Devoir 4

Date de remise : 2 décembre 2019

Expérience numérique d'atténuation de rayons gamma par un écran de radioprotection

Le but de ce devoir est de simuler numériquement une série d'expériences où des photons sont émis à un taux de $Q = 10000$ photons/s par chacune des trois sources linéaires placées dans le vide (en rouge dans la figure 1). Ces sources qui sont parallèles à l'axe z ont une hauteur h_s=40 cm et sont centrée respectivement à $\vec{r}_1 = (0, -10, 0)$ cm, $\vec{r}_2 = (0, 0, 0)$ cm et $\vec{r}_3 = (0, 10, 0)$ cm. Les photons seront détectés par un compteur (en bleu dans la figure 1) qui est plat, d'épaisseur négligeable et de forme carrée (la normale à cette surface est dans l'axe des x). Les arêtes du détecteur sont de 4 cm et il est centré à $\vec{r}_d = (x_d, 0, 0)$.

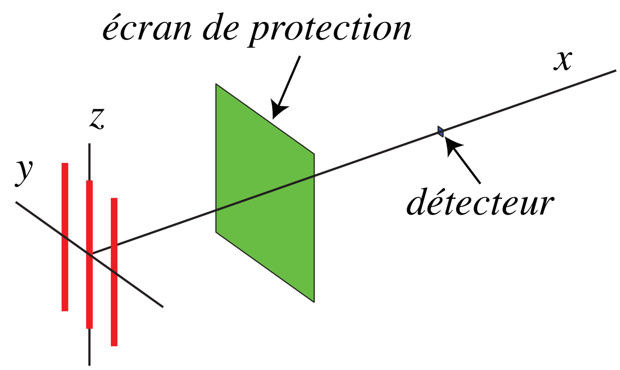

Figure 1: Montage expérimental pour l'expérience numérique d'atténuation de photons.

Une deuxième série d'expériences consiste à interposer un écran de radioprotection plat entre les sources et le compteur. Cet écran (bloc vert dans la figure 1) est centré au point $\vec{r}_e = (x_e, 0, 0)$, a une hauteur h_e=40 cm (direction z), une largeur l_e=40 cm (direction y) et une épaisseur x_e (direction x). Il contient un matériel qui a une section efficace macroscopique totale de $\Sigma = 0.5$ cm^{-1}.

Vous simulerez ces expériences en utilisant un générateur de nombres aléatoires (fonction rand() en Matlab qui produit un nombre entre 0 et 1) en procédant de la façon suivante.

1. Choix de la position de départ de chaque photon produit par une source

   Pour chacune des lignes, vous déterminerez le point z_s sur la ligne d'où est émis le photon en générant un nombre aléatoire a_1, avec $0 < a_1 < 1$, et la relation suivante

   $$z_s = h_s(a_1 - 0.5)$$

   Ce choix permet de générer une distribution uniforme de photons le long la ligne située entre $z = -h_s/2$ et $z = h_2/2$.

2. Choix de la direction du photon.

   Vous déterminerez la direction de propagation $\vec{\Omega}_s$ des photons en générant deux autres nombres aléatoires $0 < a_2 < 1$ et $0 < a_3 < 1$. En utilisant les relations

   $$\phi = 2\pi a_2$$
   $$\mu = \cos(\theta) = 2a_3 - 1$$

   vous obtiendrez alors

   $$\vec{\Omega}_s = \left(\cos\phi\sqrt{1-\mu^2}, \sin\phi\sqrt{1-\mu^2}, \mu\right)^T$$

   Ce choix permet de générer une distribution uniforme pour les directions des photons dans l'espace.

3. Comptage des photons au détecteur.

   Vous devrez suivre chaque photon afin de déterminer s'il atteint un compteur. L'équation de la ligne correspondant à la trajectoire du photon émis par la ligne i est

   $$\vec{r}_i(t) = \vec{r}_i + (0, 0, z_s) + t\vec{\Omega}_s$$

   avec $t > 0$. Si le photon touche le compteur, vous l'additionnez au signal S_{exp} que produira ce compteur.

