$x^3 + y^3 = 6\,x\,y$

Det blir for komplisert å isolere y som en funksjon
Av x, så vi deriverer begge sidene med henhold til x

$(x^3 + y^3)' = (6\,x\,y)'$

Når man deriverer ledd med y må man derivere med
Kjerneregelen (Chain rule) siden y er en funksjon av x

Eksempel:
$(y^3)' = 3y^2 \cdot y'$

Eller med d/dx notasjon:

$$\frac{d}{dx}y^3 = 3y^2 \cdot \frac{dy}{dx}$$

Der dy/dx betyr y derivert med henhold til x

Venstre siden av uttrykket blir da:

$3x^2 + 3y^2 \cdot y'$

På høyresiden må vi bruke produktregelen:

$(6\,x\,y)' = 6(x\,y)' = 6(x' \cdot y + x \cdot y')$
$= 6(1 \cdot y + x \cdot y') = 6y + 6x \cdot y'$

Hele ligningen:

$3x^2 + 3y^2 \cdot y' = 6y + 6x \cdot y'$

Siden oppgaven spør om tangenten I et punkt på kurven
Vil vi jo finne stigningstallet til y (altså y derivert) så det vil
Da være logisk å isolere y'

Litt algebra og ligning magi:

$3y^2 \cdot y' - 6x \cdot y' = 6y - 3x^2$
$y'(3y^2 - 6x) = 6y - 3x^2$
$$y' = \frac{6y - 3x^2}{3y^2 - 6x}$$

I oppgaven får vi oppgitt et punkt (3, 3) hvor vi vil finne
Tangenten. Vi kan da putte x og y verdien til dette punktet
Inn I utrykket for y' og finne stigningstallet til tangenten:

$$y' = \frac{6 \cdot 3 - 3 \cdot 3^2}{3 \cdot 3^2 - 6 \cdot 3} = \frac{-9}{9} = -1$$

Siden vi skal finne en linje vet vi at den må være av typen
$y = a\,x + b$

Vi fant nettop a til å være -1 og vi har fått oppgitt en x og y
Verdi linjen skal gå gjennom (3, 3) punket.
Vi kan da putte alle de verdiene inn I likningen å løse for b

$3 = -1 \cdot 3 + b$
$6 = b$

Altså ligningen for tangeten er da:

$y = -x + 6$

Hvis vi grafer den implisitte kurven $x^3 + y^3 = 6\,x\,y$
Finner vi da at linjen $y = -x + 6$ tangerer kurven
I punktet (3, 3)