

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA**  
**INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS**  
**DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO**  
**CIÊNCIAS DA COMPUTAÇÃO/SISTEMAS DE INFORMAÇÃO**

Marcus Vinicius Vasconcelos de Almeida Cunha

Fábio do Vale Affonso

**Implementação e resolução de problema de Pesquisa Operacional de atendimento da  
SABESP**

Juiz de Fora – MG

2022

## 1 INTRODUÇÃO

Este trabalho visa a resolução de um problema baseado no edital da SABESP para contratação de uma empresa responsável pela prestação de serviços de suporte técnico Service Desk e Field Desk. O foco será nos dados disponíveis no suporte Field Desk, que possibilitam a modelagem de um problema de Pesquisa Operacional.

## 2 MODELAGEM

### APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

São atribuições do Suporte N1 Presencial (Field Service) prestar os serviços de atendimento em campo, por técnicos presenciais nos locais de instalação dos recursos computacionais. Estes técnicos atendem diversas regiões da SABESP e cada uma dessas regiões abriga uma ou mais superintendências.

Quanto ao técnico, pode ser dividido em três categorias:

- **Técnico fixo:** técnico que atuará apenas no endereço-base. Terá apenas que se deslocar internamente no campus entre os prédios para prestar os atendimentos. Dentre esses, há o que chamamos também de fixo “VIP”, sendo uma subcategoria para atendimento dos gabinetes da diretoria. São voltados apenas a atender a alta administração e com conhecimento técnico e postura compatíveis com tal.
- **Técnico semifixo:** técnico que atuará no endereço-base e também nas regiões ML, MS e em todas as regiões R.
- **Técnico volante:** técnico que atuará em todos os endereços da Sabesp da região atendida, apoiando também os técnicos fixos e semifixos nos atendimentos de sua área de atuação.

Cada técnico é capaz de atender um volume específico de atendimentos por dia. Este valor está sendo estipulado por Tempo Máximo de Atendimento Presencial Fixo por categoria.

- Para usuários em geral, Tempo Máximo de Atendimento Presencial Fixo: 2 (horas úteis).
- Para usuários em geral, Tempo Máximo de Atendimento Presencial Semifixo: 3 (horas úteis).
- Para usuários em geral, Tempo Máximo de Atendimento Presencial de Incidentes Volante: 6 (seis) horas úteis.
- Tempo Máximo de Atendimento Presencial VIP: 1 (uma) hora útil.

Sobre as regiões, temos as seguintes na tabela a seguir. Também estão descritas as superintendências e quantidade mínima de técnicos de cada tipo que deverá atender cada região:

Região	Superintendências			Mín. de Técnicos			
				Fixo VIP	Fixos	Semifixos	Volante
Costa Carvalho (1)	CI			0	2	0	0
Costa Carvalho GABINETES (G)	G			3	0	0	0
Ponte Pequena (2)	RV	Outros		0	2	0	0
Sumidouro (3)	MA	MP	MC	0	1	0	9
ML (4)	ML	MA	MT	0	0	1	
Guarapiranga (5)	MM			0	1	0	
MN (6)	MN	MA	MT	0	1	0	
MO (7)	MO	MA	MT	0	1	0	
MS (8)	MS	MA	MT	0	1	0	0
Coronel Diogo (9)	ME			0	0	0	
RA (10)	RA			0	1	1	
RG (11)	RG			0	1	0	
RJ (12)	RJ			0	1	0	
RM (13)	RM			0	1	0	1
RN (14)	RN			0	0	0	1
RR (15)	RR			0	0	0	1
RS (16)	RS			0	0	1	1
RB (17)	RB			0	1	0	2

As unidades de cada região têm horários de atendimento distintos:

- Gabinete das Diretorias na sede da Costa Carvalho (G): de segunda-feira a sexta-feira, das 07h00 às 20h00.
- Demais unidades da Costa Carvalho (CI): segunda-feira a sábado, das 08h00 às 17h00;
- Demais localidades: segunda-feira a sexta-feira, das 08h00 às 17h00 com uma variação de até duas horas para mais, de acordo com a localidade.

