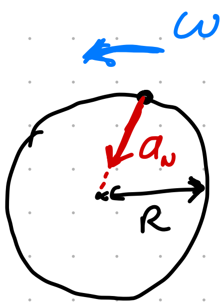
6.1 Nei!

Hvis all masse er samlet i massesenteret, blir treghetsmomentet null for en rotasjonsakse som går igjennom massesenteret. Vi har sett i forelesningene at dette åpenbart ikke er tilfelle.

6.2



$\omega = 5000 \frac{rev}{min.}$

$a_N = 3000\, g$

Hvor stor må R være for å tilfredsstille ω og a_N?

$$a_N = R\omega^2 \Rightarrow R = \frac{a_N}{\omega^2}$$

$$a_N = 3000\, g = 3000 \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} = 29430 \frac{m}{s^2}$$

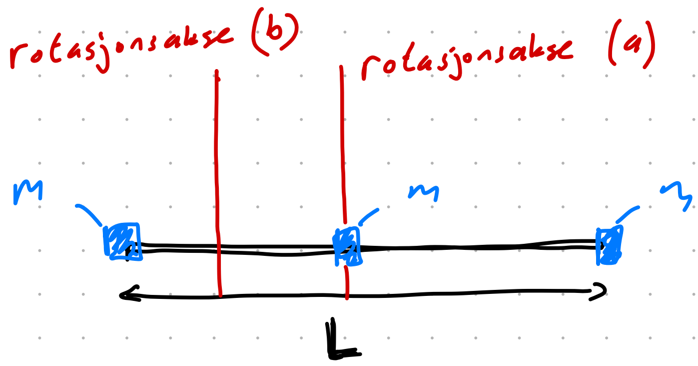
$$\omega = 5000 \frac{rev}{min} = 5000 \frac{rev.}{min} \left(\frac{1}{60} \frac{min}{s}\right)\left(\frac{2\pi\, rad}{1\, rev}\right)$$

$$\omega = 523{,}6 \frac{rad}{s}$$

$$R = \frac{a_N}{\omega^2} = \frac{29430 \frac{m}{s^2}}{(523{,}6 \frac{rad}{s})^2} = 0{,}107 m$$

Diameteren blir 0,214 m som er større enn 0,127 m. Påstanden er ikke realistisk.

6.3



a) $$I = \sum_i m_i r_i^2$$

Klossen i midten ligger på rotasjonsaksen. Kun de to på siden bidrar til treghetsmomentet.

$$I = m\left(\frac{L}{2}\right)^2 + m\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}mL^2 + \frac{1}{4}mL^2$$

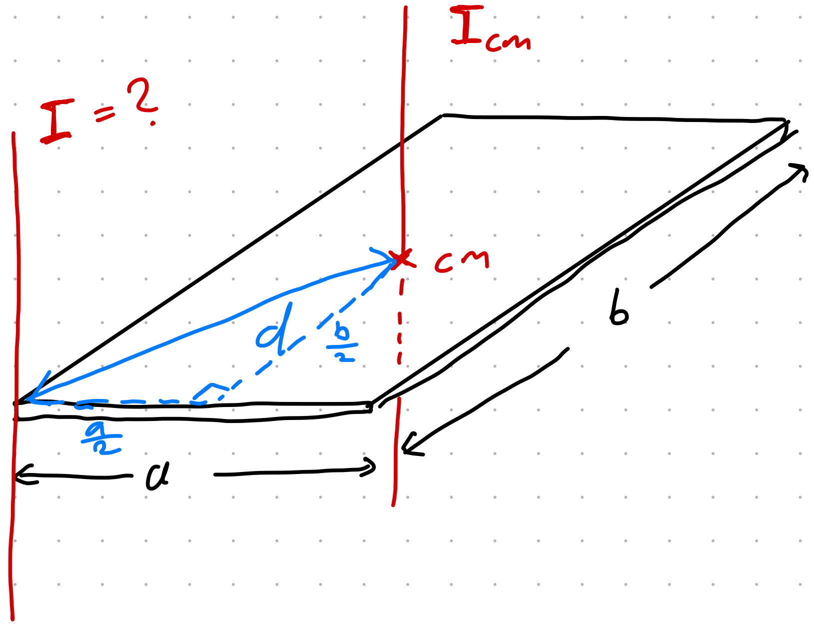
$$\boxed{I = \frac{1}{2}mL^2}$$

b) $$I = m\left(\frac{L}{4}\right)^2 + m\left(\frac{L}{4}\right)^2 + m\left(\frac{3L}{4}\right)^2$$

$$= mL^2\left(\frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{9}{16}\right)$$

$$\boxed{I = \frac{11}{16}mL^2}$$

6.4



$$I_{cm} = \frac{1}{12} M(a^2+b^2)$$ (fra tabell 9.2 i boken)

