent pas entre elles. En particulier, les molécules du gaz :

- sont ponctuelles (pas de volume propre) ;
- ne présentent pas d'interactions attractives.

**Propriété** (admis). La *pression*  $P$ , le *volume*  $V$ , la *quantité de matière*  $n$  et la *température absolue*  $T$  d'un gaz parfait sont reliés par l'équation d'état suivante, appelée **loi des GP** :

$$PV = nRT$$

où  $R$  est la *constante des GP*.

*Remarque.* L'unité du SI pour la pression est le pascal (Pa).

**Définition.** Considérons un gaz résultant du mélange de  $N$  GP  $A_i$  de quantités de matière respectives  $n_i$ . La **pression partielle**  $P_i$  en gaz de l'espèce  $A_i$  est définie par la relation :

$$P_i V = n_i R T$$

*Remarque.* La pression partielle d'un gaz s'interprète comme la pression qu'aurait le gaz  $A_i$  s'il occupait seul le volume  $V$  à la température  $T$ .

**Définition.** Un mélange de GP (avec les notations précédentes) est qualifié d'**idéal** s'il vérifie la **loi de Dalton** :

$$P = \sum_{i=1}^N P_i$$

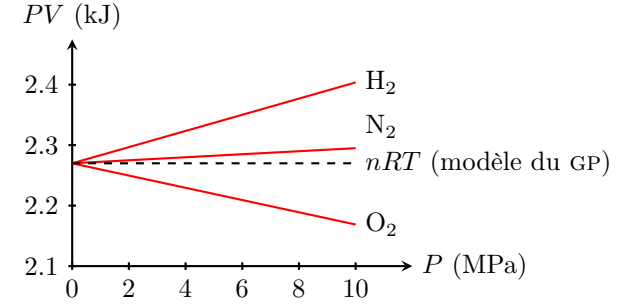
*Remarque.* En pratique, sauf mention contraire, un mélange de GP sera toujours implicitement supposé idéal.

**Propriété.** Un mélange idéal de GP est un GP.

#### II Gaz réels

**Définition.** On appelle **diagramme d'Amagat** la représentation pour un fluide, à *température*  $T$  donnée, du produit  $PV$  en fonction de  $P$ .

**Exemple.** Diagramme d'Amagat à  $T = 273,15$  K et  $n = 1$  mol de plusieurs gaz (adapté pour discuter des écarts au modèle du GP) :



**Propriété.** Un gaz réel se comporte comme un GP à faible pression ( $P \rightarrow 0$ ) ou faible concentration ( $V_m \rightarrow \infty$  soit  $\frac{1}{V_m} \rightarrow 0$ ).

**Définition.** On apporte donc à la loi des GP un facteur correctif que l'on écrit comme un développement en puissances successives de  $\frac{1}{V_m}$  ou de  $P$ , appelé **développement du viriel** :

$$\frac{PV}{nRT} = 1 + \frac{B_1(T)}{V_m} + \frac{B_2(T)}{V_m^2} + \dots = 1 + PC_1(T) + P^2 C_2(T) + \dots$$

où les  $B_i(T)$  et  $C_i(T)$  ne dépendent que de la température et du gaz considéré.

**Définition.** Une modélisation plus simple des gaz réels est obtenue à l'aide de l'**équation d'état de van der Waals** (à paramètres ajustables  $a$  et  $b$ ) :

$$\left( P + a \left( \frac{n}{V} \right)^2 \right) (V - nb) = nRT$$

#### III Phases condensées

**Définition.** Une **phase condensée** (ou **PC**) est un liquide ou un solide.

**Définition.** On adopte le modèle de la **PC idéale** (PC supposée *incompressible* et *indilatable*) d'équation d'état :

$$V(T, P) = \text{cte} \quad \text{c'est-à-dire} \quad \frac{\partial V}{\partial T} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial V}{\partial P} = 0$$

## 4. Corps purs

### I Variance

**Définition.** On appelle **corps pur** tout *système* constitué d'uniquement une espèce chimique.

**Définition.** Une **phase** est un domaine d'un système où les *grandeurs intensives* sont des *fonctions continues des variables d'espace*.

