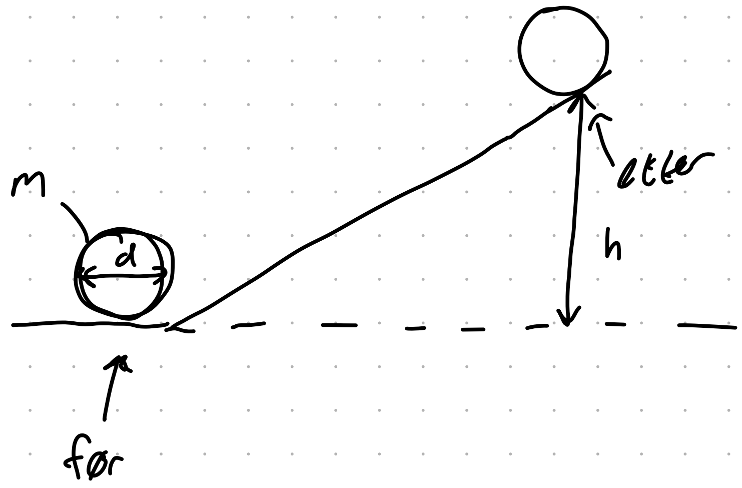
7.1 Når du stopper det råe egget, vil det flytende materialet inni fortsette å rotere. Denne bevegende væsken påfører et dreiemoment på skallet og får det til å bevege seg igjen.

7.2 Rotasjonshastigheten til gyroskopet har blitt mindre.

Presesjonsvinkelfarten er gitt ved: $\Omega = \frac{wr}{I\omega}$

Vinkelfarten, ω, har blitt halvert, som gjør at presesjonen er doblet.

7.3



$d = 0{,}226\,m$

$m = 0{,}426\,kg$

$h = 5{,}00\,m$

Kun tyngdekraften virker

→ mekanisk energi er bevart

$$E_{K1} + E_{r1} + \cancel{U_1} = \underbrace{\cancel{E_{K2}} + \cancel{E_{r2}}}_{} + U_2$$

starter på nullnivå

ved høyeste punkt er kinetisk energi null

a) $$\frac{1}{2} m v_{cm}^2 + \frac{1}{2} I_{cm} \omega^2 = mgh$$

Ruller uten å skli: $v_{cm} = R\omega$

I_{cm} for hul kule: $I_{cm} = \frac{2}{3} m R^2$

$$\frac{1}{2} \cancel{m} v_{cm}^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3} \cancel{m} \cancel{R^2}\right)\frac{v_{cm}^2}{\cancel{R^2}} = \cancel{m} g h$$

$$\frac{1}{2} v_{cm}^2 + \frac{1}{3} v_{cm}^2 = \frac{5}{6} v_{cm}^2 = gh$$

$$v_{cm} = \sqrt{\frac{6}{5} gh} = \sqrt{\frac{6}{5} \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot 5{,}00\,m} = 7{,}672\,\frac{m}{s}$$

$$\underline{\underline{\omega}} = \frac{v_{cm}}{R} = \frac{7{,}672\,\frac{m}{s}}{0{,}226/2\ m} = \underline{\underline{67{,}9\,\frac{rad}{s}}}$$

b) $E_r = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3} mR^2\right)\left(\frac{V_{cm}}{R}\right)^2 = \frac{1}{3} m V_{cm}^2$

$= \frac{1}{3} \cdot 0{,}426 \text{kg} \cdot \left(7{,}672 \frac{m}{s}\right)^2 = 8{,}358 \text{ J}$

$$\boxed{E_r = 8{,}36 \text{ J}}$$

Translatorisk kinetisk energi var:

$E_K = \frac{1}{2} m v_{cm}^2 = \frac{3}{2} E_r = 12{,}53 \text{ J}$

Total kinetisk energi var dermed:

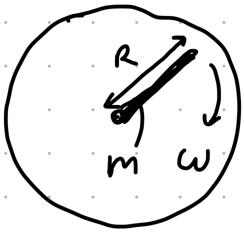
$K = E_K + E_r = 20{,}89 \text{ J} = \underline{20{,}9 \text{ J}}$

Potensiell energi på toppen var:

$U = mgh = 0{,}426 \text{ kg} \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot 5{,}00 \text{ m} = 20{,}90 \text{ J} = \underline{20{,}9 \text{ J}}$

$K_1 = U_2$

7.4



$R = 0{,}15\,m$

$\omega = \frac{1\,rev.}{60\,s} = \frac{2\pi}{60}\,\frac{rad}{s}$

$m = 6{,}00 \cdot 10^{-3}\,kg$

$L = I\omega$ (L og ω har samme retning)

