Klasa …………

Nazwisko i imię ………………………………………..

MARZEC
ROK 2019

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy 170 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 22 strony (zadania 1–34).
   Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–25) przenieś na kartę odpowiedzi, zaznaczając je w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwe.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (26–34) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla, linijki oraz kalkulatora prostego.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać maksymalnie **50 punktów**

Życzymy powodzenia!

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach od 1. do 25. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0-1)

Liczba $\log_2 3 - 2\log_2 4\sqrt{3}$ jest równa

A. 4 **B.** -4 **C.** $\frac{1}{4}$ **D.** $-\frac{1}{4}$

Zadanie 2. (0-1)

Liczba $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{\frac{4}{27}} - 1$ jest równa

A. $\frac{2}{3}$ **B.** $-\frac{2}{3}$ **C.** $-\frac{1}{3}$ **D.** $\frac{1}{3}$

Zadanie 3. (0-1)

Dane są liczby $a = 1 - 3\sqrt{2}$ oraz $b = 2 + \sqrt{2}$. Wtedy iloraz liczb $\frac{a}{b}$ jest równy

A. $-2 - 7\sqrt{2}$ **B.** $4 - 7\sqrt{2}$ **C.** $-2 - \frac{7}{2}\sqrt{2}$ **D.** $4 - \frac{7}{2}\sqrt{2}$

Zadanie 4. (0-1)

Jeżeli w trójkącie prostokątnym jedną z przyprostokątnych zwiększymy o 10%, a drugą zmniejszymy o 10%, to w wyniku obu przekształceń pole tego trójkąta

A. zwiększy się o 1%
B. zmniejszy się o 1%
C. nie zmieni się
D. zwiększy się o 2%

Zadanie 5. (0-1)

Liczba $\frac{2^{20}}{4^{12} - 8^{7}}$ jest równa

A. $\frac{1}{14}$ **B.** 2^{17} **C.** 2^{15} **D.** $\frac{1}{32}$

Zadanie 6. (0-1)

Największą liczbą całkowitą należącą do zbioru rozwiązań nierówności $-2 - \frac{3x-4}{3} \geq x$ jest

A. -2 **B.** 0 **C.** 1 **D.** -1

BRUDNOPIS

Zadanie 7. (0-1)

Miejscem zerowym funkcji $f(x) = \frac{x+m}{2mx-3}$ jest liczba -3. Wtedy wartość m jest równa

A. 0 **B.** -3 **C.** 3 **D.** -2

Zadanie 8. (0-1)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = (x-4)^{-\frac{1}{3}}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 4$. Wartość funkcji f dla argumentu -4 jest równa

A. $\frac{1}{2}$ **B.** 0 **C.** -2 **D.** $-\frac{1}{2}$

Zadanie 9. (0-1)

Funkcja liniowa $f(x) = (m^2-1)x + 3m - 3$ ma nieskończenie wiele miejsc zerowych dla

A. $m = 1$ **B.** $m = -2$ **C.** $m = -1$ **D.** $m = 0$

Zadanie 10. (0-1)

Punkt $P = \left(-\sqrt{3},\ 2\right)$ należy do wykresu funkcji $f(x) = ax^2 + 2\sqrt{3}x - 4$. Wtedy współczynnik a jest równy

A. 0 **B.** $\frac{\sqrt{3}}{10}$ **C.** -4 **D.** 4

Zadanie 11. (0-1)

Dana jest funkcja kwadratowa $f(x) = -x^2 + 3x + 4$. Osią symetrii paraboli, która jest wykresem funkcji $g(x) = f(-x)$ jest prosta o równaniu

A. $x = -3$ **B.** $x = -\frac{3}{2}$ **C.** $y = \frac{25}{4}$ **D.** $x = \frac{3}{2}$

Zadanie 12. (0-1)

Liczby $2,\ 7,\ 2x-4$ w podanej kolejności są trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego, zatem x jest równy

