

Physique (MPSI)
Année scolaire 2017-2018

Cours de N. TANCREZ



Lycée Saint-Louis

TABLE DES MATIÈRES

I	SIGNAUX HARMONIQUES ET PROPAGATION	5
1.	Oscillateur harmonique	6
2.	Propagation d'un signal	7
3.	Ondes progressives sinusoïdales	8
4.	Interférences	9
5.	Ondes stationnaires	10
6.	Diffraction	11
II	OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE	13
1.	Description ondulatoire de la lumière	14
2.	Modèle géométrique de la lumière	15
3.	Systèmes optiques	16
4.	Systèmes centrés	17
5.	Foyers et plans focaux	18
6.	Miroir et dioptre plan	19
7.	Lentilles minces sphériques	20
8.	LMS dans les conditions de Gauss	21
9.	Association de LMS	22
III	THERMODYNAMIQUE	23
1.	Description d'un système thermodynamique	24
2.	Transformation thermodynamique	25
3.	États de la matière	26
4.	Corps purs	27
5.	Corps purs diphasés	28
6.	Fonctions d'état de la thermodynamique	29
7.	Cas du GP	30
8.	Cas de la PC idéale	31
9.	Travail des forces non conservatives	32
10.	Principes de la thermodynamique	33

I

SIGNAUX HARMONIQUES ET PROPAGATION

1. Oscillateur harmonique

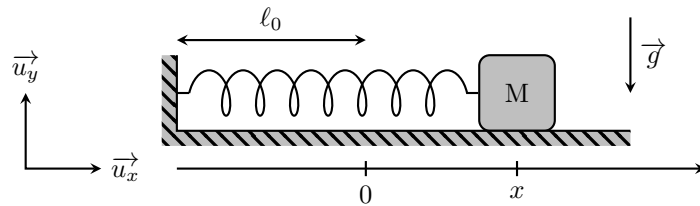
I Équation différentielle

Définition. Un oscillateur harmonique à un degré de liberté est un système dont l'évolution est régie par une grandeur $x(t)$ solution de :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$$

pour une certaine constante ω_0 , appelée **pulsation propre** de l'oscillateur.

Exemple. Un objet mobile M de masse m fixé en son centre à un ressort horizontal linéaire de raideur k , de longueur à vide ℓ_0 et de masse négligeable est un oscillateur harmonique lorsque les frottements sont négligés.



En effet, l'écart x à la position d'équilibre est alors solution de l'équation de l'oscillateur harmonique de pulsation propre $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

II Étude des solutions

Propriété. Les solutions de l'équation de l'oscillateur harmonique de pulsation propre ω_0 et d'inconnue x s'écrivent :

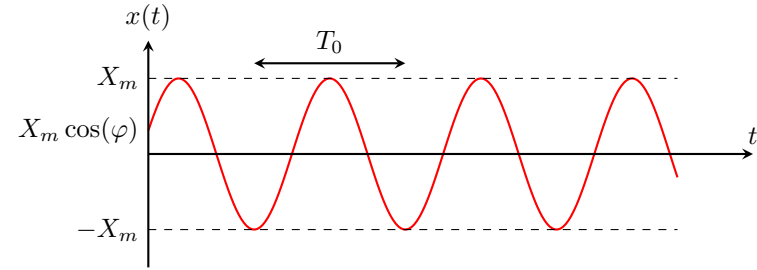
$$x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad \text{ou} \quad x(t) = A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t)$$

où les couples X_m et φ d'une part, et A et B de l'autre, sont des couples de **constantes d'intégration** que l'on obtient à l'aide des conditions initiales. On passe d'une écriture à l'autre à l'aide des relations :

$$X_m = \sqrt{A^2 + B^2} \quad \text{et} \quad \tan \varphi = -\frac{B}{A}$$

Remarque. La première écriture montre que les solutions sont *sinusoïdales*.

Définition. La **période propre** T_0 d'un oscillateur est définie comme étant la période de ses oscillations :



On définit de plus la **fréquence propre** $f_0 = \frac{1}{T_0}$.

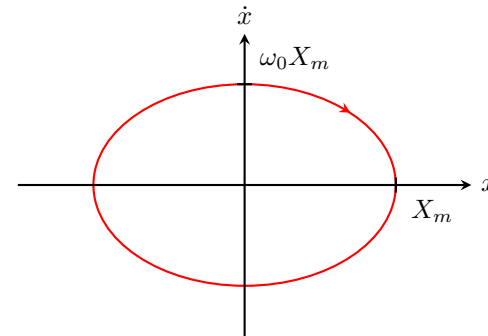
Propriété. La période propre T_0 s'exprime :

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

On remarque que T_0 est indépendante des conditions initiales : on parle d'**isochronisme des oscillations**.

III Portrait de phase

Propriété. Les trajectoires de phase d'un oscillateur harmonique sont des ellipses de demi-axes X_m et $\omega_0 X_m$:



2. Propagation d'un signal

I Signaux et ondes

Définition. Un **signal** est une fonction $s(t)$ décrivant les variations d'une grandeur physique au cours du temps. Un signal défini en tout point d'une région de l'espace est appelé **onde**, et est décrit à l'aide d'une fonction $s(M, t)$.

Vocabulaire. Ces signaux sont à connaître :

- un **signal acoustique** est constitué des variations de la pression et de la masse volumique d'un *milieu matériel*, et de la vitesse des particules ;
- un **signal électrique** est constitué des variations de l'intensité et de la tension dans un circuit ;
- un **signal électromagnétique** décrit les variations des champs électrique et magnétique dans le milieu de propagation.

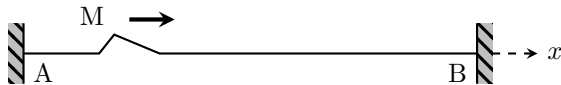
II Ondes progressives unidimensionnelles

Définition. Une **onde unidimensionnelle** ne dépendant que d'une coordonnée le long d'un certain axe. En alignant Ox sur ce dernier, on a :

$$s(M, t) = s(x, t)$$

Définition. Une **onde progressive unidimensionnelle** correspond à la propagation d'un signal dans une unique direction de l'espace à une vitesse $c > 0$ appelée **célérité** de l'onde. Si l'onde se propage vers les x décroissants, on parle d'onde **régressive**.

Exemple. On considère une corde tendue entre deux extrémités A et B, que l'on perturbe en soulevant légèrement un point M au voisinage de A. On constate alors que cette perturbation se propage vers B : c'est une onde progressive se dirigeant vers x croissants :



La déformation est ici *orthogonale* à la direction de propagation : on parle de **polarisation transverse** (par opposition à une **polarisation longitudinale**, comme celle d'une onde sonore, où la direction de propagation est la même que la direction de la perturbation).

Remarque. On constate sur cet exemple qu'une onde ne correspond pas à un transfert de matière.

Propriété. Dans le cas où la célérité c d'une onde progressive unidimensionnelle est constante et que celle-ci se propage sans déformation vers les x croissants (resp. décroissants), on a :

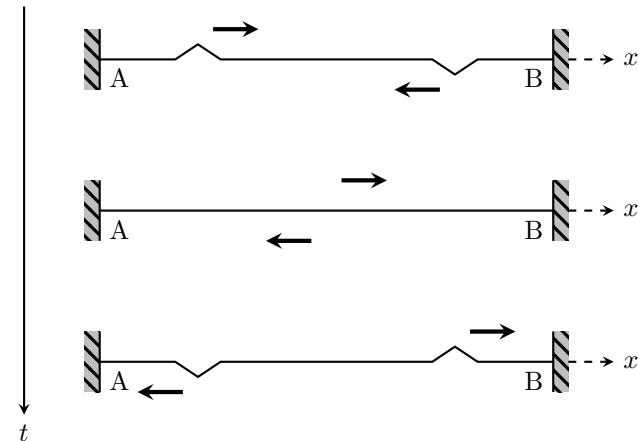
$$s(x, t) = f(x - ct) \quad (\text{resp. } s(x, t) = f(x + ct))$$

III Principe de superposition

Propriété (admis). Si $s_1(x, t)$ et $s_2(x, t)$ sont deux ondes coexistant dans un même milieu, alors le **principe de superposition** dit qu'elles se superposent sans interagir. Le milieu peut donc être considéré comme étant siège d'une unique onde $s(x, t)$ telle que :

$$s(x, t) = s_1(x, t) + s_2(x, t)$$

Exemple. Sur une corde où coexistent une onde progressive et une onde régressive correspondant à la propagation de deux déformations « inverses », il existe un instant où la corde n'est pas déformée :



3. Ondes progressives sinusoïdales

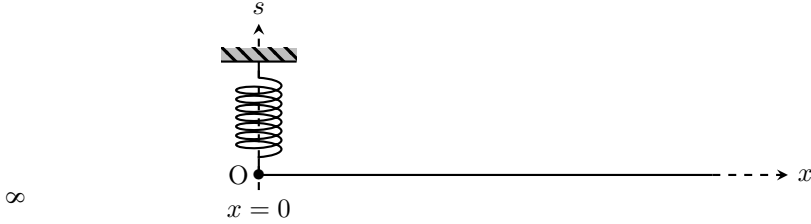
I Généralités

Définition. Une **onde progressive sinusoïdale (ou harmonique) unidimensionnelle** (ou **OPS**) est une onde progressive qui s'exprime si elle se propage vers les x croissants (resp. décroissants) :

$$s(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi) \quad (\text{resp. } s(x, t) = A \cos(\omega t + kx + \varphi))$$

avec ω la **pulsation**, k le **nombre d'onde** et φ la **phase à l'origine**.

Exemple. On considère une corde supposée semi-infinie dans le sens des x croissants, dont l'extrémité O est fixée à un ressort vertical :



Lorsque l'extrémité O du ressort est écarté de sa position d'équilibre, il se met à vibrer sinusoïdalement (oscillateur harmonique). La perturbation en $x = 0$ s'écrit alors :

$$s(0, t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

En réponse à cette excitation, une onde transverse, que l'on suppose non amortie et de célérité c constante, se propage vers les x croissants :

$$s(x, t) = f(x - ct) = s\left(0, t - \frac{x}{c}\right) = A \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{c}x + \varphi\right)$$

L'onde ainsi créée est une OPS.

Propriété. Une OPS présente une **double périodicité** :

- une périodicité temporelle, caractérisée par la **période** $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ou bien la **fréquence** $\nu = \frac{1}{T}$;
- une périodicité spatiale, caractérisée par la **longueur d'onde** $\lambda = \frac{2\pi}{k}$.