Para termos uma base da quantidade de atendimentos médio por dia, usamos a tabela abaixo, que contém um histórico anual de atendimentos por superintendência. A fim de termos um número médio diário, foram considerados os maiores valores dentre todos os anos:

Unidade	# de Atendimento pelo Suporte N1 Presencial							
	2017		2018		2019		1S/2020	
CI	3.035	16%	3.282	14%	2.744	14%	657	10%
MA	1.149	6%	1.218	5%	775	4%	265	4%
MC	1.207	6%	1.182	5%	1.416	7%	536	8%
ME	168	1%	185	1%	116	1%	62	1%
ML	1.281	7%	1.236	5%	1.032	5%	529	8%
MM	434	2%	496	2%	385	2%	147	2%
MN	1.336	7%	1.357	6%	1.425	7%	403	6%
MO	1.327	7%	1.578	7%	1.029	5%	200	3%
MP	581	3%	436	2%	421	2%	145	2%
MS	1.909	10%	1.893	8%	1.484	8%	374	6%
MT	286	2%	666	3%	269	1%	111	2%
RA	546	3%	951	4%	960	5%	233	4%
RB	158	1%	124	1%	34	0%	0	0%
RG	176	1%	1.366	6%	1.477	8%	466	7%
RJ	833	4%	946	4%	493	3%	212	3%
RM	159	1%	1.988	8%	1.728	9%	762	12%
RN	694	4%	703	3%	647	3%	244	4%
RR	1.035	5%	1.471	6%	1.025	5%	383	6%
RS	1.086	6%	953	4%	726	4%	376	6%
RT	204	1%	177	1%	61	0%	2	0%
RV	326	2%	256	1%	73	0%	3	0%
Outros	987	5%	1.034	4%	737	4%	297	5%
<b>Totais</b>	<b>18.917</b>	<b>100%</b>	<b>23.498</b>	<b>100%</b>	<b>19.057</b>	<b>100%</b>	<b>6.407</b>	<b>100%</b>

Com isso, foi montada uma tabela com o mínimo necessário de técnicos para cada superintendência:

Restrições de atendimento		
Sup.		Diário
CI+G	>=	11
CI sáb	>=	11
MS	>=	7
RV + Outros	>=	5
MA	>=	4
MT	>=	2
MM	>=	2
MP	>=	2
MC	>=	5
MN	>=	5
MO	>=	5
RA	>=	3
RG	>=	5
RJ	>=	3
RM	>=	7
RN	>=	2
RR	>=	4
RS	>=	4
RB	>=	1
ME	>=	1
ML	>=	5

Para este trabalho, será buscada a solução ótima para quais tipos de técnico irão atender quais regiões num dia médio de trabalho. A função objetivo dará o custo total de contratação de funcionários.

## VARIÁVEIS

As variáveis de decisão se dividem, principalmente, pela sua superintendência e tipo de técnico.

Assim, foi proposto o seguinte modelo para as nomenclaturas das variáveis, em que as siglas são a nomenclatura+nome da superintendência.

Nomenclaturas das variáveis	
FX	Fixo
FVX	Fixo Vip
SFX	Semifixo
VX	Volante

Aqui, como exemplos SFML seria um técnico semifixo da superintendência ML. Além disso, temos uma variação, que são os técnicos semifixos que se deslocaram para outra localidade para atendimento. A nomenclatura é dada por D+nome da superintendência de origem+superintendência de destino.

Nomenclaturas das variáveis	
DXY	Semifixo deslocado (origem e destino)

Por fim, é necessário contabilizar as horas adicionais de atendimentos nas localidades em que é possível haver hora extra. Estas irão seguir a nomenclatura H+nomenclatura do tipo de técnico+superintendência de origem.

Nomenclaturas das variáveis	
HFX	Hora extra de fixo
HSX	Hora extra de semifixo

Como exemplo, HFML se refere à hora extra feita por um técnico fixo da região ML.

## RESTRIÇÕES

- Pela quantidade mínima de técnicos em suas respectivas categorias em cada região. Para os gabinetes da Costa Carvalho (G) é **obrigatório** que se tenham exatamente três técnicos fixos VIP:

Fixo VIP			Tipo de técnico		
Costa Carvalho - Gabinetes (G)			Volante		
FG	=	3	Conjunto (Sumidouro (3) + ML (4) + Guarapininga (5) + MN (6) + MO (7) + MS (8) + Coronel Diogo (9))		
Fixo			VMA + VMC + VMP + VML + VMT + VMM + VMO + VMS + VMN + VME	>=	9
Costa Carvalho (1)			RG (11)		
FCI	>=	2	VRG	>=	1
Ponte Pequena (2)			RJ (12)		
FRV	>=	2	VRJ	>=	1
Sumidouro (3)			RM (13)		
FMA + FMP + FMC	>=	1	VRM	>=	1
Guarapiranga (5)			RN (14)		
FMM	>=	1	VRN	>=	1
MN (6)			RR (15)		
FMN + FMA + FMT	>=	1	VRR	>=	1
MO (7)			RS (16)		
FMO + FMA + FMT	>=	1	VRS	>=	1
MS (8)			RB (17)		
FMS + FMA + FMT	>=	1	VRB	>=	2
RA (10)					
FRA	>=	1			
RG (11)					
FRG	>=	1			
RJ (12)					
FRJ	>=	1			
RM (13)					
FRM	>=	1			
RB (17)					
FRB	>=	1			
			Semifixo		
			ML (4)		
			SFML + SFMT + SFMA + DMLRN + DMLRR + DMLRB + DMLRS + DMLRJ + DMLRG + DMLRA + DMLMP + DMLMA + DMLMS + DMLMT + DMTRN + DMTRR + DMTRB + DMTRS + DMTRJ + DMTRG + DMTRA + DMTMP + DMTMA + DMTML + DMTMS + DMARN + DMARR + DMARB + DMARS + DMARJ + DMARG + DMARA + DMAMP + DMAML + DMAMS + DMAMT	>=	1
			RA (10)		
			SFRA + DRARN + DRARR + DRARB + DRARS + DRARJ + DRARG + DRAMP + DRAMA + DRAML + DRAMS + DRAMT	>=	1
			RS (16)		
			SFRS + DRSRN + DRSRR + DRSRB + DRSRJ + DRSRG + DRSRA + DRSMR + DRSMR + DRSMA + DRSML + DRSMS + DRSMT	>=	1

- Por quantidade estimada de atendimentos

Aqui, precisamos antes das seguintes considerações:

- 1) É contabilizado, para todos os técnicos, que eles possuem 1h para almoço;
- 2) Técnicos que trabalham na Costa Carvalho (CI e G) não fazem hora extra;
- 3) Técnicos fixos VIP fazem um atendimento/hora. Portanto, fazem, em 12 horas de trabalho; doze atendimentos;
- 4) Técnicos fixos fazem 1 atendimento a cada duas horas. Portanto, fazem, em 8 horas de trabalhos, 4 atendimentos (5 se fizerem duas horas extras);
- 5) Técnicos semifixos fazem 1 atendimento a cada três horas. Portanto, fazem, em 8 horas de trabalhos, 2 atendimentos (3 se fizerem uma hora extra);
- 6) Técnicos volantes levam 6 horas para cobrir 1 atendimento, portanto não serão considerados para hora extra, dados que não concluiriam um atendimento a mais mesmo com duas horas extras.

Atendimentos (superintendências que não recebem técnicos semifixos das demais)					
CI			CI (sábado)		
4FCI + 2SFCI + 1VCI + 12FVG + 1HFCI + 1HSCI	>=	11	4FCI + 2SFCI + 1VCI + 1HFCI + 1HSCI	>=	11
RV			ME		
4FRV + 2SFRV + 1VRV + 1HFRV + 1HSRV	>=	5	4FME + 2SFME + 1VME + 1HFME + 1HSME	>=	1
MP			MN		
4FMP + 2SFMP + 1VMP + 1HFMP + 1HSMP	>=	1	4FMN + 2SFMN + 1VMN + 1FMN + 1HSMN	>=	1
MO			MC		
4FMO + 2SFMO + 1VMO + 1HFMO + 1HSMO	>=	1	4FMC + 2SFMC + 1VMC + 1HMC + 1HSMC	>=	1
MM					
4FMM + 2SFMM + 1VMM + 1HFMM + 1HSMM	>=	1			