**Définition.** La **variance**  $v$  est le nombre minimal de *paramètres intensifs* nécessaires pour caractériser l'état d'équilibre d'un système sous  $\varphi$  phases.

**Propriété** (admis). La variance d'un corps pur à l'équilibre sous  $\varphi$  phases est donnée par la **règle des phases de Gibbs** :

$$v = 3 - \varphi$$

*Remarque.* En particulier, un **corps pur diphasé** (en équilibre sous deux phases) est un système **monovariant** ( $v = 1$ ).

Elles délimitent les domaines d'existence du corps pur sous l'une ses de phases.

*Remarque.* Au-delà du *point critique* C, la distinction entre gaz et liquide est impossible : on parle alors d'état **fluide** ou de **fluide hypercritique**.

**Propriété.** Les courbes d'équilibre du diagramme  $(P, T)$  s'intersectent en un unique point T, appelé **point triple**. Le corps pur y est en équilibre sous ses trois phases, donc le système est invariant (règle de Gibbs).

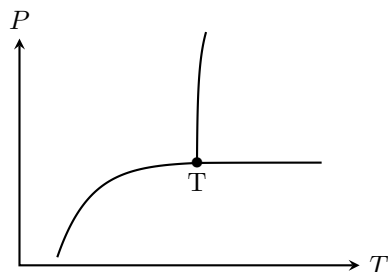
**Propriété** (admis).  $P_{\text{sat}}$  est toujours une fonction croissante de  $T$ .

27

### II Diagramme de phase

**Définition.** Un **diagramme de phase** permet, pour un corps pur donné, de visualiser la dépendance  $P = f(T)$  sur les courbes d'équilibre :

- (1) la **courbe de vaporisation** (liquide/gaz) d'équation  $P = P_{\text{sat}}(T)$  où  $P_{\text{sat}}(T)$  est appelée **pression de vapeur saturante**. La courbe de vaporisation se termine au point C, appelé **point critique**.
- (2) la **courbe de fusion** (liquide/solide) est quasi-verticale, de pente positive pour la plupart des corps mais négative pour l'eau.
- (3) la **courbe de sublimation** (solide/gaz).



## 5. Corps purs diphasés

### I Détente isotherme

**Définition.** On appelle **diagramme de Clapeyron** la représentation de la pression  $P$  d'un fluide en fonction de son volume massique  $v$ .

**Expérience.** Considérons une *détente isotherme* à une température  $T < T_C$  d'un *corps pur* :



Expérimentalement, on observe (dans le diagramme de Clapeyron) :



- de A à L, la pression diminue dans le liquide. La pente de la courbe est très élevée compte tenu de la très faible compressibilité des liquides (PC idéale) ;
- de L à G, le système est sur le **palier de liquéfaction** (ou **palier de vaporisation**). En effet, le corps pur est diphasé, donc le système est monovariant, or  $T$  est fixée. Donc  $P$  est constante et vaut  $P_{\text{sat}}(T)$  ;
- de G à B, la pression dans le gaz diminue.

**Définition.** Le **réseau d'isothermes d'Andrews** correspond au tracé des *isothermes* dans un *diagramme de Clapeyron* :



- pour  $T < T_C$ , on observe la présence d'un palier de changement d'état ;
- l'isotherme  $T_C$  (**isotherme critique**) s'infléchit au point critique C, donc  $\frac{dP}{dv}(v_C) = 0$  et  $\frac{d^2P}{dv^2}(v_C) = 0$  ;
- Pour  $T > T_C$ , l'isotherme ne présente pas de discontinuité de pente.

*Remarque.* On observe qu'il est préférable de stocker un mélange liquide/gazeux avec une proportion initiale de vapeur suffisamment grande pour avoir  $v > v_C$  pour limiter l'augmentation de la pression en cas d'échauffement accidentel.