Propriété. Les grandeurs caractéristiques d'une OPS sont reliées par les **relations de dispersion** (équivalentes entre elles) :

$$(i) \ k = \frac{\omega}{c} \quad (ii) \ c = \lambda \nu \quad (iii) \ \lambda = cT$$

II Déphasage

Définition. Deux *signaux sinusoïdaux* sont **synchrones** s'ils ont même pulsation ω ou, de manière équivalente, même fréquence ν ou même période T .

Définition. Le **déphasage** $\Delta\varphi$ de deux *signaux sinusoïdaux synchrones*

$$\begin{cases} s_1(t) = A_1 \cos(\phi_1(t)) & \text{avec } \phi_1(t) = \omega t + \varphi_1 \\ s_2(t) = A_2 \cos(\phi_2(t)) & \text{avec } \phi_2(t) = \omega t + \varphi_2 \end{cases}$$

est l'unique réel de $] -\pi, \pi]$ tel que :

$$\Delta\varphi \equiv \phi_2(t) - \phi_1(t) \equiv \varphi_2 - \varphi_1 \pmod{2\pi}$$

Propriété. Soit $s_1(t)$ et $s_2(t)$ deux signaux sinusoïdaux synchrones de pulsation ω , t_1 et t_2 deux instants tels que :

$$s_1(t_1) = s_2(t_2) \quad \text{et} \quad \frac{ds_1}{dt}(t_1) = \frac{ds_2}{dt}(t_2)$$

Alors :

$$\Delta\varphi \equiv -\omega(t_2 - t_1) \pmod{2\pi}$$

Vocabulaire. Soit $s_1(t)$ et $s_2(t)$ deux *signaux sinusoïdaux synchrones*, on note $\Delta\varphi$ leur déphasage. On dit que :

- s_2 est en **avance de phase** (resp. **retard de phase**) sur s_1 lorsque $\Delta\varphi > 0$ (resp. $\Delta\varphi < 0$) ;
- s_1 et s_2 sont en **phase** lorsque $\Delta\varphi = 0$;
- s_1 et s_2 sont en **opposition de phase** lorsque $\Delta\varphi = \pi$;
- s_1 et s_2 sont en **quadrature** lorsque $\Delta\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$.

III De l'OPS à la vibration quelconque

Propriété (admis). Une vibration quelconque peut toujours être exprimée comme une somme d'OPS en utilisant la **transformation de Fourier**.

4. Interférences

I Phénomène

Définition. On appelle **phénomène d'interférences** la superposition de plusieurs OPS *synchrones*.

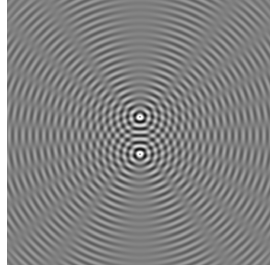


Figure d'interférences à la surface d'une cuve à ondes

⊙ **Propriété.** Soit $s_1(M, t)$ et $s_2(M, t)$ deux OPS synchrones de pulsation ω :

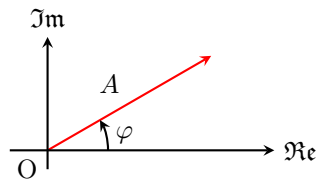
$$\begin{cases} s_1(M, t) = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1(M)) \\ s_2(M, t) = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2(M)) \end{cases}$$

Alors l'onde $s(M, t)$ résultant de la superposition de $s_1(M, t)$ et $s_2(M, t)$ a en tout point M la forme d'un signal sinusoïdal de même pulsation ω :

$$s(M, t) = s_1(M, t) + s_2(M, t) = A_r(M) \cos(\omega t + \varphi_r(M))$$

II Représentation de Fresnel

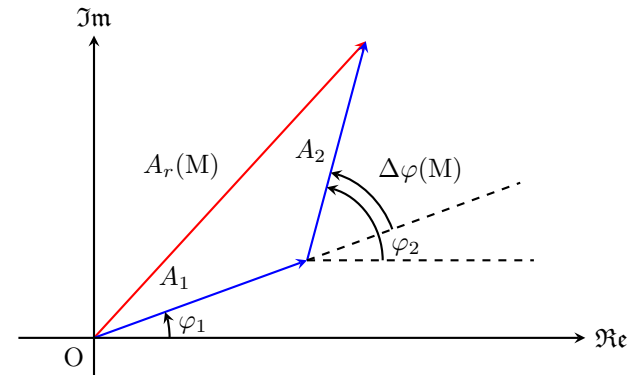
Définition. La **représentation de Fresnel** d'un signal sinusoïdal $A \cos(\omega t + \varphi)$ est le vecteur du plan complexe d'amplitude A et faisant un angle φ avec l'axe des réels :



Propriété (admis). La représentation de Fresnel de la somme de deux signaux sinusoïdaux synchrones est la somme des leurs.

Propriété. En reprenant les notations précédentes, on a :

$$A_r(M)^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi(M)$$



III Cas particuliers

Propriété. Toujours avec les notations précédentes, pour M un point quelconque de l'espace, si les deux ondes $s_1(M, t)$ et $s_2(M, t)$:

- arrivent en phase en M , c'est-à-dire si $\Delta\varphi(M) = 0$, alors l'amplitude résultante $A_r(M)$ est maximale et vaut :

$$A_r(M) = A_1 + A_2$$

On parle alors d'**interférences constructives** ;

- arrivent en opposition de phase en M , c'est-à-dire si $\Delta\varphi(M) = \pi$, alors $A_r(M)$ est minimale et vaut :

$$A_r(M) = |A_1 - A_2|$$

On parle d'**interférences destructives**.

5. Ondes stationnaires

I Ondes stationnaires sinusoïdales

Définition. Une **onde stationnaire unidimensionnelle** est une onde unidimensionnelle pouvant s'exprimer sous la forme :

$$s(x, t) = f(x)g(t)$$

Définition. Une **onde stationnaire sinusoïdale unidimensionnelle** (ou **OSS**) est une onde stationnaire unidimensionnelle dont les composantes temporelle et spatiale sont sinusoïdales :

$$s(x, t) = C \cos(kx + \varphi) \cos(\omega t + \psi)$$

Propriété. La superposition de deux OPS synchrones de même amplitude et contre-propageantes donne naissance à une OSS.

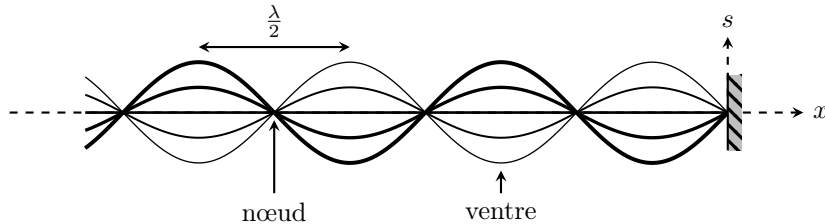
Exemple. Considérons une corde semi-infinie dans la direction des x décroissants, fixée en son extrémité au point O, sur laquelle on envoie un OPS se dirigeant vers les x croissants $A \cos(\omega t - kx)$. On suppose que l'onde se réfléchit en $x = 0$, donnant naissance à une OPS régressive de même pulsation ω et nombre d'onde k , dont on montre qu'elle s'écrit $-A \cos(\omega t + kx)$. Finalement, d'après le principe de superposition, les oscillations de la corde s'écrivent :

$$s(x, t) = A \cos(\omega t - kx) - A \cos(\omega t + kx) = 2A \sin(kx) \sin(\omega t)$$

Vocabulaire. En un point d'abscisse x , les oscillations au cours du temps d'une OSS $s(x, t) = C \cos(kx + \varphi) \cos(\omega t + \psi)$ sont d'amplitude $C|\cos(kx + \varphi)|$. On dit que x est :

- un **ventre** de vibration si $\cos(kx + \varphi) = \pm 1$ (amplitude maximale) ;
- un **nœud** de vibration si $\cos(kx + \varphi) = 0$ (amplitude nulle) ;

Propriété. Deux nœuds ou ventres successifs sont distants de $\frac{\lambda}{2}$:



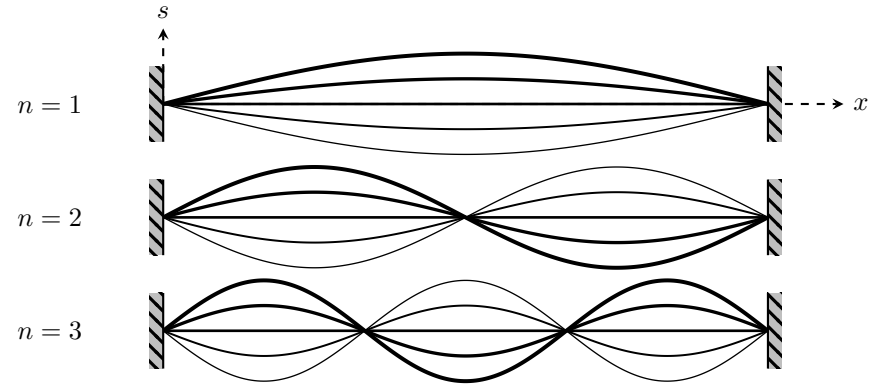
II Modes propres d'une cavité

Définition. Les **modes propres** de vibration d'une cavité sont les OSS susceptibles d'y perdurer.

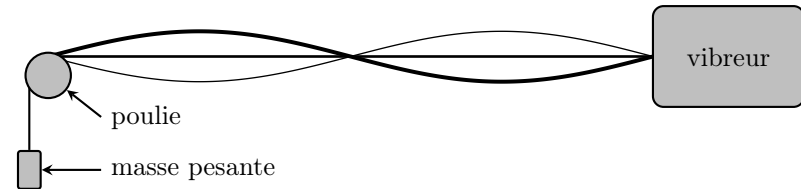
Propriété. Les longueurs d'onde λ_n (et donc les fréquences ν_n) accessibles aux modes propres d'une cavité de longueur L sont quantifiées, du fait des conditions aux limites :

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad \left(\text{donc } k_n = n \frac{\pi}{L} \right) \quad \text{et} \quad \nu_n = n \frac{c}{2L} \quad \left(\text{donc } \omega_n = n \frac{\pi c}{L} \right)$$

On peut donc représenter l'allure des premiers modes propres n de vibration :



Expérience. En pratique on peut utiliser une **corde de Melde** (et un stroboscope) pour visualiser les modes propres :



Propriété (admis). Une vibration quelconque perdurant dans une cavité peut toujours être exprimée comme une somme de modes propres.

