Matura próbna Nowa Era styczeń 2021.

Zadania zamknięte

1.

Jeśli $a=\frac{2}{3}$ i $b=\frac{3}{2}$, to wartość wyrażenia $\frac{a+2b}{a-2b}$ jest równa

A -1 B $-\frac{11}{7}$ C -3 D $-\frac{77}{9}$

2.

Liczba $\frac{6^{2022}\cdot 2^{2022}}{12^{2021}}$ jest równa

A 1 B 2 C 12 D 12^{2023}

3.

W firmie XYZ 48% pracowników zna język angielski, a spośród nich 8% zdało egzamin państwowy z tego języka i posiada międzynarodowy certyfikat językowy. Wynik stąd, że najmniejsza możliwa liczba pracowników firmy to

A 100 B 250 C 625 D 1255

4.

Liczba $\frac{7\sqrt{2}}{1-2\sqrt{2}}$ jest równa

A -7 B $-\frac{14}{3}$ C $4-\sqrt{2}$ D $-4-\sqrt{2}$

5.

Liczba $log_2 12 - log_2 3 + log_2 1$ jest równa

A 136 B $log_2 10$ C 3 D 2

6.

Dla dowolnych liczb x i y wyrażenie $(2x-y)^2-(x+2y)^2$ jest równe

A $4x^2+4y^2$ B $3x^2-3y^2$ C $3x^2-8xy-3y^2$ D $4x^2-8xy+4y^2$

7.

Proste o równaniach $y=x+4$ i $y=-2x+m+1$ przecinają się w punkcie, którego obie współrzędne są dodatnie. Wynika stąd, że m należy do przedziału

A $(-\infty,-3)$ B $<-3,0)$ C $(0,3>$ D $(3,+\infty)$

8.

Najmniejszą liczbą całkowitą spełniającą nierówność $3(x-4)\leq 5(x-6)+29$ jest

A -6 B -5 C -3 D -2

9.

Liczba wszystkich dodatnich dzielników liczby 60 jest równa

A 12 B 11 C 10 D 9

10.

Funkcja f jest określona wzorem $f(x)=\frac{x^2-x-3}{x^2-9}$ dla wszystkich liczb rzeczywistych różnych od 3 i -3. Wartość funkcji $f(-\sqrt{3}$ jest równa

A $-\frac{\sqrt{3}}{6}$ B $-\frac{\sqrt{3}+2}{8}$ C $\frac{6-\sqrt{3}}{12}$ D $\frac{6+\sqrt{3}}{12}$

11.

Funkcja kwadratowa f określona jest wzorem $f(x) = -3(x-2)^2 - 5$. Funkcja f ma

A najmniejszą wartość równą -5
B największą wartość równą -5
C najmniejszą wartość równą 5
D największą wartość równą 5

12.

Dwa boki trójkąta zawierają się w osiach układu współrzędnych, a trzeci jest zawarty w prostej o równaniu $y = 2x - 6$. Pole tego trójkąta wynosi

A 3 **B** 6 **C** 9 **D** 18

13.

Jeśli jedynym miejscem zerowym funkcji kwadratowej $f(x) = a(x-p)^2 + q$ jest liczba 4, to wierzchołek paraboli będącej wykresem funkcji f ma współrzędne

A $(0,4)$ **B** $(4,0)$ **C** $(0,2)$ **D** $(2,0)$

14.

Wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych podzielnych przez 3 i mniejszych od 77 jest

A 20 **B** 21 **C** 22 **D** 23

15.

Ciąg $(4x, 3x+6, 9x)$ jest geometryczny i rosnący. Jego iloraz jest równy

A $-\frac{3}{2}$ **B** $-\frac{2}{3}$ **C** $\frac{3}{2}$ **D** 2

16.

Jeśli kąt α jest ostry, a $cos\alpha = \frac{1}{4}$, to

A $sin\alpha = \frac{3}{4}$ **B** $sin\alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$ **C** $sin\alpha = \frac{15}{16}$ **D** $sin\alpha = \frac{\sqrt{15}}{16}$

17.

W trójkącie prostokątnym sinus jednego z kątów ostrych jest równy $\frac{8}{17}$, a przeciwprostokątna ma długość 34. Dłuższa z przyprostokątnych tego trójkąta ma długość równą

A 15 **B** 16 **C** 24 **D** 30

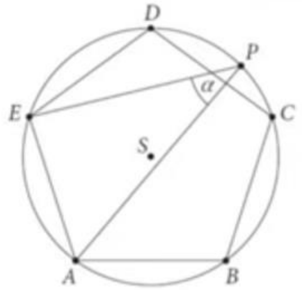
18.

Pole równoległoboku o bokach długości 6 i 8 oraz kącie rozwartym o mierze 150° wynosi

A $9\sqrt{3}$ **B** 12 **C** $12\sqrt{3}$ **D** 24

19.