A. 12 **B.** 8 **C.** 10 **D.** 16

Zadanie 13. (0-1)

W ciągu geometrycznym (a_n) pierwszy wyraz $a_1 = 3$ oraz $a_1 + a_4 = 84$. Iloraz tego ciągu jest równy

A. 3 **B.** 9 **C.** -3 **D.** 4

BRUDNOPIS

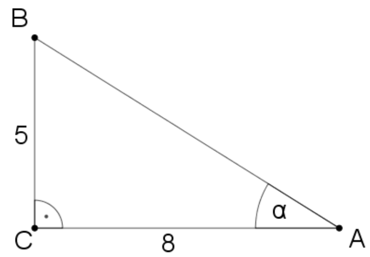
Zadanie 14. (0-1)

Kąt α jest ostry oraz $tg\alpha = 3$. Wartość wyrażenia $\frac{2\,sin\alpha - 3cos\alpha}{4cos\alpha}$ jest równa

A. 1 **B.** $-\frac{1}{4}$ **C.** $\frac{9}{4}$ **D.** $\frac{3}{4}$

Zadanie 15. (0-1)

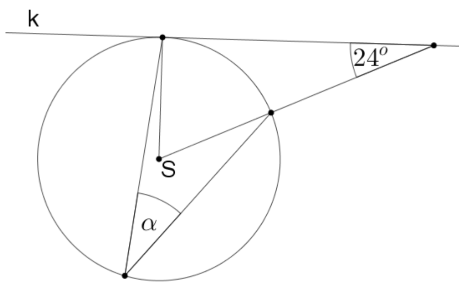
Na rysunku przedstawiony jest trójkąt prostokątny. Miara kąta α spełnia warunek



A. $\alpha \in (28^o;\ 29^o)$ **B.** $\alpha > 38^o$ **C.** $\alpha < 28^o$ **D.** $\alpha \in (32^o;\ 33^o)$

Zadanie 16. (0-1)

Na rysunku przedstawiona jest styczna k do okręgu o środku S. Miara kąta α jest równa



A. 33^o **B.** 24^o **C.** 34^o **D.** 66^o

Zadanie 17. (0-1)

Punkt P leży na prostej o równaniu $y = -1\frac{1}{2}x + 4$. Zatem współrzędne punktu P mogą być równe

A. $(-16, 27)$ **B.** $(-30, 50)$ **C.** $(18, -21)$ **D.** $(-40, 64)$

Zadanie 18. (0-1)

Przekątne AC oraz BD równoległoboku $ABCD$ przecinają się w punkcie $S = \left(1, -\frac{1}{2}\right)$ Punkt $A = (-3, -4)$, zatem

A. $C = \left(5, 4\frac{1}{2}\right)$ **B.** $C = (6, 3)$ **C.** $C = \left(-7, -7\frac{1}{2}\right)$ **D.** $C = (5, 3)$

BRUDNOPIS

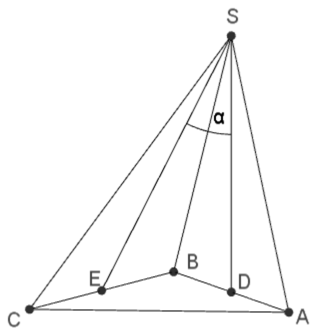
Zadanie 19. (0-1)

Proste o równaniach $y = (2m - 3)x + 4m - 1$ oraz $y = -2x + 3m - 1$ są prostopadłe, gdy

A. $m = 1\frac{3}{4}$ **B.** $m = -2\frac{1}{2}$ **C.** $m = 2\frac{1}{2}$ **D.** $m = \frac{1}{2}$

Zadanie 20. (0-1)

Podstawą ostrosłupa jest trójkąt równoboczny ABC. Punkty D i E są środkami odcinków AB oraz BC. Wysokością tego ostrosłupa jest odcinek SD, którego długość jest równa długości krawędzi podstawy (zobacz rysunek).