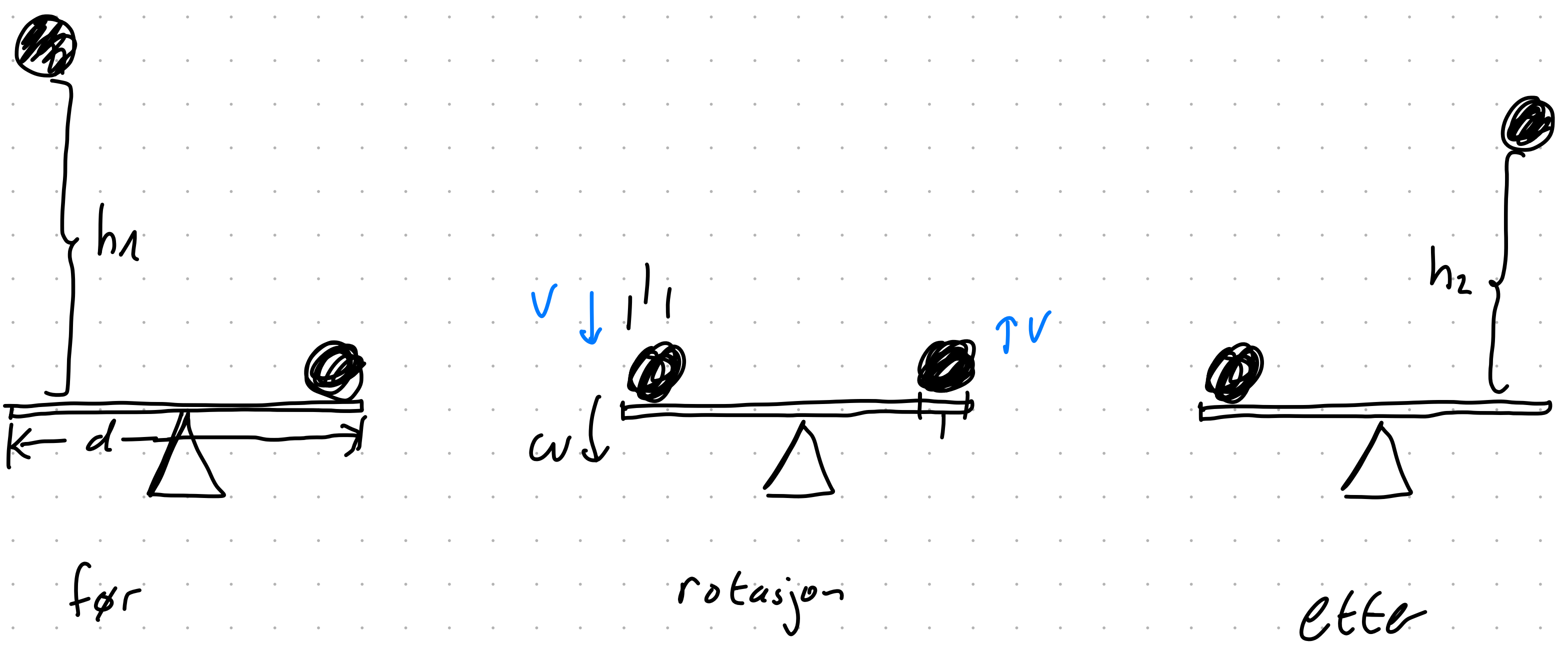
Tynn stav roterer rundt ene enden:

$$I = \frac{1}{3} m R^2 = \frac{1}{3} \cdot 6{,}00 \cdot 10^{-3}\,kg\,(0{,}15\,m)^2 = 4{,}50 \cdot 10^{-5}\,kg\,m^2$$

$$L = 4{,}50 \cdot 10^{-5}\,kg\,m^2 \cdot \frac{2\pi}{60}\,\frac{rad}{s} = 4{,}712 \cdot 10^{-6}\,kg\,\frac{m^2}{s}$$

$$\boxed{L = 4{,}71 \cdot 10^{-6}\,kg\,\frac{m^2}{s}}$$

7.5



$m = 5{,}00 \text{ kg}$

$M = 8{,}00 \text{ kg}$

$d = 4{,}00 \text{ m}$

$h_1 = 12{,}0 \text{ m}$

$h_2 = ?$

Farten idet ballen treffer planken er:

$$V = \sqrt{2gh_1}$$

Planken roterer rundt sentrum, og når begge ballene er i kontakt, er spinnet bevart.

Når ball treffer planke, har den et drivmoment rundt dreiepunktet:

$$L_1 = mvr = mr\sqrt{2gh_1}$$

Drivmomentet til systemet planke + 2 baller er bevart (ingen ytre dreiemoment).
$L_1 = L_2 = L = I_{tot} \cdot \omega$

$$I_{tot} = \frac{1}{12}Md^2 + 2m\left(\frac{d}{2}\right)^2$$

$$\omega = \frac{L}{I_{tot}} = \frac{m\left(\frac{d}{2}\right)\sqrt{2gh_1}}{\frac{1}{12}Md^2 + 2m\left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{\frac{m}{2}\sqrt{2gh_1}}{\frac{1}{12}Md + \frac{1}{2}md}$$

$$\omega = \frac{m\sqrt{2gh_1}}{d\left(\frac{1}{6}M + m\right)} = \frac{5kg\sqrt{2 \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2} \cdot 12m}}{4m\left(\frac{1}{6} \cdot 8kg + 5kg\right)} = 3{,}028 \text{ rad}$$

Like etter kollisjon får den andre ballen en lineær fart:

$$v = \frac{d}{2}\omega = \frac{m\sqrt{2gh_1}}{2\left(\frac{1}{6}M + m\right)} = \frac{m}{\frac{1}{3}M + 2m}\sqrt{2gh_1}$$

høyden finner vi ved: $E_k = U$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v^2 = \cancel{m}gh$$

$$h_2 = \frac{v^2}{2g} = \frac{\cancel{2g}h_1}{\cancel{2g}}\left(\frac{m}{\frac{1}{3}M + 2m}\right)^2 = h_1\left(\frac{m}{\frac{1}{3}M + 2m}\right)^2$$

$$= 12m\left(\frac{5kg}{\frac{8kg}{3} + 2 \cdot 5kg}\right)^2 = 12m \cdot 0{,}1558 = 1{,}8698m$$

$$\boxed{h_2 = 1{,}87\ m}$$