Puknty A, B, C, D, E, leżące na okręgu o środku S, są wierzchołkami pięciokąta, którego wszystkie boki mają jednakowe długości. Punkt P leży na krótszym łuku CD (jak na rysunku)

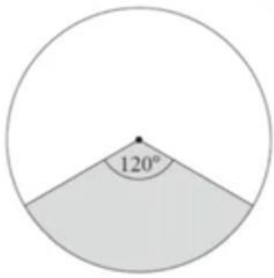


Miara α kąta APE wynosi

A 30° **B** 36° **C** 38° **D** 45°

20.

Na rysunku przedstawiono wycinek koła o kącie środkowym 120° i polu równym 12π.



Obwód tego koła jest równy

A 36π **B** 12π **C** 6π **D** 4π

21.

Przez punkty $A = (-2, 5)$ i $B = (4, 9)$ poprowadzono prostą. Współczynnik kierunkowy tej prostej jest równy

A $a = \frac{2}{3}$ **B** $a = -\frac{2}{3}$ **C** $a = \frac{3}{2}$ **D** $a = -\frac{3}{2}$

22.

Odcinek o końcach $A = (1, 3)$ i $B = (5, 11)$ jest zawarty w prostej o równaniu $y = 2x + 1$. Symetralna odcinka ma równanie

A $y = -2x - 13$ **B** $y = -2x + 5$ **C** $y = -\frac{1}{2}x + \frac{17}{2}$ **D** $y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$

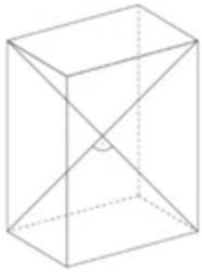
23.

Wykresy funkcji liniowych f i g, określonych wzorami $f(x) = ax + b$ i $g(x) = bx - a$, przecinają się w punkcie $M = (3, 5)$. Zatem

A $a = \frac{6}{13}, b = \frac{9}{13}$ **B** $a = 5, b = 10$ **C** $a = \frac{5}{3}, b = \frac{10}{3}$ **D** $a = 1, b = 2$

24.

Krawędź podstawy graniastosłupa prawidłowego czworokątnego ma długość $2\sqrt{2}$, a jego przekątne są prostopadłe (jak na rysunku).



Objętość tego graniastosłupa jest równa

A 32 B 24 C $16\sqrt{2}$ D $8\sqrt{2}$

25.

Klasę $3c$ w pewnej szkole tworzy 12 chłopców i pewna liczba dziewcząt. Prawdopodobieństwo, że osoba wybrana losowoz tej klasy jest dziewczyną, wynosi $\frac{2}{5}$. Wynika stąd, że liczba osób w tej klasie jest równa

A 20 B 24 C 25 D 30

Zadania otwarte

26.

Rozwiąż nierówność $x(2x-1)+4>8x$

27.

Liczba 4 jest pierwszym wyrazem pewnego ciągu arytmetycznego. Drugi wyraz tego ciągu jest równy $x+4$, a suma trzech jego początkowych wyrazów wynosi $16\frac{1}{2}$. Oblicz różnicę tego ciągu.

28.

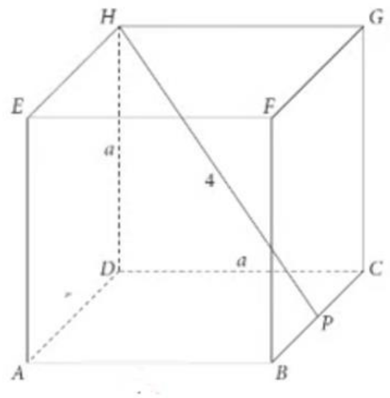
W urnie znajdują się jedynie kule białe i czarne. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że losowo wybrana kula z tej urny będzie biała, jest równe $\frac{1}{3}$. Jeżeli do urny dołożymy jedną kulę białą, to prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej zwiększy się o $\frac{1}{51}$. Ustal liczbę kul w tej urnie przed dołożeniem dodatkowej kuli białej.

29.

Wykaż, że dla dowolnej liczby naturalnej $n \geq 1$ liczba $64^n - 4^n$ jest podzielna przez 12.

30.

Dany jest sześcian $ABCDEFGH$. Odcinek łączący wierzchołek H ze środkiem krawędzi BC ma długość $|HP| = 4$ (jak na rysunku).



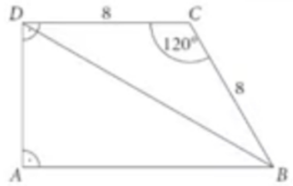
Oblicz objętość tego sześcianu.

31.

Liczba 4 jest jednym z miejsc zerowych funkcji kwadratowej f, a ponadto $f(0) = f(12) = 2$. Wyznacz najmniejszą wartość funkcji f.

32.

Ramię AD trapezu $ABCD$ o podstawach AB i CD jest zarazem wysokością tego trapezu. Podstawa CD i ramię BC mają długości równe 8, a kąt między tymi bokami jest równy 120° (jak na rysunku).



Oblicz pole trapezu $ABCD$ oraz długość przekątnej BD.