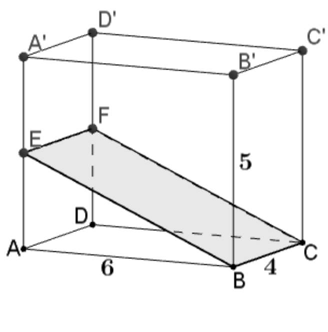


Kąt α, jaki tworzą odcinki SD oraz SE, spełnia warunek

A. $\alpha = 30°$ **B.** $sin\alpha = \frac{1}{2}$ **C.** $tg\alpha = \frac{1}{2}$ **D.** $\frac{1}{3} < tg\alpha < \frac{1}{2}$

Zadanie 21. (0-1)

Prostopadłościan ma wymiary przedstawione na rysunku ($|AB| = 6$, $|BC| = 4$, $|BB'| = 5$).
Punkty E i F są środkami krawędzi AA' oraz DD'.



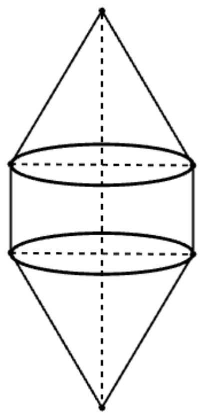
Pole czworokąta $BCFE$ jest równe

A. $2\sqrt{119}$ **B.** 26 **C.** 28 **D.** 32

BRUDNOPIS

Zadanie 22. (0-1)

Na rysunku przedstawiono bryłę zbudowaną z walca i dwóch stożków. Przekroje osiowe stożków są trójkątami równobocznymi o boku 4, a wysokość walca jest równa 2.



Pole powierzchni tej bryły jest równe

A. 40π **B.** 32π **C.** 24π **D.** $16\pi(\sqrt{3}+1)$

Zadanie 23. (0-1)

Marek otrzymał następujące oceny z matematyki: $3, 3, 4, 6, x$. Średnia arytmetyczna tych ocen jest równa 4. Zatem ocena x to

A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 5

Zadanie 24. (0-1)

W pudełku jest 30 losów, w tym 5 wygrywających. Ile losów pustych należy usunąć z pudełka, aby losując jeden los prawdopodobieństwo wygranej było równe $\frac{1}{5}$.

A. 6 **B.** 5 **C.** 8 **D.** 10

Zadanie 25. (0-1)

Ze zbioru $\{1, 2, 7, 9, 13, 17, 34\}$ losujemy jedną liczbę. Jakie jest prawdopodobieństwo wylosowania liczby pierwszej.

A. $\frac{4}{7}$ **B.** $\frac{5}{7}$ **C.** $\frac{3}{7}$ **D.** $\frac{2}{7}$

BRUDNOPIS

ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania zadań o numerach od 26. do 34. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 26. (0-2)

Rozwiąż nierówność $x^2 + 2x \leq 3(2x - 1)$.

Odpowiedź……………………………………………………………………………………

Zadanie 27. (0-2)

Rozwiąż równanie $(2x-1)(x^3+8)(x^2+9)=0$.

Odpowiedź……………………………………………………………………………………

Zadanie 28. (0-2)

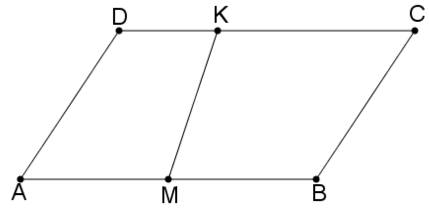
Udowodnij, że dla dowolnych liczb rzeczywistych dodatnich x i y prawdziwa jest nierówność

$$\frac{x}{y} \geq 4\left(1 - \frac{y}{x}\right)$$

Odpowiedź……………………………………………………………………………………

Zadanie 29. (0-2)

W równoległoboku ABCD poprowadzono odcinek KM. Punkt M jest środkiem odcinka AB, punkt K leży na odcinku CD oraz $2|DK|=|KC|$ (zobacz rysunek). Uzasadnij, że stosunek pola trapezu AMKD do pola trapezu MBCK jest równy $\frac{5}{7}$.