### II Théorème des moments

**Théorème** (des moments). *Graphiquement, sur le palier de liquéfaction d'une isotherme  $T$  dans un diagramme de Clapeyron, les titres massiques sont donnés par les rapports de longueurs des segments :*

$$x_l(M) = \frac{MG}{LG} = \frac{v(G) - v(M)}{v(G) - v(L)} \quad \text{et} \quad x_g(M) = \frac{LM}{LG} = \frac{v(M) - v(L)}{v(G) - v(L)}$$

**Méthode.** Pour connaître l'état final lors d'une *vaporisation dans le vide* :

- ① on suppose que tout le liquide s'est vaporisé et on calcule  $P_{\text{éq}}$  ;
- ② si  $P_{\text{éq}} > P_{\text{sat}}$ , c'est faux : on utilise le théorème des moments ;
- ③ si  $P_{\text{éq}} < P_{\text{sat}}$ , l'enceinte ne contient que du gaz.

## 6. Grandeurs thermodynamiques

### I Énergie interne

**Définition.** À tout *système thermodynamique* on peut associer une grandeur  $E$  appelée **énergie totale**, s'exprimant comme somme de deux grandeurs :

$$E = E_m + U$$

où :

- l'**énergie mécanique** s'exprime  $E_m = E_{c,macro} + E_{p,macro}$  ;
- l'**énergie interne** s'exprime  $U = E_{c,micro} + E_{p,micro}$ .

**Propriété** (admis). *L'énergie totale  $E$ , l'énergie mécanique  $E_m$  et l'énergie interne  $U$  sont des fonctions d'état extensives.*

**Propriété.** *Pour un fluide thermoélastique, on peut exprimer  $U$  à  $n$  constant à l'aide d'uniquement deux paramètres, généralement  $T$  et  $V$ . On a alors :*

$$dU = \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV$$

**Définition.** La **capacité thermique à volume constant**  $C_V$  s'exprime :

$$C_V = \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V$$

*Remarque.* Pour une *transformation isochore*, on a donc :

$$dU = C_V dT$$

### II Enthalpie

**Définition.** On définit **enthalpie**  $H$  par la relation :

$$H = U + PV$$

**Propriété.** *L'enthalpie  $H$  est une fonction d'état extensive.*

**Propriété.** *Pour un fluide thermoélastique,  $H$  est une fonction de  $T$  et  $P$ . Sa différentielle s'exprime alors :*

$$dH = \left( \frac{\partial H}{\partial T} \right)_P dT + \left( \frac{\partial H}{\partial P} \right)_T dP$$

**Définition.** La **capacité thermique à pression constante**  $C_P$  s'exprime :

$$C_P = \left( \frac{\partial H}{\partial T} \right)_P$$

*Remarque.* Pour une *transformation isobare*, on a donc :

$$dH = C_P dT$$

### III Entropie

**Définition.** On associe à tout *système thermodynamique* une **entropie**  $S$ .

**Propriété.** *L'entropie  $S$  est une fonction d'état extensive.*

**Définition.** La **température thermodynamique**  $T$  et la **pression thermodynamique**  $P$  sont définies respectivement par :

$$T = \left( \frac{\partial U}{\partial S} \right)_V \quad \text{et} \quad P = - \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_S$$

**Propriété.** *Si on exprime  $U$  en fonction des variables d'état  $S$  et  $V$ , sa différentielle s'exprime (**première identité thermodynamique**) :*

$$dU = T dS - P dV$$

*On en déduit la **deuxième identité thermodynamique** :*

$$dH = T dS + V dP$$

### IV Transition de phase

**Définition.** On appelle **enthalpie massique de transition de phase**  $\Delta h_{1 \rightarrow 2}(T)$  (resp. **entropie massique de transition de phase**  $\Delta s_{1 \rightarrow 2}(T)$ ) à la température  $T$  la différence des enthalpies (resp. entropies) massiques d'un *corps pur* des phases  $\varphi_1$  vers  $\varphi_2$  à la même température  $T$  de changement d'état et à la *pression d'équilibre*  $P_{\text{sat}}(T)$  entre les deux phases :

$$\Delta h_{1 \rightarrow 2}(T) = h_2(T) - h_1(T) \quad (\text{resp. } \Delta s_{1 \rightarrow 2}(T) = s_2(T) - s_1(T))$$