Atendimentos (que recebem atendimento de semifixos de outras superintendências)								
RN			RR			RB		
4FRN + 2SFRN + 1VRN + 2DCRN + 2DMSRN + 2DRVRN + 2DMARN + 2DMTRN + 2DMMRN + 2DMPRN + 2DMCRN + 2DMNRN + 2DMORN + 2DRARN + 2DRGRN + 2DRJRN + 2DRMRN + 2DRNRN + 2DRSRN + 2DRBRN + 2DMERN + 2DMLRN + 1HFRN + 1HSRN	>=	2	4FRR + 2SFRN + 1VRN + 2DCRR + 2DMSRR + 2DRVRR + 2DMARR + 2DMTRR + 2DMMRR + 2DMPRR + 2DMCRR + 2DMNRR + 2DMORR + 2DRARR + 2DRGRR + 2DRJRR + 2DRMRR + 2DRNRN + 2DRSRN + 2DRBRN + 2DMERN + 2DMLRN + 1HFRN + 1HSRR	>=	4	4FRB + 2SFRB + 1VRB + 2DCIRB + 2DMSRB + 2DRVRB + 2DMARB + 2DMTRB + 2DMMRB + 2DMPRB + 2DMCRB + 2DMNRB + 2DMORB + 2DRARB + 2DRGRB + 2DRJRB + 2DRMRB + 2DRRRB + 2DRSRB + 2DRNRB + 2DMERB + 2DMLRB + 1HFRB + 1HSRB	>=	1
RS			RJ			RG		
4FRS + 2SFRS + 1VRS + 2DCIRS + 2DMSRS + 2DRVRS + 2DMARS + 2DMTRS + 2DMMRS + 2DMPRS + 2DMCRS + 2DMNRS + 2DMORS + 2DRARS + 2DRGRS + 2DRJRS + 2DRMRS + 2DRRRS + 2DRNRS + 2DMERS + 2DRBRS + 2DMLRS + 1HFRS + 1HSRS	>=	4	4FRJ + 2SFRJ + 1VRJ + 2DCIRJ + 2DMSRJ + 2DRVRJ + 2DMARJ + 2DMTRJ + 2DMMRJ + 2DMPRJ + 2DMCRJ + 2DMNRJ + 2DMORJ + 2DRARJ + 2DRGRJ + 2DRNRJ + 2DRMRJ + 2DRRRJ + 2DRSRJ + 2DRBRJ + 2DMERJ + 2DMLRJ + 1HFRJ + 1HSRJ	>=	3	4FRG + 2SFRG + 1VRG + 2DCIRG + 2DMSRG + 2DRVRG + 2DMARG + 2DMTRG + 2DMMRG + 2DMPRG + 2DMCRG + 2DMNRG + 2DMORG + 2DRARG + 2DRNRG + 2DRJRG + 2DRMRG + 2DRRRG + 2DRSRG + 2DRBRG + 2DMERN + 2DMLRG + 1HFRG + 1HSRG	>=	5

RA			MP			MA		
4FRA + 2SFRA + VRA + 2DCIRA + 2DMSRA + 2DRVRA + 2DMARA + 2DMTRA + 2DMMRA + 2DMPRA + 2DMCRA + 2DMNRA + 2DMORA + 2DRNRA + 2DRGRA + 2DRJRA + 2DRMRA + 2DRRRA + 2DRSRA + 2DRBRA + 2DMERA + 2DMLRA + 1HFRA + 1HSRA	>=	3	4RMP + 2SFMP + VMP + 2DCIMP + 2DMSMP + 2DRVMP + 2DMAMP + 2DMTMP + 2DMMMP + 2DRNMP + 2DMCMP + 2DMNMP + 2DMOMP + 2DRAMP + 2DRGMP + 2DRJMP + 2DRMMP + 2DRRMP + 2DRSMP + 2DRBMP + 2DMEMP + 2DMLMP + 1HFMP + 1HSMP	>=	3	4FMA + 2SFMA + VMA + 2DCIMA + 2DMSMA + 2DRVMA + 2DRNMA + 2DMTMA + 2DMMMA + 2DMPMA + 2DMCMA + 2DMNMA + 2DMOMA + 2DRAMA + 2DRGMA + 2DRJMA + 2DRMMA + 2DRRMA + 2DRSMA + 2DRBMA + 2DMEMA + 2DMLMA + 1HFMA + 1HSMA	>=	4
ML			MS			MT		
4FML + 2S FML + VML + 2DCIML + 2DMSML + 2DRVML + 2DMAML + 2DMTML + 2DMMML + 2DMPML + 2DMCML + 2DMNML + 2DMOML + 2DRAML + 2DRGML + 2DRJML + 2DRMML + 2DRRML + 2DRSML + 2DRBML + 2DMEML + 2DMLML + 1HFML + 1HSML	>=	5	4FMS + 2SFMS + VMS + 2DCIMS + 2DRNMS + 2DRVMS + 2DMAMS + 2DMTMS + 2DMMMS + 2DMPMS + 2DMCMS + 2DMNMS + 2DMOMS + 2DRAMS + 2DRGMS + 2DRJMS + 2DRMMS + 2DRRMS + 2DRSMS + 2DRBMS + 2DMEMS + 2DMLMS + 1HFMS + 1HSMS	>=	7	4FMT + 2SFMT + VMT + 2DCIMT + 2DMSMT + 2DRVMT + 2DMAMT + 2DRNMT + 2DMMMT + 2DMPMT + 2DMCMT + 2DMNMT + 2DMOMT + 2DRAMT + 2DRGMT + 2DRJMT + 2DRMMT + 2DRRMT + 2DRSMT + 2DRBMT + 2DMEMT + 2DMLMT + 1HFMT + 1HSMT	>=	2

- Por quantidade de horas extras

A consideração a ser feita nesta restrição é a quantidade que é feita, dependendo da categoria do técnico, pois cada técnico pode fazer hora extra a fim de finalizar apenas um atendimento, ou seja, a HE será contada apenas uma vez. Logo, a quantidade de técnicos (tanto para fixo quanto semifixo) de cada superintendência não pode ser superior à variável que conta as horas extras do tipo de técnico da superintendência em questão.