Odpowiedź……………………………………………………………………………………

Zadanie 30. (0-2)

Ze zbioru liczb naturalnych trzycyfrowych losujemy jedną liczbę. Jakie jest prawdopodobieństwo, że suma cyfr wylosowanej liczby jest równa 5.

Odpowiedź...

Zadanie 31. (0-2)

Suma trzech początkowych wyrazów $a_1 + a_2 + a_3$ ciągu arytmetycznego (a_n) jest o 18 większa od sumy $a_4 + a_5 + a_6$. Wyznacz różnicę r tego ciągu.

Odpowiedź……………………………………………………………………………………

Zadanie 32. (0-4)

Punkty $A = \left(-1, 3\frac{1}{2}\right)$ oraz $B = (4, 6)$ należą do wykresu funkcji $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$.

Wyznacz wartości liczbowe współczynników b i c. Dla wyznaczonych wartości b oraz c oblicz pole trójkąta, którego wierzchołkami są punkty przecięcia wykresu funkcji f z osiami układu współrzędnych.

Odpowiedź……………………………………………………………………………………

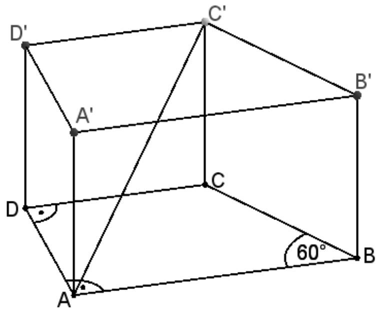
Zadanie 33. (0-4)

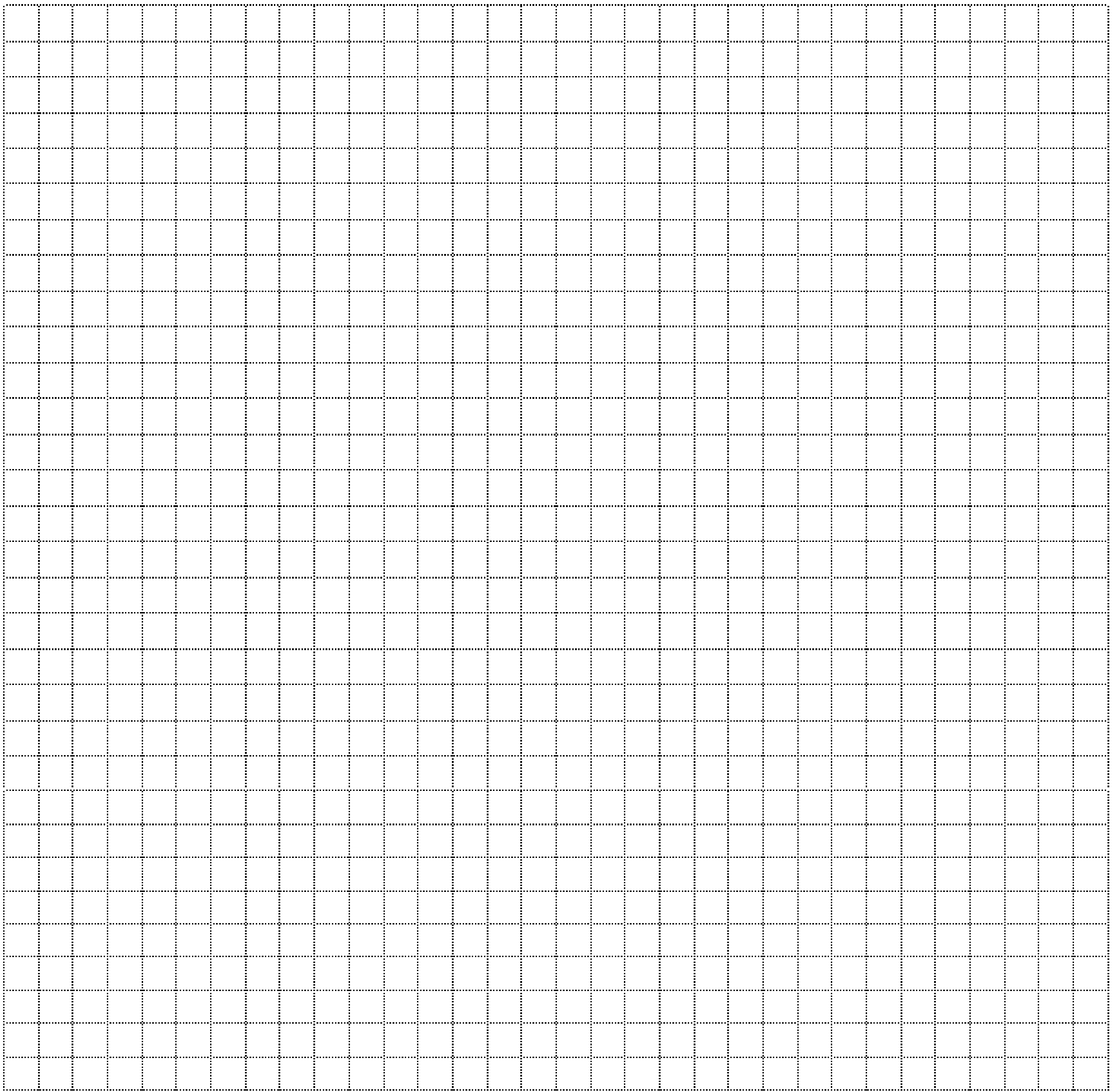
W trójkącie ABC miara kąta przy wierzchołku B jest równa 90^o, a wierzchołek $A = (5, 2)$. Punkty B i C leżą na prostej o równaniu $y = 3x + 6$, przy czym punkt C należy również do osi odciętych układu współrzędnych. Wyznacz współrzędne wierzchołków B i C oraz pole tego trójkąta.

