



Blatt 5 - Folgen, Grenzwerte, Reihen

Aufgaben

±2

5.1 Folgengrenzwerte

Prüfe jeweils auf Konvergenz und bestimme den Grenzwert:

$$3 + \frac{2(-1)^n}{n}$$

a) $a_n = \frac{3n+2(-1)^n}{n}$

b) $b_n = \frac{nx^n}{nx^n+1}$ für festes, aber beliebiges reelles $x \in (1, \infty)$

Sie können ihr Ergebnis z.B. mittels [Wolfram Alpha](#) überprüfen.

Syntax z.B. `limit (3n+2(-1)^n)/n as n->infinity`

5.2 Rechnen mit Folgen

Geben Sie zu jeder Teilaufgabe jeweils **bestimmt** divergente Folgen (a_n) , (b_n) an mit:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - b_n) = 0$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - b_n) = +\infty$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - b_n) = -\infty$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a_n}{b_n}\right) = 0$

e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a_n}{b_n}\right) = 1$

5.3 Spielereien mit Geogebra - (1/2)

Laden Sie sich diese [\[Vorlage\]](#) für [GeoGebra/classic](#) herunter.¹

Durch Umdefinieren von $a(n, x)$ können Sie sich verschiedene Folgen für $n = 1$ bis $n = 20$ anzeigen lassen; vordefiniert sind $f_1(n, x) = 2 - \frac{1}{n+1}$ und $f_2(n, x) = x + \frac{2-x^2}{4x}$.²

Durch Variieren von a_{lim} und ϵ (Schieberegler) können Sie (den Kandidaten für) den Grenzwert samt dem ϵ -Schlauch anpassen.

Machen Sie sich hiermit klar, dass die Definition von $a = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ gerade besagt, dass für jedes $\epsilon > 0$ **fast alle** („alle bis auf endliche viele“) Folgenglieder in dem ϵ -Schlauch um den Grenzwert liegen müssen. Für monoton wachsende bzw. fallende Folgen benötigt man natürlich nur eine Hälfte des ϵ -Schlauchs.

Definieren Sie auch noch die restlichen Folgen aus den Beispielen, um diese graphisch zu untersuchen.

¹Wenn Sie [GeoGebra Classic 6](#) lokal installieren, sollte die Vorlage direkt geöffnet werden können; ansonsten ins geöffnete Browser-Fenster ziehen.

²Der zweite Parameter x wird bei rekursiv definierten Folgen für den vorhergehenden Wert benötigt.