Restrições de Hora Extra								
CI			MO			MC		
SFCI : HSCI	>=	0	SFMO : HSMO	>=	0	SFMC : HSMC	>=	0
RV			ME			MM		
SFRV : HSRV	>=	0	SFME : HSME	>=	0	SFMM : HSMM	>=	0
MP			MN			MP		
SFMP : HSMP	>=	0	SFMN : HSMN	>=	0	FMP : HFMP	>=	0
CI			MO			MC		
FCI : HFCI	>=	0	FMO : HFMO	>=	0	FMC : HFMC	>=	0
RV			ME			MM		
FRV : HFRV	>=	0	FME : HFME	>=	0	FMM : HFMM	>=	0
MN								
FMN : HFMN	>=	0						



RN			RR			RB		
FRN - HFRN	$\geq$	0	FRR - HFRR	$\geq$	0	FRB - HFRB	$\geq$	0
RS			RJ			RG		
FRS - HFRS	$\geq$	0	FRJ - HFRJ	$\geq$	0	FRG - HFRG	$\geq$	0
RA			MP			MA		
FRA - HFRA	$\geq$	0	FMP - HFMP	$\geq$	0	FMA - HFMA	$\geq$	0
ML			MS			MT		
FML - HFML	$\geq$	0	FMS - HFMS	$\geq$	0	FMT - HFMT	$\geq$	0

RN			RR			RB		
SFRN + DCIRN + DMSRN + DRV RN + DMARN + DMTRN + DMMRN + DMPRN + DMCRN + DMNRN + DMORN + DRARN + DRGRN + DRJRN + DRMRN + DRRRN + DRSRN + DRBRN + DMERN + DMLRN · HSRN	≥	0	SFRR + DCIRR + DMSRR + DRVRR + DMARR + DMTRR + DMMRR + DMPRR + DMCRR + DMNRR + DMORR + DRARR + DRGRR + DRJRR + DRMRR + DRRRR + DRSRR + DRBRR + DMERR + DMLRR · HSRR	≥	0	SFRB + DCIRB + DMSRB + DRV RB + DMARB + DMTRB + DMMRB + DMPRB + DMCRB + DMNRB + DMORB + DRARB + DRGRB + DRJRB + DRMRB + DRRRB + DRSRB + DRNRB + DMERB + DMLRB · HSRB	≥	0
RS			RJ			RG		
SFRS + DCIRS + DMSRS + DRVRS + DMARS + DMTRS + DMMRS + DMPRS + DMCRS + DMNRS + DMORS + DRARS + DRGRS + DRJRS + DRMRS + DRRRS + DRNRS + DRBRS + DMERS + DMLRS · HSRS	≥	0	SFRJ + DCIRJ + DMSRJ + DRV RJ + DMARJ + DMTRJ + DMMRJ + DMPRJ + DMCRJ + DMNRJ + DMORJ + DRARJ + DRGRJ + DRNRJ + DRMRJ + DRRRJ + DRSRJ + DRBRJ + DMERJ + DMLRJ · HSRJ	≥	0	SFRG + DCIRG + DMSRG + DRV RG + DMARG + DMTRG + DMMRG + DMPRG + DMCRG + DMNRG + DMORG + DRARG + DRNRG + DRJRG + DRMRG + DRRRG + DRSRG + DRBRG + DMERN + DMLRG · HSRG	≥	0
RA			MP			MA		
SFRA + DCIRA + DMSRA + DRV RA + DMARA + DMTRA + DMMRA + DMPRA + DMCRA + DMNRA + DMORA + DRNRA + DRGRA + DRJRA + DRMRA + DRRRA + DRSRA + DRBRA + DMERA + DMLRA · HSRA	≥	0	SFMP + DCIMP + DMSMP + DRV MP + DMAMP + DMTMP + DMMMP + DRNMP + DMCMP + DMNMP + DMOMP + DRAMP + DRGMP + DRJMP + DRMMP + DRRMP + DRSMP + DRBMP + DMEMP · DMLMP · HSMP	≥	0	SFMA + DCIMA + DMSMA + DRV MA + DRNMA + DMTMA + DMMMA + DMPMA + DMCMA + DMNMA + DMOMA + DRAMA + DRGMA + DRJMA + DRMMA + DRRMA + DRSMA + DRBMA + DMEMA + DMLMA · HSMA	≥	0
ML			MS			MT		
SFML + DCIML + DMSML + DRV ML + DMAML + DM TML + DMMML + DMPML + DMCML + DMNML + DMOML + DRAML + DRGML + DRJML + DRMML + DRRML + DRSML + DRBML + DMEML · DRNML · HSMML	≥	0	SFMS + DCIMS + DRNMS + DRVMS + DMAMS + DMTMS + DMMMS + DMPMS + DMCMS + DMNMS + DMOMS + DRAMS + DRGMS + DRJMS + DRMMS + DRRMS + DRSMS + DRBMS + DMEMS · DMLMS · HSMS	≥	0	SFMT + DCIMT + DMSMT + DRV MT + DMAMT + DRNMT + DMMMT + DMPMT + DMCMT + DMNMT + DMOMT + DRAMT + DRGMT + DRJMT + DRMMT + DRRMT + DRSMT + DRBMT + DMEMT · DMLMT · HSMT	≥	0