**Propriété.** *L'enthalpie et l'entropie massique de transition de phase à la température  $T$  sont reliées par :*

$$\Delta s_{1 \rightarrow 2}(T) = \frac{\Delta h_{1 \rightarrow 2}(T)}{T}$$

## 7. Cas du GP

### I Énergie interne et enthalpie

**Propriété** (admis). On admet les résultats équivalents suivants pour les GP :

- **première loi de Joule** : l'énergie interne  $U^{\text{GP}}$  ne dépend que de  $T$  ;
- **deuxième loi de Joule** : l'enthalpie  $H^{\text{GP}}$  ne dépend que de  $T$  ;

On en déduit que :

$$dU^{\text{GP}} = C_V dT \quad \text{et} \quad dH^{\text{GP}} = C_P dT$$

**Propriété** (admis). Pour un GP contenant  $N$  atomes ou  $n = \frac{N}{N_A}$  moles,  $C_V$  peut être considérée constante et on a :

- si le gaz est monoatomique (pas de molécules) :

$$C_V^{\text{GPM}} = \frac{3}{2}nR = \frac{3}{2}Nk_B$$

- généralement (pas aux températures extrêmes), s'il est diatomique :

$$C_V^{\text{GPD}} = \frac{5}{2}nR = \frac{5}{2}Nk_B$$

**Propriété.** Les capacités thermiques à volume constant  $C_V$  et à pression constante  $C_P$  sont reliées par la **relation de Mayer** :

$$C_P = C_V + nR$$

**Propriété.** Pour un GP subissant une transformation finie :

$$\Delta U^{\text{GP}} = C_V \Delta T \quad \text{et} \quad \Delta H^{\text{GP}} = C_P \Delta T$$

### II Relations de Laplace

**Définition.** Le coefficient  $\gamma$  des GP est défini par le rapport :

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V}$$

*Remarque.* En particulier :

- pour un GP *monoatomique* on a  $\gamma = \frac{5}{3} \simeq 1,67$  ;
- pour un GP *diatomique* on a  $\gamma = \frac{7}{5} = 1,4$ .

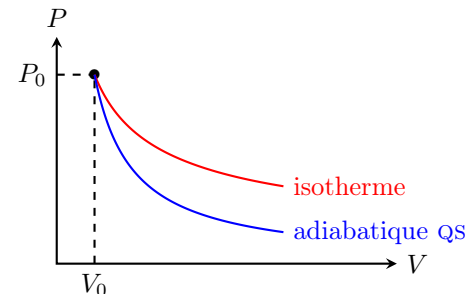
**Propriété.** Pour un GP, on a les relations suivantes :

$$C_V = \frac{nR}{\gamma - 1} \quad \text{et} \quad C_P = \frac{nR\gamma}{\gamma - 1}$$

**Théorème.** Un GP de coefficient  $\gamma$  constant et soumis aux seules forces de pression subissant une transformation adiabatique et QS vérifie les **relations de Laplace** (équivalentes entre elles) :

$$(i) PV^\gamma = \text{cte} \quad (ii) TV^{\gamma-1} = \text{cte} \quad (iii) P^{1-\gamma} T^\gamma = \text{cte}$$

**Propriété.** Dans un **diagramme de Watt** (ou  $(P, V)$ ), une adiabatique QS d'un GP décroît plus rapidement qu'une isotherme partant du même point :



### III Entropie

**Propriété.** L'entropie infinitésimale  $dS^{\text{GP}}$  d'un GP est une fonction de deux variables :

- **fonction de  $T$  et  $V$**  :

$$dS^{\text{GP}} = C_V \frac{dT}{T} + nR \frac{dV}{V}$$

- **fonction de  $T$  et  $P$**  :

$$dS^{\text{GP}} = C_P \frac{dT}{T} - nR \frac{dP}{P}$$

- **fonction de  $P$  et  $V$**  :

$$dS^{\text{GP}} = C_V \frac{dP}{P} + C_P \frac{dV}{V}$$

## 8. Cas de la PC idéale

### I Énergie interne et enthalpie

**Propriété.** Pour une PC idéale, on a :

$$C_V = C_P$$

Il est donc inutile de distinguer  $C_V$  et  $C_P$ , on parle simplement de **capacité thermique**, notée  $C$ .