6. Diffraction

I Phénomène

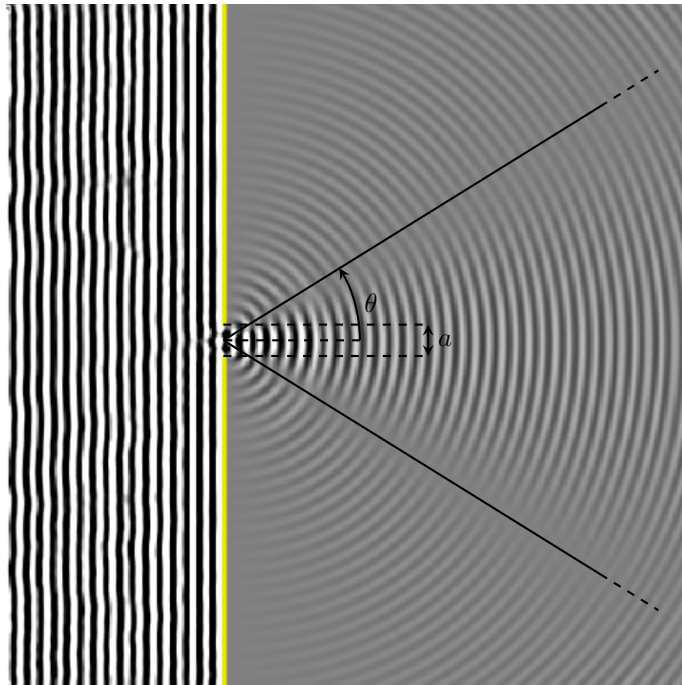
Définition. Le **phénomène de diffraction** est le comportement des OPS en présence d'obstacles.

Remarque. Ce phénomène n'est donc pas perceptible pour de trop grandes valeurs de a , c'est à dire telles que $a \gg \lambda$.

II Diffraction à travers une fente

Propriété (admis). *Lorsqu'une OPS plane de longueur d'onde λ traverse une fente de largeur a perpendiculaire à son sens de propagation, elle ressort en divergeant. L'amplitude diffractée est importante dans un secteur dont le sommet est le centre de la fente et de demi-ouverture angulaire θ tel que :*

$$\sin \theta \simeq \frac{\lambda}{a}$$



II

OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE

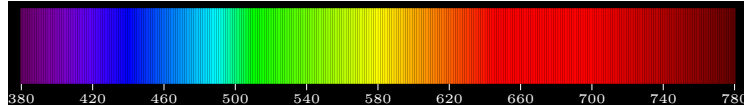
1. Description ondulatoire de la lumière

I Spectres d'émission

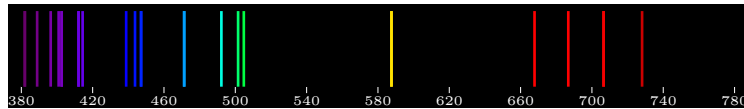
Définition. Le **spectre d'émission** d'une source lumineuse est l'ensemble des fréquences ν (ou des longueurs d'onde λ_0 dans le vide correspondantes) contenues dans le rayonnement émis par cette source.

Vocabulaire. On distingue trois grandes catégories de spectres :

- Le **spectre d'émission continu** se présente sous la forme d'une bande colorée ininterrompue. Il est caractéristique des *corps chauds et denses*. C'est par exemple le cas du filament d'une lampe à incandescence, ou bien de la surface des étoiles.

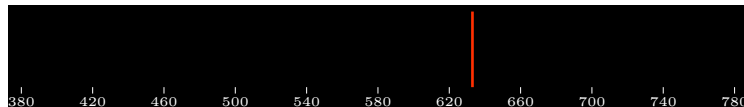


- Un **spectre d'émission de raies** ne contient qu'un nombre restreint de radiations quasi-monochromatiques appelées **raies**. Il est émis par un *gaz chaud et à basse pression*. En pratique, les lampes à décharge contenant un gaz ou des vapeurs métalliques donnent ce type de spectre.



Spectre d'émission de l'atome d'hélium

- Le **spectre d'émission monochromatique** ne contient qu'une seule raie. Une source associée à ce type de spectre est dite **monochromatique**.



Spectre d'émission d'un LASER hélium-néon

II Propagation

Définitions. Un milieu est :

- **transparent** lorsque l'extinction de la lumière y est négligeable ;
- **homogène** si ses propriétés physiques sont identiques en tout point ;
- **isotrope** si ses propriétés physiques ne dépendent pas de la direction.

Quand un milieu a toutes ces propriétés, on parle de **milieu MTHI** (ou **MTHI**).

Définition. On note $v(\lambda_0) \leq c$ la vitesse de propagation d'une onde électromagnétique de longueur d'onde λ_0 dans le vide dans un MTHI. On appelle alors **indice de réfraction** de ce milieu pour λ_0 le scalaire :

$$n(\lambda_0) = \frac{c}{v(\lambda_0)} \quad \text{avec } n(\lambda_0) \geq 1$$

Le milieu est dit **dispersif** lorsque n dépend de λ_0 .

Remarque. Tous les milieux sauf le vide sont plus ou moins dispersifs.

Propriété (admis). Les MTHI ont un indice de réfraction qui suit généralement la **loi de Cauchy** :

$$n(\lambda_0) = A + \frac{B}{\lambda_0^2} \quad \text{avec } A, B \geq 0 \text{ des constantes du milieu}$$

Propriété (admis). Dans un MTHI, les grandeurs λ et ν d'une onde électromagnétique sont reliées par la **relation de dispersion** $v = \lambda\nu$.

Propriété. On considère une onde électromagnétique de longueur d'onde λ_0 dans le vide et λ dans un MTHI. Alors :

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n(\lambda_0)} \quad \text{et donc } \lambda \leq \lambda_0$$

Remarque. La couleur perçue d'un rayonnement visible dépend seulement de sa fréquence ν donc de sa longueur d'onde dans le vide λ_0 , pas de sa longueur d'onde dans le milieu λ .

2. Modèle géométrique de la lumière

I Approximation de l'optique géométrique

Définition. Un **rayon lumineux** est une ligne de l'espace qui correspond à la direction de propagation de l'énergie lumineuse. Un large ensemble de ces rayons est appelé **faisceau lumineux**.

Définition. L'optique géométrique repose sur plusieurs principes :

- (i) **Indépendance des rayons lumineux** : les rayons lumineux n'interagissent pas entre eux, donc leurs trajectoires sont indépendantes ;
- (ii) **Propagation rectiligne de la lumière** : dans un MTHI, les rayons lumineux sont des droites car la lumière s'y propage en ligne droite ;
- (iii) **Retour inverse de la lumière** : dans un milieu isotrope et transparent, le trajet suivi par la lumière entre deux points est indépendant de son sens de propagation.

Propriété (admis). *Les lois de l'optique géométrique sont valables tant que les caractéristiques des milieux traversés (en particulier l'indice optique) varient peu à l'échelle de l'onde, soit :*

$$a \gg \lambda$$

avec λ la longueur d'onde et a la dimension caractéristique de variation des propriétés avec lesquels elle interagit. Lorsque cette condition est respectée, on peut se placer dans l'**approximation de l'optique géométrique**.

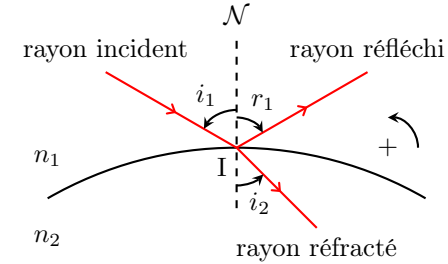
II Lois de Snell-Descartes

Définition. On appelle **dioptre** la frontière séparant deux MTHI d'indices différents.

Propriété (admis). *Lorsqu'un rayon lumineux (alors appelé **rayon incident**) rencontre un dioptre, il donne naissance à un **rayon réfléchi** et éventuellement à un **rayon réfracté** (de l'autre côté du dioptre).*

Théorème (admis). *Les lois de Snell-Descartes s'appliquent dès lors qu'un rayon incident rencontre un dioptre séparant deux MTHI d'indices de réfraction n_1 et n_2 :*

- (1) *le rayon réfléchi et le rayon réfracté (lorsqu'il existe) sont contenus dans le **plan d'incidence**, qui est le plan contenant le rayon incident et la normale \mathcal{N} au dioptre au point d'incidence I. On a donc le schéma suivant :*



- (2) *les angles d'incidence i_1 et de réflexion r_1 sont opposés :*

$$r_1 = -i_1$$

- (3) *les angles d'incidence i_1 et de réfraction i_2 suivent la relation :*

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

Définition. On dit qu'un milieu d'indice n_1 est moins **réfringent** qu'un autre d'indice n_2 si $n_1 < n_2$.

Propriété. *Lorsque la lumière se propage d'un milieu n_1 vers un milieu plus réfringent n_2 , elle se réfracte en se rapprochant de la normale. De plus, on a toujours $i_2 < i_{2,\text{lim}}$, où l'**angle de réfraction limite** $i_{2,\text{lim}}$ est tel que :*

$$\sin i_{2,\text{lim}} = \frac{n_1}{n_2}$$

Propriété. *Lorsque la lumière se propage d'un milieu n_1 vers un milieu moins réfringent n_2 , il existe un **angle d'incidence limite** $i_{1,\text{lim}}$ vérifiant :*

$$\sin i_{1,\text{lim}} = \frac{n_2}{n_1}$$

tel que :

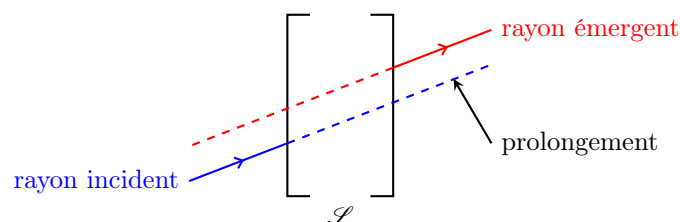
- si $i_1 \leq i_{1,\text{lim}}$, la lumière se réfracte en s'éloignant de la normale ;
- sinon la lumière est totalement réfléchiée : on parle de **réflexion totale**.

3. Systèmes optiques

I Systèmes optiques

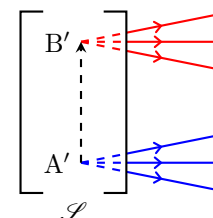
Définition. Un **système optique** \mathcal{S} est un ensemble de milieux séparés par des surfaces réfractantes (dioptries) ou réfléchissantes (miroirs).

Définition. On appelle **rayon incident** (resp. **émergent**) un rayon lumineux arrivant sur le (resp. ressortant du) système optique dans le *sens de propagation de la lumière* :



à part entière, il est potentiellement capable d'observer tout type d'objet ou d'image pour un autre système optique.