## FUNÇÃO OBJETIVO

A função objetivo visa minimizar o custo total com técnicos. Tomamos que cada funcionário terá custo 1 independentemente da categoria, dado que o edital não apresenta a remuneração de cada um deles. Dada a quantidade de horas extras que cada tipo deve fazer para finalizar um atendimento a mais no dia, o custo de um técnico semifixo fazer hora extra no dia é de 0,1875 e de um técnico fixo é de 0,375. Logo, temos a seguinte função objetivo, com 325 variáveis:

$$\begin{aligned}
 Z_{\min} = & 1FG + 1FCI + 1FRV + 1FMA + 1FMP + 1FMC + 1FMM + 1FMN + 1FMT + 1FMO + \\
 & 1FMS + 1FRA + 1FRG + 1FRJ + 1FRM + 1FRB + 1VMA + 1VMC + 1VMP + 1VML + 1VMT \\
 & + 1VMM + 1VMS + 1VMN + 1VME + 1VRG + 1VRJ + 1VRM + 1VRN + 1VRR + 1VRS + \\
 & 1VRB + 1SFCI + 1VCI + 1FVG + 0.375HFCI + 0.1875HSCI + 1SFMO + 1VMO + \\
 & 0.375HFMO + 0.1875HSMO + 1SFRV + 1VRV + 0.375HFRV + 0.1875HSRV + 1FME + \\
 & 1SFME + 0.375HFME + 0.1875HSME + 1SFMM + 0.375HFMM + 0.1875HSMM + 1SFMP + \\
 & 0.375HFMP + 0.1875HSMP + 1SFMN + 0.375HFMN + 0.1875HSMN + 1SFMC + \\
 & 0.375HFMC + 0.1875HSMC + 1FRN + 1SFRN + 1DCIRN + 1DMSRN + 1DRV RN + \\
 & 1DMARN + 1DMTRN + 1DMMRN + 1DMPRN + 1DMCRN + 1DMNRN + 1DMORN + \\
 & 1DRARN + 1DRGRN + 1DRJRN + 1DRMRN + 1DRRRN + 1DRSRN + 1DRBRN + \\
 & 1DMERN + 1DMLRN + 0.375HFRN + 0.1875HSRN + 1FRR + 1SFRR + 1DCIRR + \\
 & 1DMSRR + 1DRVRR + 1DMARR + 1DMTRR + 1DMMRR + 1DMPRR + 1DMCRR + \\
 & 1DMNRR + 1DMORR + 1DRARR + 1DRGRR + 1DRJRR + 1DRMRR + 1DRNRN + \\
 & 1DRSRR + 1DRBRR + 1DMERR + 1DMLRR + 0.375HFRR + 0.1875HSRR + 1SFRB + \\
 & 1DCIRB + 1DMSRB + 1DRV RB + 1DMARB + 1DMTRB + 1DMMRB + 1DMPRB + 1DMCRB \\
 & + 1DMNRB + 1DMORB + 1DRARB + 1DRGRB + 1DRJRB + 1DRMRB + 1DRRRB + \\
 & 1DRSRB + 1DRNRB + 1DMERB + 1DMLRB + 0.375HFRB + 0.1875HSRB + 1FRS + \\
 & 1SFRS + 1DCIRS + 1DMSRS + 1DRVRS + 1DMARS + 1DMTRS + 1DMMRS + 1DMPRS + \\
 & 1DMCRS + 1DMNRS + 1DMORS + 1DRARS + 1DRGRS + 1DRJRS + 1DRMRS + \\
 & 1DRRRS + 1DRNRS + 1DRBRS + 1DMERS + 1DMLRS + 0.375HFRS + 0.1875HSRS + \\
 & 1SFRJ + 1DCIRJ + 1DMSRJ + 1DRV RJ + 1DMARJ + 1DMTRJ + 1DMMRJ + 1DMPRJ +
 \end{aligned}$$