4. Prise en compte de l'écran (si nécessaire).

   Si l'écran de radioprotection est présent, vous devez aussi déterminer si le photon y est absorbé ou s'il le traverse. La probabilité P que le photon traverse une distance ℓ de l'écran est

   $$P(\ell) = e^{-\mu\ell}$$

   Ici, vous utiliserez un quatrième nombre aléatoire $0 \leq a_4 \leq 1$ pour déterminer si le photon s'échappe de l'écran. Le photon continue sa course si $a_4 \leq P(\ell)$. Sinon, il est absorbé par l'écran.

Cinq différents montages expérimentaux devront être analysés, le comptage se faisant pendant une période fixe T de 5 minutes. Ainsi, 3 000 000 de photons seront émis par ligne source pour chaque expérience numérique.

Expérience-1 : Le détecteur est à une distance x_d=50 cm. L'écran de protection est absent.

Expérience-2 : Le détecteur est à une distance x_d=100 cm. L'écran de protection est absent.

Expérience-3 : Le détecteur est à une distance x_d=50 cm. L'écran de protection est à une distance x_e=20 cm et a une épaisseur e=2 cm.

Expérience-4 : Le détecteur est à une distance x_d=50 cm. L'écran de protection est à une distance x_e=40 cm et a une épaisseur e=2 cm.

Expérience-5 : Le détecteur est à une distance x_d=50 cm. L'écran de protection est à une distance x_e=40 cm et a une épaisseur e=4 cm.

Les questions auxquelles vous devrez répondre sont les suivantes.

(a) En utilisant les relations fournies dans le cours, déterminez le signal que devrait produire le détecteur pour chacune des expériences. Ici, vous supposerez que l'intensité I_d (photons/s) est uniforme sur la surface du détecteur (utilisez la valeur obtenue au centre du compteur). Ceci implique que le signal attendu (nombre de photons comptés par un détecteur d'efficacité parfaite) est

$$C_{\text{théorie}} = I_d T S_d$$

où S_d est la surface du compteur et T le temps de comptage.

Notez que dans le cas où l'écran de radioprotection est présent vous pouvez utiliser la fonction `quad` de matlab pour calculer l'intégrale de Sievert:

```
Fs(theta,y)=quad(@(x)exp(-y*sigma*sec(x)),0,theta);
```

et ainsi évaluer l'intensité I_d qui atteint le détecteur.

(b) Simulez chacune des expériences numériquement un total de $N = 10$ fois (évaluez $C_{\text{exp},n}$ pour l'expérience $n = 1, N$). Utilisez cette information pour déterminer

$$\bar{C}_{\text{exp}} = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} C_{\text{exp},n} \tag{1}$$

$$\sigma(\%) = \frac{100}{\bar{C}_{\text{exp}}}\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}(C_{\text{exp},n} - \bar{C}_{\text{exp}})^2} \tag{2}$$

où $\bar{C}_{\text{exp}}$ est la valeur moyenne du signal mesuré par le compteur et σ l'écart type en $\%$. Présentez les résultats ainsi obtenus dans un tableau ($\bar{C}_{\text{exp}} \pm \sigma(\%)$). Comparez l'écart type calculé ci-dessus avec la valeur attendue pour ces simulations (valeur théorique).

(c) Calculez les différences relatives D entre les résultats des expériences numériques et les valeurs théoriques prédites en (a)

$$D(\%) = 100\left(\frac{\bar{C}_{\text{exp}} - C_{\text{théorie}}}{C_{\text{théorie}}}\right)$$

et comparez avec $\sigma(\%)$. L'approximation utilisée pour le calcul théorique concernant l'uniformité du signal sur le détecteur est-elle valide?