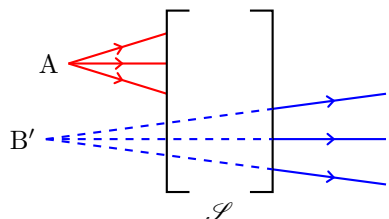
Définitions. Un **objet étendu** (resp. **image étendue**) est un ensemble de *points objets* (resp. *images*) conjoints.



Ici, $A'B'$ est une image étendue, virtuelle (donc en pointillés)

II Objets et images

Définitions. On appelle **objet ponctuel** (resp. **image ponctuelle**) ou **point objet** (resp. **point image**) pour un certain système optique l'intersection des *rayons incidents* (resp. *émergents*) (caractère **réel**) ou de leurs prolongements (caractère **virtuel**).

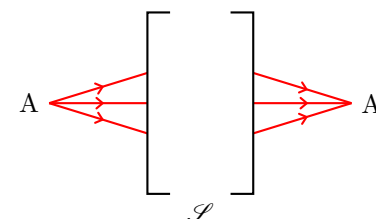


Ici, A est un objet réel pour \mathcal{S} et B' est une image virtuelle

Remarque. Les objets et images virtuels ne sont *pas visibles par un capteur* car l'énergie lumineuse ne s'y concentre pas. L'œil étant un système optique

III Stigmatisme

Définition. Un système optique \mathcal{S} est dit **rigoureusement stigmatique** pour un couple de points A et A' si les *rayons incidents* issus du *point objet* A ne donnent lieu, après avoir traversé \mathcal{S} , qu'à un unique *point image*, A' :



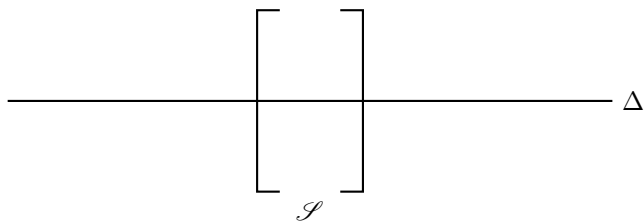
On dit alors que A et A' sont **conjugués** par \mathcal{S} (ou que A' est l'image de A par \mathcal{S}), ce que l'on note $A \xrightarrow{\mathcal{S}} A'$.

Remarque. Lorsque l'image d'un point A par \mathcal{S} n'est pas rigoureusement ponctuelle mais est une tâche de faible dimension, on parle de **stigmatisme approché** (et on continue de noter $A \xrightarrow{\mathcal{S}} A'$).

4. Systèmes centrés

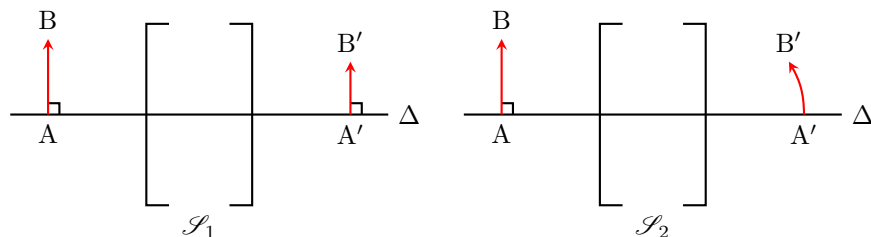
I Systèmes centrés

Définition. Un *système optique* est **centré** s'il possède un axe de révolution, alors appelé **axe optique** et noté Δ . On le schématise alors :



Propriété. L'image d'un objet situé sur l'axe optique d'un système centré et stigmatique est également située sur l'axe optique.

Définition. Un *système centré* est **rigoureusement aplanétique** si l'image $A'B'$ de tout objet AB plan et perpendiculaire à son axe optique l'est aussi.



Le système optique \mathcal{S}_1 est aplanétique, contrairement à \mathcal{S}_2

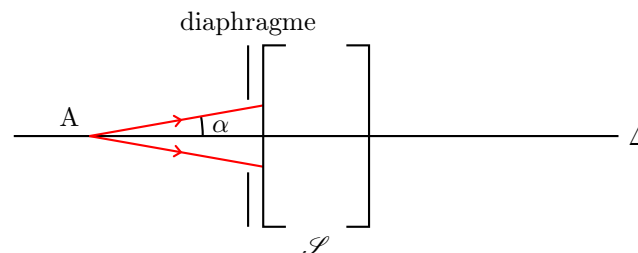
Remarque. Dans la plupart des instruments d'optique réels, l'aplanétisme est réalisé pour les points situés *au voisinage de* Δ . On parle d'**aplanétisme approché**.

II Conditions de Gauss

Définition. Les **conditions de Gauss** pour un *système centré* consiste à n'utiliser que des **rayons paraxiaux**, c'est-à-dire proches de l'axe optique et

peu inclinés par rapport à celui-ci.

Remarque. On se place en pratique dans les *conditions de Gauss* en *diaphragmant* le système et en observant des objets petits ou éloignés :



Définition. L'**approximation de Gauss** (ou **approximation des petits angles**) consiste à confondre fonctions trigonométriques et approximation affine :

$$\text{--- } \cos \alpha \simeq 1 \quad \text{--- } \sin \alpha \simeq \alpha \text{ (mais } \sin^2 \alpha \simeq \alpha^2 \simeq 0) \quad \text{--- } \tan \alpha \simeq \alpha$$

Propriété. Les conditions de Gauss permettent d'obtenir un *stigmatisme* et un *aplanétisme approché*, et d'utiliser l'*approximation de Gauss*.

III Relation de conjugaison et grandissement

Définition. On appelle **relation de conjugaison** la relation algébrique liant les positions d'un objet et de son image par un système optique. Lorsque ce dernier est *centré*, on se contente en pratique d'objets (et donc d'images) situés sur l'axe optique.

Définition. Pour un objet AB *perpendiculaire* à l'axe optique d'image $A'B'$ également *perpendiculaire* à l'axe optique, on définit le **grandissement transversal** γ par :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

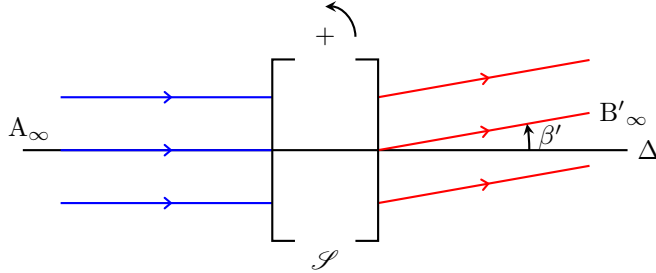
Vocabulaire. On dit que l'image est :

- **plus grande** (resp. **plus petite**) que l'objet si $|\gamma| > 1$ (resp. $|\gamma| < 1$) ;
- **droite** (resp. **renversée**) si $\gamma > 0$ (resp. $\gamma < 0$).

5. Foyers et plans focaux

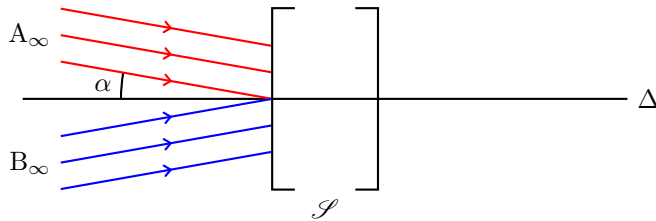
I Objets et images à l'infini

Définitions. Un **objet ponctuel à l'infini** (resp. **image ponctuelle à l'infini**) est un faisceau de *rayons incidents* (resp. *émergents*) parallèles, que l'on repère à l'aide de son inclinaison par rapport à l'axe optique.



A_∞ à l'infini sur l'axe optique, B'_∞ est situé à l'infini hors axe optique ($\beta' \neq 0$)

Définition. Lorsqu'un objet étendu $A_\infty B_\infty$ plan et centré sur l'axe optique est situé à l'infini, on dit qu'il possède un **diamètre angulaire** (ou **diamètre apparent**) 2α , où le **rayon angulaire** (ou **rayon apparent**) α désigne l'angle des faisceaux issus de A_∞ et B_∞ avec l'axe optique :

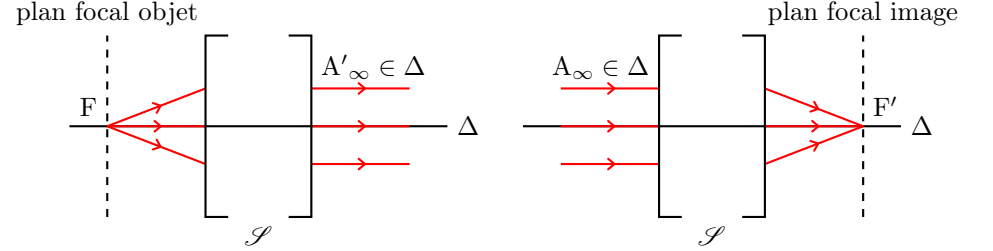


II Foyers et plans focaux

Définitions. Le **foyer objet** F (resp. **foyer image** F') est le *point objet* (resp. *point image*) dont le conjugué se trouve à l'infini sur Δ :

$$F \xrightarrow{\mathcal{S}} A'_\infty \in \Delta \quad \text{et} \quad A_\infty \in \Delta \xrightarrow{\mathcal{S}} F'$$

On appelle **plan focal objet** (resp. **plan focal image**) le plan transversal passant par F (resp. par F').



Propriété. Tout rayon incident passant par F (resp. parallèle à Δ) émerge du système optique parallèlement à Δ (resp. en passant par F').

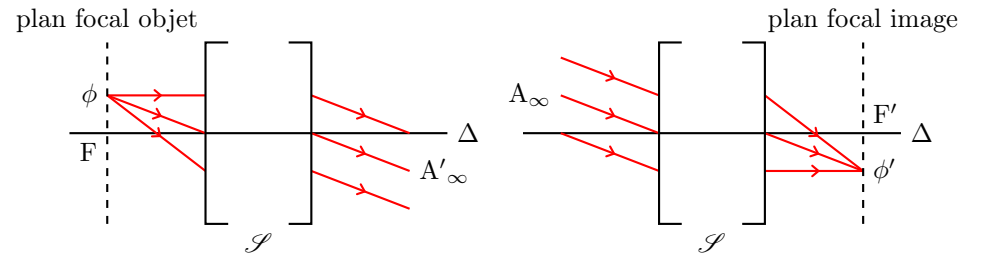
Propriété (admis). Tout système centré étudié dans les conditions de Gauss possède un **foyer image** et un **foyer objet**.