**Propriété** (admis). L'énergie interne  $U^{\text{PC}}$  et l'enthalpie  $H^{\text{PC}}$  d'une PC idéale ne dépendent que de  $T$ . On a donc :

$$\mathrm{d}U^{\text{PC}} = C \mathrm{d}T \quad \text{et} \quad \mathrm{d}H^{\text{PC}} = C \mathrm{d}T$$

*Remarque.* La *capacité thermique* d'une PC idéale peut généralement être considérée constante sur de larges gammes de températures.

**Propriété.** Pour une PC subissant une transformation finie :

$$\Delta U^{\text{PC}} = C \Delta T \quad \text{et} \quad \Delta H^{\text{PC}} = C \Delta T$$

### II Entropie

**Propriété.** L'entropie infinitésimale  $\mathrm{d}S^{\text{PC}}$  d'une PC idéale s'exprime :

$$\mathrm{d}S^{\text{PC}} = C \frac{\mathrm{d}T}{T}$$

## 9. Travail des forces non conservatives

### I Travail des forces de pression

**Propriété.** Le travail élémentaire des forces de pression s'exerçant sur un système thermodynamique est égal à :

$$\delta W_P = -P_{\text{front}} dV$$

*Remarque.* Pour une transformation QS, l'équilibre mécanique implique que  $P = P_{\text{front}}$ . Le travail des forces de pression s'exprime alors :

$$\delta W_P = -P dV \quad \text{soit} \quad W_{P,I \rightarrow F} = \int_{V_I}^{V_F} -P dV$$

**Propriété.** Dans un diagramme de Watt ( $P, V$ ) ou de Clapeyron : Si  $V_I < V_F$  (resp.  $V_I > V_F$ ), dans le cas d'une détente (resp. compression, l'aire sous la courbe est égale à l'opposé du travail (resp. au travail)  $W_{I \rightarrow F}^{nc}$  reçu par le système :

$$\mathcal{A} = \int_{V_I}^{V_F} P dV = -W_{I \rightarrow F}^{nc} \text{ (resp. } \mathcal{A} = \int_{V_F}^{V_I} P dV = W_{I \rightarrow F}^{nc} \text{)}$$

Ainsi, le travail reçu par le système est négatif (resp. positif). Il cède (resp. reçoit) de l'énergie sous forme de travail.

**Propriété.**  $W_{\text{cycle}} = -\mathcal{A}_{\text{cycle}} < 0$  (resp.  $\mathcal{A}_{\text{cycle}} > 0$ ) si le cycle est parcouru dans le sens des aiguilles d'une montre (resp. le sens inverse) : on dit que le cycle est **moteur** (resp. **récepteur**).

*Remarque.* En pratique, la propriété précédente pourra être utilisée dans le cas où les transformations cycliques étudiées correspondront à des polygones dans un diagramme ( $P, V$ ).

**Propriété** ( $W_P$  pour des transformations usuelles). — Transformation isochore :  $\delta W_P = 0$  et  $W_P = 0$

— Transformation monobare à  $P_0$  :  $W_P = -P_0(V_F - V_I)$

— Transformation QS isotherme à  $T_0$  d'un GP à  $n$  constant :  $W_P = -nRT_0 \ln \left( \frac{V_F}{V_I} \right)$

**Propriété.** Le travail électrique élémentaire  $\delta W_{lec}$  reçu entre les dates  $t$  et  $t + dt$  par un dipôle parcouru par un courant d'intensité  $i(t)$  et soumis à la tension  $u(t)$  en convention récepteur est :

$$\delta W_{lec} = u(t)i(t)dt$$