1DMCRJ + 1DMNRJ + 1DMORJ + 1DRARJ + 1DRGRJ + 1DRNRJ + 1DRMRJ + 1DRRRJ +  
 1DRSRJ + 1DRBRJ + 1DMERJ + 1DMLRJ + 0.375HFRJ + 0.1875HSRJ + 1SF RG +  
 1DCIRG + 1DMSRG + 1DRV RG + 1DMARG + 1DMTRG + 1DMMRG + 1DMPRG +  
 1DMCRG + 1DMNRG + 1DMORG + 1DRARG + 1DRNRG + 1DRJRG + 1DRMRG +  
 1DRRRG + 1DRSRG + 1DRBRG + 1DMLRG + 0.375HFRG + 0.1875HSRG + 1SFRA +  
 1VRA + 1DCIRA + 1DMSRA + 1DRVRA + 1DMARA + 1DMTRA + 1DMMRA + 1DMPRA +  
 1DMCRA + 1DMNRA + 1DMORA + 1DRNRA + 1DRGRA + 1DRJRA + 1DRMRA +  
 1DRRRA + 1DRSRA + 1DRBRA + 1DMERA + 1DMLRA + 0.375HFRA + 0.1875HSRA +  
 1DCIMP + 1DMSMP + 1DRVMP + 1DMAMP + 1DMTMP + 1DMMMP + 1DRNMP +  
 1DMCMP + 1DMNMP + 1DMOMP + 1DRAMP + 1DRGMP + 1DRJMP + 1DRMMP +  
 1DRRMP + 1DRSMP + 1DRBMP + 1DMEMP + 1DMLMP + 1SFMA + 1DCIMA + 1DMSMA  
 + 1DRVMA + 1DRNMA + 1DMTMA + 1DMMMA + 1DMPMA + 1DMCMA + 1DMNMA +  
 1DMOMA + 1DRAMA + 1DRGMA + 1DRJMA + 1DRMMA + 1DRRMA + 1DRSMA +  
 1DRBMA + 1DMEMA + 1DMLMA + 0.375HFMA + 0.1875HSMA + 1FML + 1SFML +  
 1DCIML + 1DMSML + 1DRVML + 1DMAML + 1DMTML + 1DMMML + 1DMPML + 1DMCML  
 + 1DMNML + 1DMOML + 1DRAML + 1DRGML + 1DRJML + 1DRMML + 1DRRML +  
 1DRSML + 1DRBML + 1DMEML + 1DRNML + 0.375HFML + 0.1875HSML + 1SFMS +  
 1DCIMS + 1DRNMS + 1DRVMS + 1DMAMS + 1DMTMS + 1DMMMS + 1DMPMS +  
 1DMCMS + 1DMNMS + 1DMOMS + 1DRAMS + 1DRGMS + 1DRJMS + 1DRMMS +  
 1DRRMS + 1DRSMS + 1DRBMS + 1DMEMS + 1DMLMS + 0.375HFMS + 0.1875HSMS +  
 1SFMT + 1DCIMT + 1DMSMT + 1DRVMT + 1DMAMT + 1DRNMT + 1DMMMT + 1DMPMT  
 + 1DMCMT + 1DMNMT + 1DMOMT + 1DRAMT + 1DRGMT + 1DRJMT + 1DRMMT +  
 1DRRMT + 1DRSMT + 1DRBMT + 1DMEMT + 1DMLMT + 0.375HFMT + 0.1875HSMT

### 3 ALGORITMO CRIADO PARA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

O algoritmo para a resolução deste problema foi feito na linguagem Java com auxílio da biblioteca Cplex.

#### Funcionalidades

##### 1) Leitura e escrita em arquivo

Lê um arquivo .csv que contém a matriz do problema. A primeira linha é lida como o nome de cada variável, a segunda com a função objetivo e da terceira em diante como as restrições do problema.