Vocabulaire. Dans le cas particulier où F et F' sont rejetés à l'infini, le système est dit **afocal**.

Définitions. On appelle **foyer secondaire objet** ϕ (resp. **foyer secondaire image** ϕ') tout point du *plan focal objet* (resp. *plan focal image*).

Propriété. Par *aplanétisme*, le conjugué d'un foyer secondaire objet ϕ (resp. foyer secondaire image ϕ') est un point situé à l'infini :

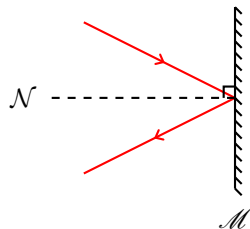
$$\phi \xrightarrow{\mathcal{S}} A'_\infty \quad (\text{resp. } A_\infty \xrightarrow{\mathcal{S}} \phi')$$



6. Miroir et dioptre plan

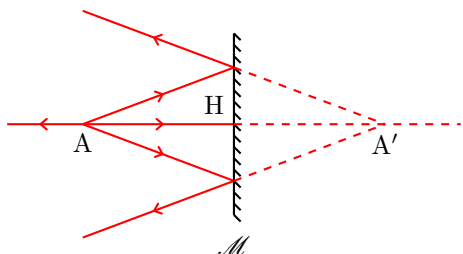
I Miroir plan

Définition. On modélise un **miroir plan** \mathcal{M} par une surface plane parfaitement réfléchissante :



Propriété. Un miroir plan est rigoureusement stigmatique et aplanétique.

Propriété. Soit A un point objet d'image A' par \mathcal{M} et de projeté orthogonal H sur le plan de \mathcal{M} :



La relation de conjugaison du miroir plan s'écrit alors :

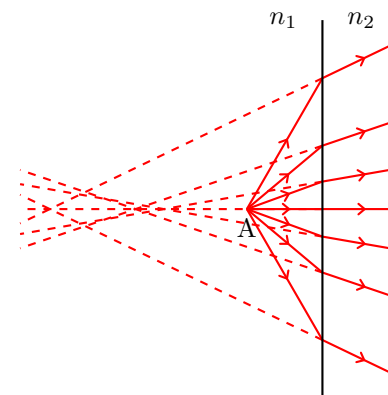
$$\overline{AH} + \overline{A'H} = 0$$

Propriété. Un objet plan AB parallèle au plan de \mathcal{M} d'image A'B' a pour grandissement transversal :

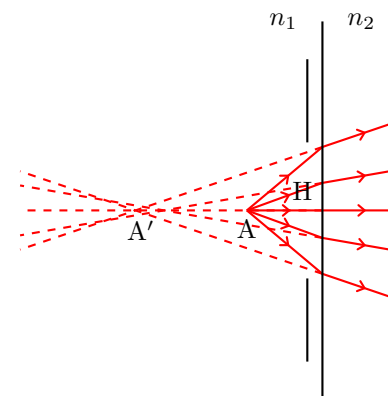
$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = 1$$

II Dioptre plan

Propriété. Un dioptre plan \mathcal{D} n'est pas rigoureusement stigmatique (et donc pas rigoureusement aplanétique) :



Propriété. Les conditions de Gauss permettent un stigmatisme approché :



La relation de conjugaison du dioptre plan s'écrit alors :

$$\frac{n_1}{\overline{AH}} = \frac{n_2}{\overline{A'H}}$$

7. Lentilles minces sphériques

I Présentation générale

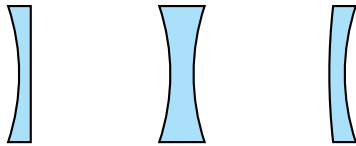
Définition. On appelle **lentille sphérique** tout *système optique centré* consistant en la succession de deux dioptries sphériques (l'axe optique passe alors par les centres de ceux-ci) ou bien d'un dioptre plan et d'un dioptre sphérique.

Vocabulaire. On distingue deux grandes catégories de lentilles :

- les **lentilles convergentes**, plus épaisses au centre que sur les bords :



- les **lentilles divergentes**, plus épaisses sur les bords qu'au centre :

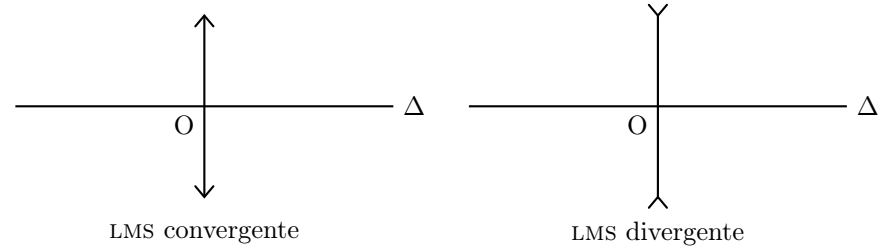


est dite **mince** (ou **LMS**) lorsque son épaisseur e est très petite à la fois devant les rayons de courbure R_1 et R_2 des dioptries qui la délimitent, et devant leur différence :

$$— e \ll R_1 \quad — e \ll R_2 \quad — e \ll |R_1 - R_2|$$

Dans ce cas, $O \simeq S_1 \simeq S_2$ est appelé **centre de la lentille**.

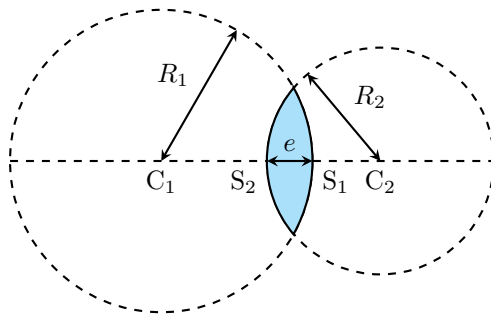
Remarque. On schématise une LMS différemment selon qu'elle est convergente ou non :



II Stigmatisme et aplanétisme

Propriété (admis). Dans les LMS, il y a absence de stigmatisme (et donc d'aplanétisme) rigoureux. Toutefois, il y a stigmatisme et aplanétisme approché dans les conditions de Gauss.

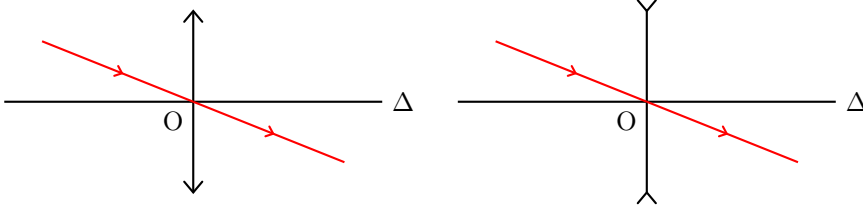
Propriété. Une lentille sphérique, schématisée ci-dessous :



8. LMS dans les conditions de Gauss

I Points particuliers

Propriété. Un rayon passant par le centre optique d'une LMS n'est pas dévié.



Définitions. On définit la **distance focale objet** f (resp. **distance focale image** f') d'une LMS par :

$$f = \overline{OF} \quad (\text{resp. } f' = \overline{OF'})$$

Propriété. Les distances focales image et objet d'une LMS sont opposées :

$$f' = -f$$

Définition. La **vergence** V d'une LMS est définie par :

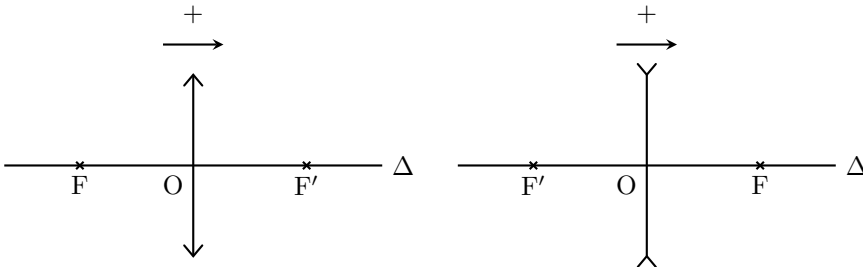
$$V = \frac{1}{f'}$$

Remarque. V s'exprime généralement en **dioptries** $\delta \equiv \text{m}^{-1}$.

Propriété. Une LMS convergente (resp. divergente) est caractérisée par :

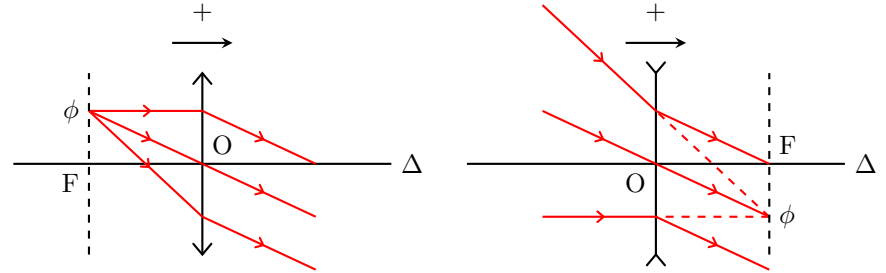
$$f' > 0 \quad (\text{resp. } f' < 0) \quad \text{ou} \quad V > 0 \quad (\text{resp. } V < 0)$$

Ainsi ses foyers objet et image sont réels (resp. virtuels) :



Propriétés. Le conjugué d'un point objet ϕ situé dans le plan focal objet (resp. d'un point image ϕ' situé dans le plan focal image) est un point image (resp. point objet) à l'infini dans la direction de (ϕO) (resp. $(\phi' O)$) :

$$\phi \xrightarrow{\mathcal{L}} A'_\infty \quad (\text{resp. } A_\infty \xrightarrow{\mathcal{L}} \phi')$$



II Relations de conjugaison et grandissement

Théorème. Pour un objet plan transversal AB d'image A'B' par une LMS on a les **formules de Newton** :

— relation de conjugaison :

$$\overline{F'A'} \cdot \overline{FA} = f' \cdot f = -f'^2$$

— grandissement :

$$\gamma = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}$$

ou bien les **formules de Descartes** :

— relation de conjugaison :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

— grandissement :

$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

Propriété. Pour former l'image réelle sur un écran d'un objet réel par une LMS convergente, la distance D entre l'objet et l'écran doit vérifier :

$$D \geq 4f'$$

9. Association de LMS

I Lentilles de même axe optique

Propriété. Si un système optique \mathcal{S} est constitué de n LMS $\mathcal{L}_1, \dots, \mathcal{L}_n$ de même axe optique (placées dans cet ordre dans le sens de la lumière incidente), on construit l'image A' d'un point objet A par \mathcal{S} en construisant les images intermédiaires A_1, \dots, A_{n-1} par les différentes lentilles :

$$A \xrightarrow{\mathcal{L}_1} A_1 \xrightarrow{\mathcal{L}_2} A_2 \xrightarrow{\mathcal{L}_3} \dots \xrightarrow{\mathcal{L}_n} A'$$

Définition. Le **grossissement** optique correspond au rapport entre l'angle α' sous lequel est vue l'image formée par le système optique et l'angle α sous lequel est vu l'objet (par rapport à l'axe optique) :

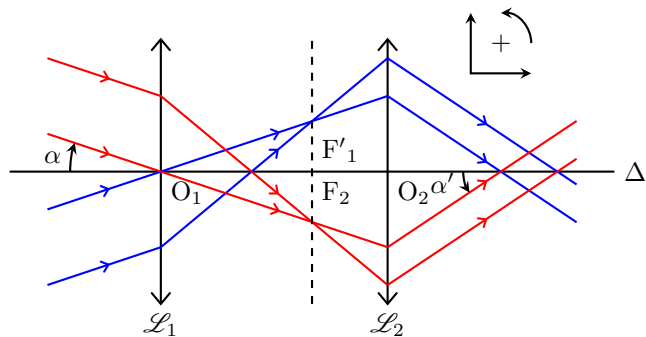
$$G = \frac{\alpha'}{\alpha}$$

Vocabulaire. On dit que l'image est :

- **plus grosse** (resp. **moins grosse**) que l'objet si $|G| > 1$ (resp. $|G| < 1$) ;
- **droite** (resp. **renversée**) si $G > 0$ (resp. $G < 0$).