Odpowiedź……………………………………………………………………………………

Zadanie 34. (0-5)

Podstawą graniastosłupa prostego jest trapez prostokątny $ABCD$, w którym $|BC| = 4$, $|DC| = 6$, $|\sphericalangle BAD| = |\sphericalangle ADC| = 90°$ oraz $|\sphericalangle ABC| = 60°$ (rysunek poniżej). Krótsza przekątna graniastosłupa AC' ma długość $4\sqrt{7}$. Wyznacz pole powierzchni całkowitej oraz objętość graniastosłupa.





Odpowiedź……………………………………………………………………………………

BRUDNOPIS

KARTA ODPOWIEDZI

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

PESEL

Nr zadania	ODPOWIEDZI			
1	A	B	C	D
2	A	B	C	D
3	A	B	C	D
4	A	B	C	D
5	A	B	C	D
6	A	B	C	D
7	A	B	C	D
8	A	B	C	D
9	A	B	C	D
10	A	B	C	D
11	A	B	C	D
12	A	B	C	D
13	A	B	C	D
14	A	B	C	D
15	A	B	C	D
16	A	B	C	D
17	A	B	C	D
18	A	B	C	D
19	A	B	C	D
20	A	B	C	D
21	A	B	C	D
22	A	B	C	D
23	A	B	C	D
24	A	B	C	D
25	A	B	C	D

WYPEŁNIA EGZAMINATOR

Nr zadania	ODPOWIEDZI 1	2	3	4	5
26	☐	☐			
27	☐	☐			
28	☐	☐			
29	☐	☐			
30	☐	☐			
31	☐	☐			
32	☐	☐	☐	☐	
33	☐	☐	☐	☐	
34	☐	☐	☐	☐	☐

SUMA PUNKKTÓW

D ☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5

J ☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9