Para escrita em arquivo, a solução do problema é exportada em arquivo .xml com o valor de cada variável e o valor final da função objetivo. Além disso, toda a montagem do problema é exportada num arquivo .txt, a fim de facilitar a verificação das restrições.

##### 2) Processamento dos dados para o solver

Os dados lidos pelo arquivo .csv são todos processados e adicionados para uso da biblioteca Cplex.

##### 3) Solução do problema proposto

Com auxílio da biblioteca Cplex, após adicionados os dados, o problema será solucionado e a solução é apresentada em console e exportada num arquivo .xml.

### Código fonte do problema

<https://github.com/MarcusVsc1/SabespPO>

## 4 SOLUÇÃO DO PROBLEMA PROPOSTO

Após rodar o algoritmo, o valor encontrado para a função objetivo é de **39.375**. Temos, assim, que é necessário contratar um total de 39 técnicos e que dois deles irão fazer hora extra.

Os valores finais para cada variável foram:

FCI	2
FRV	2
FMA	1
FMM	1
FMS	2
FRA	1
FRG	1
FRJ	1
FRM	1
FRB	1
VMC	1
VMP	3
VML	1
VMT	2
VMN	1
VME	1
VRG	1
VRJ	1
VRM	1
VRN	1
VRR	1
VRS	1
VRB	2
FVG	3
SFMO	1
DMARN	1
DRSRR	1
HSRR	1
DRARS	1
HSRS	1
FML	1

Assim, o valor de cada técnico para cada superintendência será de:

Valores								
CI	Fixo	2						
	Semifixo	0	RA	Fixo	2	RS	Fixo	0
	Fixo VIP	3		Semifixo	1		Semifixo	0
	Volante	0		Volante	0		Volante	1
RV	Fixo	2	RG	Fixo	1	MO	Fixo	0
	Semifixo	0		Semifixo	0		Semifixo	1
	Volante	0		Volante	1		Volante	0
MA	Fixo	1	RJ	Fixo	1	RR	Fixo	0
	Semifixo	1		Semifixo	0		Semifixo	1
	Volante	0		Volante	1		Volante	1
MM	Fixo	1	RM	Fixo	1	RN	Fixo	0
	Semifixo	0		Semifixo	1		Semifixo	1
	Volante	0		Volante	0		Volante	1
MS	Fixo	2	RB	Fixo	1	ME	Fixo	0
	Semifixo	0		Semifixo	0		Semifixo	0
	Volante	0		Volante	1		Volante	1
MC	Fixo	0	MP	Fixo	0	MN	Fixo	0
	Semifixo	0		Semifixo	0		Semifixo	0
	Volante	1		Volante	3		Volante	1
ML	Fixo	1	MT	Fixo	0			
	Semifixo	0		Semifixo	0			
	Volante	1		Volante	1			

Além disso, dois técnicos terão feito hora extra:

Valores	
HSRR	1
HSRS	1

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Foi possível, dado o edital da SABESP, extrair as informações necessárias para montar um problema de otimização e resolvê-lo.

Apesar de ter sido um problema com muitas variáveis, a maior parte delas teve valor zerado. As horas extras também não adicionam muito à solução: somente dois funcionários tiveram HE no final. Vale ressaltar também que para a região CI havia restrições redundantes ( $4FCI + 2SFCI + 1VCI + 12FVG + 1HFCI + 1HSCI \geq 11$  e  $4FCI + 2SFCI + 1VCI + 1HFCI + 1HSCI \geq 1$ ), e ao final a existência da variável de Fixo VIP não mudou em absolutamente nada o valor de outras variáveis, porém era importante que ela estivesse lá, dado que é uma exigência do edital.

O valor da função objetivo manteve-se muito próximo do mínimo exigido pelas restrições: ao se somar o mínimo de técnicos tínhamos 37, contra 39,375 do valor encontrado pela solução.

Por fim, é importante ressaltar que, da maneira como o problema foi proposto (todos os funcionários com o mesmo salário) o problema acaba sendo de certa forma voltado

também a escalar funcionários, não somente à sua minimização de contratação. O perfil dos técnicos é muito diferente para que possamos ignorar que, na realidade, todas as categorias teriam salários muito distintos. Um técnico fixo VIP, por exemplo, trabalha muito mais tempo e tem uma produtividade maior, além de que atende um perfil diferenciado, que é a diretoria da SABESP. Caso fosse possível ter os dados em mãos do salário médio para cada tipo de técnico, daria-se uma profundidade muito maior ao problema.