Exemple. Une **lunette de visée à l'infini** sert à observer un objet à l'infini. Pour que l'observation se fasse sans effort (pour un œil emmétrope), il faut que l'image de cet objet par la lentille soit rejetée à l'infini. C'est donc un système afocal :

$$A_\infty \in \Delta \xrightarrow[\text{objectif}]{\mathcal{L}_1} F'_1 = F_2 \xrightarrow[\text{oculaire}]{\mathcal{L}_2} A'_\infty \in \Delta$$



Le grossissement de l'objet observé s'exprime alors :

$$G = -\frac{f'_1}{f'_2}$$

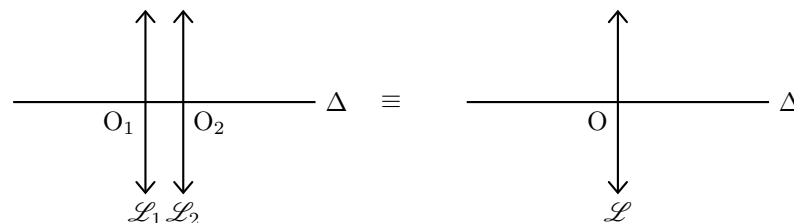
II Lentilles accolées

Définition. Deux LMS sont dites **accolées** lorsque leurs centres optiques O_1 et O_2 sont confondus :

$$O_1 = O_2 = O$$

Théorème (des lentilles accolées). Deux LMS \mathcal{L}_1 et \mathcal{L}_2 accolées de vergences V_1 et V_2 se comportent comme une LMS \mathcal{L} de vergence V telle que :

$$V = V_1 + V_2$$



III

THERMODYNAMIQUE

1. Description d'un système thermodynamique

I Échelle

Définition. On appelle **libre parcours moyen**, noté ℓ_p , la distance moyenne parcourue par les molécules d'un fluide entre deux chocs successifs.

Remarque. L'échelle de la thermodynamique est l'**échelle mésoscopique** qui est entre l'échelle microscopique ($\simeq \ell_p$) et l'échelle macroscopique. On peut alors parler de grandeurs définies à partir de moyennes statistiques (température, pression, ...) de volumes quasi-ponctuels.

II Système thermodynamique

Définition. Un **système** est un corps ou un ensemble de corps séparés du *milieu extérieur* par une **frontière** (qui peut être fictive). La réunion d'un système et de son milieu extérieur constitue l'**Univers**. Un **système thermodynamique** possède trop de particules pour les décrire individuellement.

Définitions. Un *système* est dit :

- **isolé** s'il ne peut échanger ni matière ni énergie avec le milieu extérieur ;
- **fermé** s'il ne peut échanger que de l'énergie (pas d'échange de matière) ;
- **ouvert** s'il peut échanger matière et énergie.

Propriété (admis). *L'état macroscopique d'un système thermodynamique peut être décrit à l'aide d'un petit nombre de grandeurs macroscopiques, appelées **grandeurs d'état**. On appelle **variables d'état** un ensemble de grandeurs d'état indépendantes choisies pour caractériser le système.*

Propriété (admis). *Les grandeurs d'état qui ne sont pas des variables d'état (appelées **fonctions d'état**) peuvent s'en déduire par une relation appelée **équation d'état**.*

Définition. Un **fluide thermoélastique** est un *système* caractérisé par les *grandeurs d'état* suivantes :

- la pression P ;
- le volume V ;
- la température (absolue) T ;
- la quantité de matière n .

III Extensivité et intensivité

Définitions. Une *grandeur d'état* caractérisant un système de quantité de matière n est dite :

- **extensive** si elle est *proportionnelle* à n ;
- **intensive** si elle *indépendante* de n .

Exemples. Les grandeurs suivantes sont *extensives* :

- la quantité de matière n ;
- la masse m ;
- le volume V .

Les suivantes sont *intensives* :

- la température T ;
- la pression P .

Remarque. Certaines grandeurs ne sont ni intensives ni extensives (la grandeur nm par exemple est proportionnelle à n^2).

Propriété. Une grandeur extensive X est **additive** : pour deux systèmes disjoints Σ_1 et Σ_2 on a :

$$X_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} = X_{\Sigma_1} + X_{\Sigma_2}$$

Propriété (admis). Les grandeurs intensives sont *définies localement*.

Vocabulaire. Un *système* dans lequel les *grandeurs intensives* sont définies et ont même valeur en tout point est dit **homogène**.

Propriété. Le rapport de deux grandeurs extensives est intensive.

2. Transformation thermodynamique

I Équilibre thermodynamique

Définition. Un *système thermodynamique* est dans un **état stationnaire** lorsque ses *variables d'état* sont toutes définies et constantes.

Remarque. Hors *état stationnaire*, les *variables d'état* ne sont pas forcément toutes définies (notamment celles qui sont intensives).

Définition. Un *système thermodynamique* est dit en **équilibre** si il est en *état stationnaire* et qu'il n'échange ni matière ni énergie avec l'extérieur.

Propriété. Pour un fluide thermoélastique, en l'absence de champ de force extérieur, l'état d'équilibre est caractérisé par :

- un **équilibre mécanique** : en présence d'une paroi mobile ou déformable, on a égalité des pressions P à l'intérieur et P_{front} à la frontière :

$$P = P_{\text{front}}$$

- un **équilibre thermique** : en présence d'une paroi diatherme, il y a égalité des températures T à l'intérieur et T_{front} à la frontière :

$$T = T_{\text{front}}$$

Remarque. Lorsque l'état d'équilibre n'est pas tout à fait atteint, mais que les *variables d'état* varient lentement au cours du temps ou de l'espace, on parle d'**équilibre local**. Par exemple, pour l'air dans le champ de pesanteur terrestre, la pression dépend (très légèrement) de l'altitude.

Propriété. Pour des expériences de thermodynamique en laboratoire, on supposera généralement la pression d'un gaz indépendante de l'altitude.

II Transformation thermodynamique

Définition. Une **transformation** est l'évolution d'un *état d'équilibre* (**état initial**) vers un autre (**état final**).

Définition. Une *transformation* est dite **infinitésimale** lorsque les états initial et final sont infiniment proches. Une transformation correspondant à une succession de transformations infinitésimales est dite **quasistatique** (ou **QS**).

Remarque. En pratique, une transformation lente sera supposée QS.

Propriété. Au cours d'une transformation QS — la système étant toujours infiniment proche d'un état d'équilibre — toutes les grandeurs d'état à l'intérieur du système (P, T, \dots) sont définies à tout moment.

Remarque. Pour un fluide thermoélastique, les équilibre mécanique et thermique sont atteints à tout moment lors d'une *transformation QS*.

Définition. Une *transformation* est **réversible** si elle est QS et s'il est possible de retourner à l'état initial depuis l'état final en repassant exactement par les mêmes états intermédiaires qu'à l'aller.

Remarque. En pratique, la vérification simultanée de ces deux critères garantit la réversibilité d'une *transformation* :

- la transformation est QS ;
- aucune des causes d'irréversibilité suivantes :
 - inhomogénéités (de température, de densité, ...);
 - phénomènes dissipatifs (frottements, effet Joule, ...);
 - réaction chimique.

Une transformation réversible est donc QS, mais l'inverse n'est pas vrai.

Définitions. Une *transformation* est dite :

- **monotherme** si T_{front} est constante ;
- **isotherme** si T est constante (soit $dT = 0$) ;
- **monobare** si P_{front} est constante ;
- **isobare** si P est constante (soit $dP = 0$) ;
- **isochore** si V est constante (soit $dV = 0$) ;
- **cyclique** lorsque l'état initial et l'état final sont confondus, soit $\Delta X = 0$ pour toute *grandeur d'état* X .

3. États de la matière

I Gaz parfaits

Définition. Le **gaz parfait** (ou **GP**) est un *modèle* dans lequel les molécules du gaz n'interagissent pas entre elles. En particulier, les molécules du gaz :

- sont ponctuelles (pas de volume propre) ;
- ne présentent pas d'interactions attractives.

Propriété (admis). La *pression* P , le *volume* V , la *quantité de matière* n et la *température absolue* T d'un gaz parfait sont reliés par l'équation d'état suivante, appelée **loi des GP** :

$$PV = nRT$$

où R est la *constante des GP*.

Remarque. L'unité du SI pour la pression est le pascal (Pa).

Définition. Considérons un gaz résultant du mélange de N GP A_i de quantités de matière respectives n_i . La **pression partielle** P_i en gaz de l'espèce A_i est définie par la relation :

$$P_i V = n_i R T$$

Remarque. La pression partielle d'un gaz s'interprète comme la pression qu'aurait le gaz A_i s'il occupait seul le volume V à la température T .

