

---

## Oblig 3b

Levering: 1 PDF, i rett mappe på Canvas. Lever eventuell **R**/**MatLab**/**Wolfram**-kode som kildefil i tillegg.

Førstefrist: 2. april., 18:00

Sistefrist: 7. april., 18:00

**Godkjent:**  $40\% + (\text{antall i gruppa}) * 10\%$

### 1. (10%) Begreper

- (a) Hva er en Poisson-prosess?
- (b) Hva er *prediktiv* fordeling?
- (c) Hva er sammenhengen mellom gamma-fordeling og gamma-gamma-fordeling, og hva er forskjellen på de to?

### 2. (10%) Kapittel 13: oppgave 13d

### 3. (10%) Kapittel 13: oppgave 14c

### 4. De tre eksperimentene:

- (a) **Bernoulli (30%):** Du skal her ta utgangspunkt i de 4 sannsynlighetsfordelingene du fikk og tegnet for  $n = 10, 100, 1000$  og  $10000$  i oblig 3a.
  - i. Intervallestimater: Regn ut 90% kredibilitetsintervall for parameteren  $\pi$  for alle 4  $n$ -verdier. Fremstill de 4 intervallene sammen på en måte som viser utviklingen etter hvert som du samler mer informasjon. Enkle linjer tegnet for hånd med forskjellige farger for å markere områdene til intervallene er tilstrekkelig.
  - ii. Punktestimater: For  $n = 100$  og  $n = 10000$ , regn ut de tre punktestimatene for  $\beta$ -fordelte variable for  $\beta_{(a_{100}, b_{100})}$  og for  $\beta_{(a_{10000}, b_{10000})}$ . Tegn de to grafene hver for seg sammen med de tre estimatene sine. (for illustrasjonene her anbefales regneverktøy som **R**, **MatLab** eller **Wolfram** sterkt fremfor frihåndtegning!).
  - iii. Du skal avgjøre hypotesen  $H_1: \pi > 0.5$  med signifikans  $\alpha = 0.1$ . Regn ut  $P(H_0)$  for alle de fire *posterior*-fordelingene (for  $n = 10, 100, 1000$  og  $10000$ ), og avgjør hypotesen for hver av dem.
  - iv. (BONUS) Finn et tall  $p_0$  slik at du endrer konklusjon på hypotesen  $H_1: \pi > p_0$  etter hvert som  $n$  blir større.
  - v. Sammenligning: Ta deres egen  $\pi \sim \beta_{(a_{100}, b_{100})}$  og bytt verdier med en annen gruppe. Kall den andre gruppens variabel  $p \sim \beta_{(A_{100}, B_{100})}$ . Finn sannsynlighetene  $P(\pi \geq p)$  og  $P(p \geq \pi)$ , og avgjør hypotesen  $H_1$  at deres  $\pi$  er høyere enn den andre gruppas  $p$  med signifikans  $\alpha = 0.2$ .
- (b) **Poisson (20%):** (Bruk datasettet *discoveries*, som i 3a.)

- 
- i. Intervallestimater: Regn ut 20%, 40%, 60%, 80%, 90% og 95%, kredibilitetsintervall for parameteren  $\lambda$  for siste *posterior*-stadie av undersøkelsen. Fremstill de 6 intervallene sammen på en måte som viser utviklingen etter hvert som prosenten øker. Bruk gjerne konfidens-kurver. (for illustrasjonene anbefales regneverktøy som **R**, **MatLab** eller **Wolfram** sterkt fremfor frihåndtegning!).
  - ii. Punktestimater: Regn ut de tre punktestimatene for den første av de tre posteriorene for  $\lambda$ .
  - iii. Du skal avgjøre hypotesen  $H_1: \lambda > 2.5$  med signifikans  $\alpha = 0.1$  for den siste av *posterior*-fordelingene dine.
  - iv. Sammenligning: Sammenlign din siste *posterior* for  $\lambda$ , raten for viktige oppdagelser per år, med  $\lambda_2$ , raten for viktige literære verk per år. Bruk  $\lambda_2 \sim \gamma_{(147,50)}$ . Avgjør hypotesen  $H_1: \lambda > \lambda_2$  med signifikans  $\alpha = 0.07$ .
- (c) **Gaussisk (20%)**: I denne oppgaven skal dere bruke de *posterior* sannsynlighetsfordelingene dere fikk i oblig 3a. Velg to seigmanntyper (kall dem A og B), og gjør følgende:
- i. Intervallestimater: Tegn konfidenskurvene for  $\mu$  og for  $X_+$  for seigmanntype A (for illustrasjonene anbefales regneverktøy som **R**, **MatLab** eller **Wolfram** sterkt fremfor frihåndtegning!). Markér av på grafene 40%, 80%, og 90%, og les av manuelt fra grafene (altså øyemål, ikke beregning) hva de 40%, 80%, og 90% intervallestimaterne for  $\mu$  og for  $X_+$  er.
  - ii. Si med ord hvorfor du tror det ikke ble noen oppgave om punktestimater for  $\mu$  og  $X_+$ .
  - iii. Sammenligning 1: Test hypotesen  $H_1: \mu_A > \mu_B$ , med signifikans  $\alpha = 0.042$
  - iv. Sammenligning 2: Test hypotesen  $H_1: \tau_A > \tau_B$ , med signifikans  $\alpha = 0.042$