TOPOLOGIE ALGÉBRIQUE

par

M. NICOLAS

CHAPITRE 1

GROUPES D'HOMOTOPIE

CHAPITRE 2

REVÊTEMENTS

CHAPITRE 3

HOMOLOGIE SINGULIÈRE

Soit (B, b_0) un espace topologique délaçable pointé.

3.1 Premières définitions

Définition 3.1.1. Étant donné $n \geq 0$, le n-simplexe standard Δ^n est :

$$\Delta^n := \operatorname{conv}(e_0, \dots, e_n) \subseteq \mathbf{R}^{n+1}$$

où $(e_i)_{0 \leq i \leq n}$ désigne la base canonique de $\mathbf{R}^{n+1}$.
Le barycentre de Δ^n est noté c_n.

Pour $0 \leq i \leq n$, on définit la i-ième face de Δ^n :

$$\partial_i^n \colon \Delta^{n-1} \to \Delta^n$$

comme étant l'unique application affine vérifiant :

$$\partial_i^n(e_0, \dots, e_{n-1}) = (e_0, \dots, \hat{e_i}, \dots, e_n)$$

Définition 3.1.2. Un n-simplexe singulier de X est une application $\Delta^n \to X$.

3.1.3. Soit X un espace topologique muni d'une application $f \colon X \to B$.

Si $n \geq 0$, le groupe des n-chaînes singulières de X f-marquées dans B est le groupe abélien libre :

$$C_n^{(f)}(X; B) := \bigoplus_{(\sigma,\gamma)} \mathbf{Z}$$

où la somme porte sur l'ensemble des n-simplexes singuliers σ de X marqués par un chemin γ de B reliant b_0 à $f \circ \sigma(c_n)$. Lorsqu'il n'y a pas d'ambiguïté, on écrit $C_n(X; B)$ au lieu de $C_n^{(f)}(X; B)$.

On définit un opérateur ($\mathbf{Z}[\pi]$-linéaire)

$$\partial \colon C_n^{(f)}(X; B) \longrightarrow C_{n-1}^{(f)}(X; B)$$

par :

$$\partial(\sigma, \gamma) = \sum_{i=0}^{n} (-1)^i (\sigma \circ \partial_i^n, \gamma \cdot (f \circ \sigma \circ \alpha_i))$$

où α_i désigne n'importe quel chemin de Δ^n reliant c_n à $\partial_i^n(c_{n-1})$ (pour tout $0 \leq i \leq n$). On vérifie que $\partial^2 = 0$.

3.2 Fonctorialité

3.3 Excision

CHAPITRE 4

CW-COMPLEXES

4.1 Définition et premiers exemples

4.2 Homologie cellulaire

4.3 Théorie des obstructions

sdfss