Définition. Un mélange de GP (avec les notations précédentes) est qualifié d'**idéal** s'il vérifie la **loi de Dalton** :

$$P = \sum_{i=1}^N P_i$$

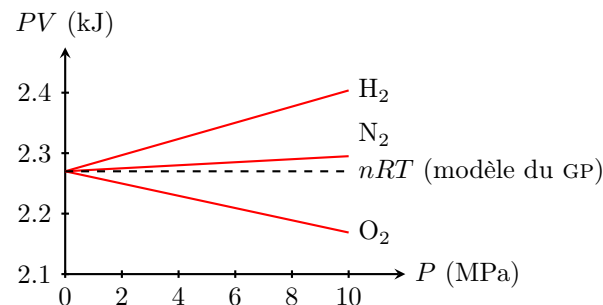
Remarque. En pratique, sauf mention contraire, un mélange de GP sera toujours implicitement supposé idéal.

Propriété. Un mélange idéal de GP est un GP.

II Gaz réels

Définition. On appelle **diagramme d'Amagat** la représentation pour un fluide, à *température* T donnée, du produit PV en fonction de P .

Exemple. Diagramme d'Amagat à $T = 273,15$ K et $n = 1$ mol de plusieurs gaz (adapté pour discuter des écarts au modèle du GP) :



Propriété. Un gaz réel se comporte comme un GP à faible pression ($P \rightarrow 0$) ou faible concentration ($V_m \rightarrow \infty$ soit $\frac{1}{V_m} \rightarrow 0$).

Définition. On apporte donc à la loi des GP un facteur correctif que l'on écrit comme un développement en puissances successives de $\frac{1}{V_m}$ ou de P , appelé **développement du viriel** :

$$\frac{PV}{nRT} = 1 + \frac{B_1(T)}{V_m} + \frac{B_2(T)}{V_m^2} + \dots = 1 + PC_1(T) + P^2 C_2(T) + \dots$$

où les $B_i(T)$ et $C_i(T)$ ne dépendent que de la température et du gaz considéré.

Définition. Une modélisation plus simple des gaz réels est obtenue à l'aide de l'**équation d'état de van der Waals** (à paramètres ajustables a et b) :

$$\left(P + a \left(\frac{n}{V} \right)^2 \right) (V - nb) = nRT$$

III Phases condensées

Définition. Une **phase condensée** (ou **PC**) est un liquide ou un solide.

Définition. On adopte le modèle de la **PC idéale** (PC supposée *incompressible* et *indilatable*) d'équation d'état :

$$V(T, P) = \text{cte} \quad \text{c'est-à-dire} \quad \frac{\partial V}{\partial T} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial V}{\partial P} = 0$$

4. Corps purs

I Variance

Définition. On appelle **corps pur** tout *système* constitué d'uniquement une espèce chimique.

Définition. Une **phase** est un domaine d'un système où les *grandeurs intensives* sont des *fonctions continues des variables d'espace*.

Définition. La **variance** v est le nombre minimal de *paramètres intensifs* nécessaires pour caractériser l'état d'équilibre d'un système sous φ phases.

Propriété (admis). La variance d'un corps pur à l'équilibre sous φ phases est donnée par la **règle des phases de Gibbs** :

$$v = 3 - \varphi$$

Remarque. En particulier, un **corps pur diphasé** (en équilibre sous deux phases) est un système **monovariant** ($v = 1$).

Elles délimitent les domaines d'existence du corps pur sous l'une ses de phases.

Remarque. Au-delà du *point critique* C, la distinction entre gaz et liquide est impossible : on parle alors d'état **fluide** ou de **fluide hypercritique**.

Propriété. Les courbes d'équilibre du diagramme (P, T) s'intersectent en un unique point T, appelé **point triple**. Le corps pur y est en équilibre sous ses trois phases, donc le système est invariant (règle de Gibbs).

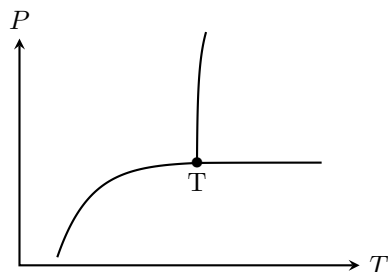
Propriété (admis). P_{sat} est toujours une fonction croissante de T .

27

II Diagramme de phase

Définition. Un **diagramme de phase** permet, pour un corps pur donné, de visualiser la dépendance $P = f(T)$ sur les courbes d'équilibre :

- (1) la **courbe de vaporisation** (liquide/gaz) d'équation $P = P_{\text{sat}}(T)$ où $P_{\text{sat}}(T)$ est appelée **pression de vapeur saturante**. La courbe de vaporisation se termine au point C, appelé **point critique**.
- (2) la **courbe de fusion** (liquide/solide) est quasi-verticale, de pente positive pour la plupart des corps mais négative pour l'eau.
- (3) la **courbe de sublimation** (solide/gaz).



5. Corps purs diphasés

I Détente isotherme

Définition. On appelle **diagramme de Clapeyron** la représentation de la pression P d'un fluide en fonction de son volume massique v .

Expérience. Considérons une *détente isotherme* à une température $T < T_C$ d'un *corps pur* :



Expérimentalement, on observe (dans le diagramme de Clapeyron) :



- de A à L, la pression diminue dans le liquide. La pente de la courbe est très élevée compte tenu de la très faible compressibilité des liquides (PC idéale) ;
- de L à G, le système est sur le **palier de liquéfaction** (ou **palier de vaporisation**). En effet, le corps pur est diphasé, donc le système est monovariant, or T est fixée. Donc P est constante et vaut $P_{\text{sat}}(T)$;
- de G à B, la pression dans le gaz diminue.

Définition. Le **réseau d'isothermes d'Andrews** correspond au tracé des *isothermes* dans un *diagramme de Clapeyron* :



- pour $T < T_C$, on observe la présence d'un palier de changement d'état ;
- l'isotherme T_C (**isotherme critique**) s'infléchit au point critique C, donc $\frac{dP}{dv}(v_C) = 0$ et $\frac{d^2P}{dv^2}(v_C) = 0$;
- Pour $T > T_C$, l'isotherme ne présente pas de discontinuité de pente.

Remarque. On observe qu'il est préférable de stocker un mélange liquide/gazeux avec une proportion initiale de vapeur suffisamment grande pour avoir $v > v_C$ pour limiter l'augmentation de la pression en cas d'échauffement accidentel.

II Théorème des moments

Théorème (des moments). *Graphiquement, sur le palier de liquéfaction d'une isotherme T dans un diagramme de Clapeyron, les titres massiques sont donnés par les rapports de longueurs des segments :*

$$x_l(M) = \frac{MG}{LG} = \frac{v(G) - v(M)}{v(G) - v(L)} \quad \text{et} \quad x_g(M) = \frac{LM}{LG} = \frac{v(M) - v(L)}{v(G) - v(L)}$$

Méthode. Pour connaître l'état final lors d'une *vaporisation dans le vide* :

- ① on suppose que tout le liquide s'est vaporisé et on calcule $P_{\text{éq}}$;
- ② si $P_{\text{éq}} > P_{\text{sat}}$, c'est faux : on utilise le théorème des moments ;
- ③ si $P_{\text{éq}} < P_{\text{sat}}$, l'enceinte ne contient que du gaz.

6. Fonctions d'état de la thermodynamique

I Énergie interne

Définition. À tout *système thermodynamique* on peut associer une grandeur E appelée **énergie totale**, s'exprimant comme somme de deux grandeurs :

$$E = E_m + U$$

où :

- l'**énergie mécanique** s'exprime $E_m = E_{c,macro} + E_{p,macro}$;
- l'**énergie interne** s'exprime $U = E_{c,micro} + E_{p,micro}$.

Propriété (admis). L' énergie totale E , l' énergie mécanique E_m et l' énergie interne U sont des fonctions d'état extensives.

Propriété. Pour un fluide thermoélastique, on peut exprimer U à n constant à l'aide d'uniquement deux paramètres, généralement T et V . On a alors :

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV$$

Définition. La **capacité thermique à volume constant** C_V est une grandeur extensive (rapport d'une grandeur extensive sur une grandeur intensive) définie par :

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V$$

Remarque. Pour une transformation isochore, on a donc :

$$dU = C_V dT$$

II Enthalpie

Définition. On définit **enthalpie** H par la relation :

$$H = U + PV$$

Propriété. L' enthalpie H est une fonction d'état extensive.

Propriété. Pour un fluide thermoélastique, H est une fonction de T et P . Sa différentielle s'exprime alors :

$$dH = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_P dT + \left(\frac{\partial H}{\partial P} \right)_T dP$$

Définition. La **capacité thermique à pression constante** C_P est une grandeur extensive définie par :

$$C_P = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_P$$

Remarque. Pour une transformation isobare, on a donc :

$$dH = C_P dT$$

III Entropie

Définition. On associe à tout *système thermodynamique* une **entropie** S .

Propriété. L' entropie S est une fonction d'état extensive.

Définition. La **température thermodynamique** T et la **pression thermodynamique** P sont définies respectivement par :

$$T = \left(\frac{\partial U}{\partial S} \right)_V \quad \text{et} \quad P = - \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_S$$

Propriété. Si on exprime U en fonction des variables d'état S et V , sa différentielle s'exprime (**première identité thermodynamique**) :

$$dU = T dS - P dV$$

On en déduit la **deuxième identité thermodynamique** :

$$dH = T dS + V dP$$

IV Transition de phase

Définition. On appelle **enthalpie massique de transition de phase** $\Delta h_{1 \rightarrow 2}(T)$ (resp. **entropie massique de transition de phase** $\Delta s_{1 \rightarrow 2}(T)$) à la température T la différence des enthalpies (resp. entropies) massiques d'un corps pur des phases φ_1 vers φ_2 à la même température T de changement d'état et à la pression d'équilibre $P_{\text{sat}}(T)$ entre les deux phases :

$$\Delta h_{1 \rightarrow 2}(T) = h_2(T) - h_1(T) \quad (\text{resp. } \Delta s_{1 \rightarrow 2}(T) = s_2(T) - s_1(T))$$

Propriété. L' enthalpie et l' entropie massique de transition de phase à la température T sont reliées par :

$$\Delta s_{1 \rightarrow 2}(T) = \frac{\Delta h_{1 \rightarrow 2}(T)}{T}$$

7. Cas du GP

I Énergie interne et enthalpie

Propriété (admis). On admet les résultats équivalents suivants pour les GP :

- **première loi de Joule** : l'énergie interne U^{GP} ne dépend que de T ;
- **deuxième loi de Joule** : l'enthalpie H^{GP} ne dépend que de T ;

On en déduit que :

$$dU^{\text{GP}} = C_V dT \quad \text{et} \quad dH^{\text{GP}} = C_P dT$$

Propriété (admis). Pour un GP contenant N atomes ou $n = \frac{N}{N_A}$ moles, C_V peut être considérée constante et on a :