$$I = I_{cm} + Md^2$$

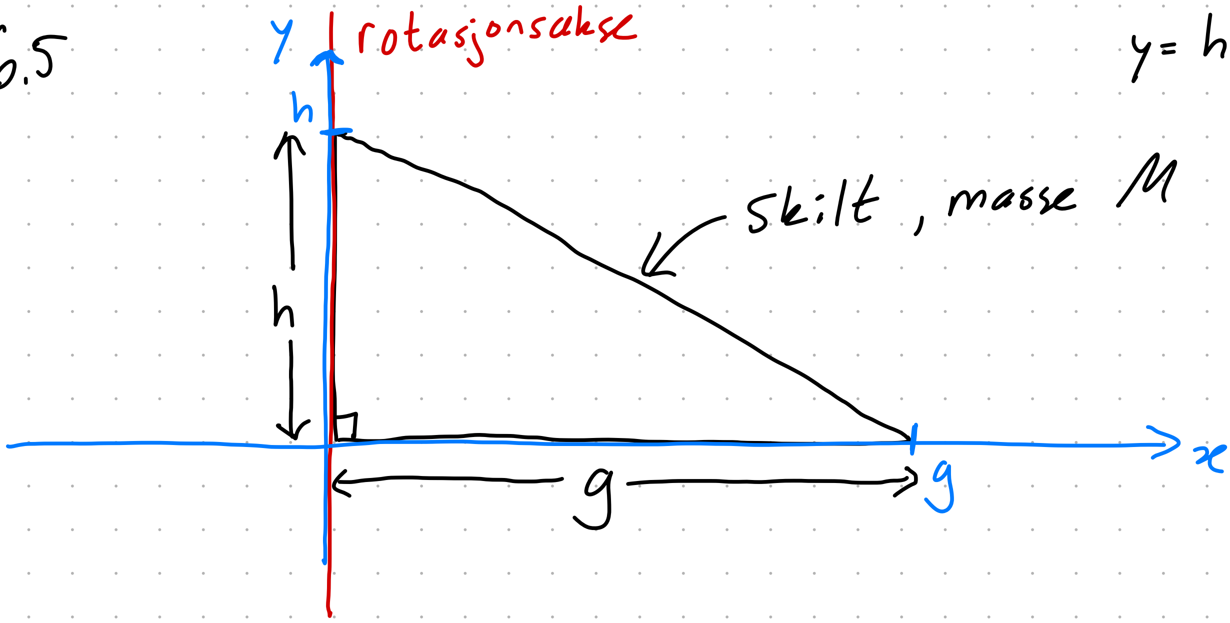
$$d^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

$$I = \frac{1}{12} M(a^2+b^2) + M\left(\frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4}\right)$$

$$= \frac{1}{12} M(a^2+b^2) + \frac{1}{4} M(a^2+b^2)$$

$$\boxed{I = \frac{1}{3} M(a^2+b^2)}$$

6.5



$$y = h - \frac{h}{g}x$$

$$x = (h-y)\cdot\frac{g}{h}$$

a) Vi må regne ut treghetsmomentet ved hjelp av:

$$I = \int r^2 \, dm$$

Dette blir et arealintegral siden vi ser bort fra tykkelsen på skiltet.

$$I = \rho \int r^2 \, dA$$, hvor ρ er tetthet med enhet $\frac{kg}{m^2}$.

r er her avstanden til rotasjonsaksen, dvs. x koordinatet på figuren.

$$I = \rho \int x^2 \, dA$$

$I = \rho \int x^2 \, dA$

Dette er et dobbeltintegral som dere lærer mer om i Matte 3.

$$I = \rho \int_{x=0}^{x=g} x^2 \int_{y=0}^{y=h(1-\frac{x}{g})} dy \, dx = \rho h \int_{x=0}^{x=g} \left(x^2 - \frac{x^3}{g}\right) dx$$

$$= \rho h \left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}\frac{x^4}{g}\right]_0^g dx = \rho h \left[\frac{1}{3}g^3 - \frac{1}{4}g^3\right]$$

$$I = \frac{1}{12}\rho h g^3$$

massen $M = \frac{1}{2}\rho h g$

$$\Rightarrow \boxed{I = \frac{1}{6} M g^2}$$

Dette var den tungvindte måten. En enklere måte er å se på tabell 9.2 i boken og finne treghetsmomentet til en rektangulær plate: $I = \frac{1}{3}Mg^2$

Skiltet er halvparten så stort, så I blir derfor:

$$I = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} M g^2 = \frac{1}{6} M g^2$$

b) $M = 5{,}40\,kg$

$g = 1{,}60\,m$

$h = 1{,}20\,m$

$\omega = 2{,}00\,\frac{rev}{s} = 2 \cdot 2\pi\,\frac{rad}{s} = 4\pi\,\frac{rad}{s}$

$$E_r = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} M g^2 \omega^2 = \frac{1}{12} M g^2 \omega^2$$

$$= \frac{1}{12} \cdot 5{,}40\,kg \cdot (1{,}60\,m)^2 \cdot \left(4\pi\,\frac{rad}{s}\right)^2 = 181{,}9\,kg\,\frac{m^2}{s^2}$$

$$\boxed{E_r = 182\,J}$$

$$dA = \frac{g}{2}\,dh$$