- si le gaz est monoatomique (pas de molécules) :

$$C_V^{\text{GPM}} = \frac{3}{2}nR = \frac{3}{2}Nk_B$$

- généralement (pas aux températures extrêmes), s'il est diatomique :

$$C_V^{\text{GPD}} = \frac{5}{2}nR = \frac{5}{2}Nk_B$$

Propriété. Les capacités thermiques à volume constant C_V et à pression constante C_P sont reliées par la **relation de Mayer** :

$$C_P = C_V + nR$$

Propriété. Pour un GP subissant une transformation finie :

$$\Delta U^{\text{GP}} = C_V \Delta T \quad \text{et} \quad \Delta H^{\text{GP}} = C_P \Delta T$$

II Entropie

Propriété. L'entropie S^{GP} d'un GP est une :

- **fonction de T et V** :

$$dS^{\text{GP}} = C_V \frac{dT}{T} + nR \frac{dV}{V} \quad \text{et} \quad S^{\text{GP}} = C_V \ln T + nR \ln V + \text{cte}$$

- **fonction de T et P** :

$$dS^{\text{GP}} = C_P \frac{dT}{T} - nR \frac{dP}{P} \quad \text{et} \quad S^{\text{GP}} = C_P \ln T - nR \ln P + \text{cte}$$

- **fonction de P et V** :

$$dS^{\text{GP}} = C_V \frac{dP}{P} + C_P \frac{dV}{V} \quad \text{et} \quad S^{\text{GP}} = C_V \ln P + C_P \ln V + \text{cte}$$

III Relations de Laplace

Définition. Le **coefficient** γ des GP est défini par le rapport :

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V}$$

Remarque. En particulier :

- pour un GP *monoatomique* on a $\gamma = \frac{5}{3} \simeq 1,67$;
- pour un GP *diatomique* on a $\gamma = \frac{7}{5} = 1,4$.

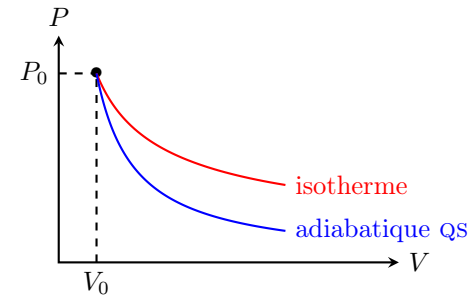
Propriété. Pour un GP, on a les relations suivantes :

$$C_V = \frac{nR}{\gamma - 1} \quad \text{et} \quad C_P = \frac{nR\gamma}{\gamma - 1}$$

Théorème. Un GP de coefficient γ constant et soumis aux seules forces de pression subissant une transformation isentropique ou bien à la fois adiabatique et QS vérifie les **relations de Laplace** (équivalentes entre elles) :

$$(i) PV^\gamma = \text{cte} \quad (ii) TV^{\gamma-1} = \text{cte} \quad (iii) P^{1-\gamma} T^\gamma = \text{cte}$$

Propriété. Dans un **diagramme de Watt** (ou (P, V)), une adiabatique QS d'un GP décroît plus rapidement qu'une isotherme partant du même point :



8. Cas de la PC idéale

I Énergie interne et enthalpie

Propriété. Pour une PC idéale, on a :

$$C_V = C_P$$

Il est donc inutile de distinguer C_V et C_P , on parle simplement de **capacité thermique**, notée C .

Propriété (admis). L'énergie interne U^{PC} et l'enthalpie H^{PC} d'une PC idéale ne dépendent que de T . On a donc :

$$\mathrm{d}U^{\text{PC}} = C \mathrm{d}T \quad \text{et} \quad \mathrm{d}H^{\text{PC}} = C \mathrm{d}T$$

Remarque. La *capacité thermique* d'une PC idéale peut généralement être considérée constante sur de larges gammes de températures.

Propriété. Pour un PC subissant une transformation finie :

$$\Delta U^{\text{PC}} = C \Delta T \quad \text{et} \quad \Delta H^{\text{PC}} = C \Delta T$$

II Entropie

Propriété. L'entropie S^{PC} d'une PC idéale s'exprime :

$$\mathrm{d}S^{\text{PC}} = C \frac{\mathrm{d}T}{T} \quad \text{et} \quad S^{\text{PC}} = C \ln T + \text{cte}$$

9. Travail des forces non conservatives

I Travail des forces de pression

Propriété. Le travail élémentaire des forces de pression s'exerçant sur un système thermodynamique est égal à :

$$\delta W_P = -P_{\text{front}} dV$$

Remarque. Pour une transformation QS, l'équilibre mécanique implique que $P = P_{\text{front}}$. Le travail des forces de pression s'exprime alors :

$$\delta W_P = -P dV \quad \text{soit} \quad W_{P,I \rightarrow F} = \int_{V_I}^{V_F} -P dV$$

Propriété. Dans un diagramme de Watt (P, V) ou de Clapeyron : Si $V_I < V_F$ (resp. $V_I > V_F$), dans le cas d'une détente (resp. compression, l'aire sous la courbe est égale à l'opposé du travail (resp. au travail) $W_{I \rightarrow F}^{nc}$ reçu par le système :

$$\mathcal{A} = \int_{V_I}^{V_F} P dV = -W_{I \rightarrow F}^{nc} \text{ (resp. } \mathcal{A} = \int_{V_F}^{V_I} P dV = W_{I \rightarrow F}^{nc} \text{)}$$

Ainsi, le travail reçu par le système est négatif (resp. positif). Il cède (resp. reçoit) de l'énergie sous forme de travail.

Propriété. $W_{\text{cycle}} = -\mathcal{A}_{\text{cycle}} < 0$ (resp. $\mathcal{A}_{\text{cycle}} > 0$) si le cycle est parcouru dans le sens des aiguilles d'une montre (resp. le sens inverse) : on dit que le cycle est **moteur** (resp. **récepteur**).

Remarque. En pratique, la propriété précédente pourra être utilisée dans le cas où les transformations cycliques étudiées correspondront à des polygones dans un diagramme (P, V).

Propriété (W_P pour des transformations usuelles). — Transformation isochore : $\delta W_P = 0$ et $W_P = 0$

— Transformation monobare à P_0 : $W_P = -P_0(V_F - V_I)$

— Transformation QS isotherme à T_0 d'un GP à n constant : $W_P = -nRT_0 \ln \left(\frac{V_F}{V_I} \right)$

Propriété. Le travail électrique élémentaire δW_{lec} reçu entre les dates t et $t + dt$ par un dipôle parcouru par un courant d'intensité $i(t)$ et soumis à la tension $u(t)$ en convention récepteur est :

$$\delta W_{lec} = u(t)i(t)dt$$

10. Principes de la thermodynamique

I Premier principe

Définition. Le **premier principe** dit que, pour un système Σ *fermé*, l'énergie totale E ne peut être qu'échangée (ni création ni disparition) sous forme de travail W^{nc} ou de transfert thermique Q :

— pour une transformation entre deux états d'équilibre :

$$\Delta E = \Delta U + \Delta E_{\text{m}} = W^{\text{nc}} + Q$$

ce qui se réécrit avec l'enthalpie :

$$\Delta H + \Delta E_{\text{m}} = W_{\text{u}} + Q$$

— pour une transformation *infinitésimale* :

$$dE = dU + dE_{\text{m}} = \delta W^{\text{nc}} + \delta Q$$

ce qui se réécrit avec l'enthalpie :

$$dH + dE_{\text{m}} = \delta W_{\text{u}} + \delta Q$$

Remarque. La plupart des systèmes étudiés en thermodynamique sont *macroscopiquement au repos* (donc $dE_{\text{m}} = 0$ et $\Delta E_{\text{m}} = 0$).

Propriété. Un système isolé n'échange pas d'énergie avec le milieu extérieur, donc $\delta W^{\text{c}} = \delta W^{\text{nc}} = 0$ et $\delta Q = 0$. Or $\delta W^{\text{c}} = -dE_{\text{p}}$ par définition, donc $dE_{\text{m}} = dE_{\text{c}}$ et :

$$dU + dE_{\text{c}} = 0 \quad \text{soit} \quad \Delta U + \Delta E_{\text{c}} = 0$$

II Deuxième principe

Définition. Le **premier principe** dit que la variation de l'entropie S de tout système Σ *fermé* se décompose en un terme d'échange \mathcal{S}_e (ou $\delta \mathcal{S}_e$) et un terme de création \mathcal{S}_c (ou $\delta \mathcal{S}_c$) :

— pour une transformation entre deux états d'équilibre I et F :

$$\Delta S = \mathcal{S}_e + \mathcal{S}_c$$

avec :

$$\mathcal{S}_e = \sum_i \int_{\text{I}}^{\text{F}} \frac{\delta Q_i}{T_{\text{front},i}} \quad \text{et} \quad \mathcal{S}_c \geq 0$$

où les δQ_i et les $T_{\text{front},i}$ sont respectivement les transferts thermiques élémentaires et les températures des systèmes bordant Σ . L'égalité $\mathcal{S}_c = 0$ est caractéristique d'une transformation réversible.

— pour une transformation *infinitésimale* :

$$dS = \delta \mathcal{S}_e + \delta \mathcal{S}_c$$

avec :

$$\delta \mathcal{S}_e = \sum_i \frac{\delta Q_i}{T_{\text{front},i}} \quad \text{et} \quad \delta \mathcal{S}_c \geq 0$$

L'égalité $\delta \mathcal{S}_c = 0$ est caractéristique d'une transformation réversible.

Remarque. L'Univers étant par définition isolé, on a :

$$\Delta S_{\text{Univers}} = \mathcal{S}_{c,\text{Univers}} \geq 0$$

L'entropie de l'Univers ne fait que croître.

Propriété. Une transformation adiabatique et réversible est isentropique.

Définition. On appelle **thermostat** (ou **source de chaleur**) un système fermé échangeant de l'énergie avec l'extérieur uniquement sous forme de transfert thermique, et ce sans que sa température ne varie.

Remarque. En pratique, un système de taille beaucoup plus grande que ceux avec lesquels il est susceptible d'être mis en contact peut supposé être un thermostat (car alors C_V , étant une grandeur extensive, est très grand).

Propriété. Pour un système en contact seulement avec des thermostats :

$$\mathcal{S}_e = \sum_i \frac{Q_i}{T_{\text{th},i}}$$

Propriété (admis). La variation d'entropie S_{th} d'un thermostat s'exprime :

$$dS_{\text{th}} = \frac{\delta Q}{T_{\text{th}}} \quad \text{et} \quad \Delta S_{\text{th}} = \frac{Q}{T_{\text{th}}}$$