

**PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY**  
**W ROKU SZKOLNYM 2018-2019**

**MATEMATYKA**  
**POZIOM PODSTAWOWY**

**ZASADY OCENIANIA ZADAŃ**  
**KIELCE – MARZEC 2019**

**Klucz odpowiedzi do zadań zamkniętych**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	C	D	B	A	D	C	D	A	D	B	B	A	D	D	A	D	D	A	C	B	C	C	B	A

**Schemat oceniania zadań otwartych****Zadanie 26. (0-2)**

Rozwiąż nierówność  $x^2 + 2x \leq 3(2x - 1)$ .

**Przykładowe rozwiązanie**

$$x^2 + 2x \leq 3(2x - 1)$$

$$x^2 + 2x \leq 6x - 3$$

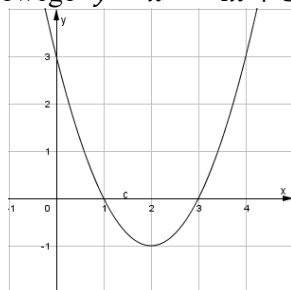
$$x^2 - 4x + 3 \leq 0$$

Obliczamy pierwiastki trójmianu kwadratowego  $x^2 - 4x + 3$ .

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 4$$

$$x_1 = \frac{4-2}{2} = 1, \quad x_2 = \frac{4+2}{2} = 3$$

Szkicujemy wykres trójmianu kwadratowego  $y = x^2 - 4x + 3$ ,



z którego odczytujemy zbiór rozwiązań nierówności

$$x \in \langle 1, 3 \rangle$$

**Schemat oceniania**

**Zdający otrzymuje .....1p.**

gdy

- obliczy lub poda pierwiastki trójmianu kwadratowego:  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 3$  i na tym zakończy lub błędnie poda zbiór rozwiązań nierówności,
- albo
- popełni błąd rachunkowy przy obliczaniu wyróżnika lub pierwiastków trójmianu kwadratowego (ale otrzyma dwa różne pierwiastki) i konsekwentnie do popełnionego błędu rozwiąże nierówność.

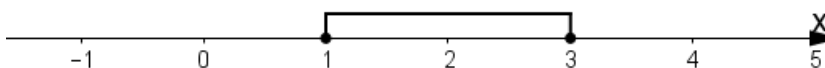
**Zdający otrzymuje** .....**2p.**

gdy

- poda zbiór rozwiązań nierówności:  $x \in \langle 1, 3 \rangle$  lub  $\langle 1, 3 \rangle$  lub  $(x \geq 1 \text{ i } x \leq 3)$ ,

albo

- poda zbiór rozwiązań w postaci graficznej z poprawnie zaznaczonymi końcami przedziałów.



### Zadanie 27. (0-2)

Rozwiąż równanie  $(2x - 1)(x^3 + 8)(x^2 + 9) = 0$ .

#### Przykładowe rozwiązanie

Lewa strona równania jest iloczynem trzech czynników  $(2x - 1)$ ,  $(x^3 + 8)$  oraz  $(x^2 + 9)$ . Zatem iloczyn ten jest równy 0, gdy co najmniej jeden z tych czynników jest równy 0, czyli

$$2x - 1 = 0 \quad \text{lub} \quad x^3 + 8 = 0 \quad \text{lub} \quad x^2 + 9 = 0$$

Rozwiązaniem równania  $2x - 1 = 0$  jest  $x = \frac{1}{2}$ .

Rozwiązaniem równania  $x^3 + 8 = 0$  jest  $x = \sqrt[3]{-8} = -2$ .

Równanie  $x^2 + 9 = 0$  nie ma rozwiązań, gdyż dla dowolnego rzeczywistego  $x$  liczba  $x^2 + 9$  jest dodatnia.

Równanie  $(2x - 1)(x^3 + 8)(x^2 + 9) = 0$  ma dwa rozwiązania rzeczywiste:

$$x \in \left\{ \frac{1}{2}, -2 \right\}.$$

#### Schemat oceniania

**Zdający otrzymuje** .....**1p.**

gdy

- zapisze trzy równania  $2x - 1 = 0$  lub  $x^3 + 8 = 0$  lub  $x^2 + 9 = 0$ ,

albo

- wyznaczy poprawnie (lub poda) rozwiązania dwóch z trzech równań  $2x - 1 = 0$  lub  $x^3 + 8 = 0$  lub  $x^2 + 9 = 0$

i na tym zakończy lub dalej popełnia błędy.

**Zdający otrzymuje** .....**2p.**

gdy wyznaczy wszystkie rozwiązania  $x = \frac{1}{2}$ ,  $x = -2$ .

#### Uwagi

1. Jeżeli zdający poda właściwe rozwiązania równania bez rachunków lub uzasadnienia, to otrzymuje **2 punkty**.
2. Jeżeli zdający poprawnie wyznaczy rozwiązania równania, ale w odpowiedzi poda niewłaściwą odpowiedź, np.  $x \in \mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{2}, -2 \right\}$ , to otrzymuje **1 punkt**.

**Zadanie 28. (0-2)**

Udowodnij, że dla dowolnych liczb rzeczywistych dodatnich  $x$  i  $y$  prawdziwa jest nierówność

$$\frac{x}{y} \geq 4 \left(1 - \frac{y}{x}\right)$$

**Przykładowe rozwiązanie**

Nierówność możemy przekształcić równoważnie

$$\frac{x}{y} \geq 4 \left(1 - \frac{y}{x}\right)$$

$$\frac{x}{y} \geq 4 - \frac{4y}{x}$$

$$x^2 \geq 4xy - 4y^2$$

$$x^2 - 4xy + 4y^2 \geq 0$$

$$(x - 2y)^2 \geq 0$$

Ta nierówność jest prawdziwa dla dowolnych liczb rzeczywistych  $x$  i  $y$ , więc w szczególności również dla liczb dodatnich.

To kończy dowód.

**Schemat oceniania**

**Zdający otrzymuje .....1p.**

gdy zapisze nierówność w postaci  $x^2 - 4xy + 4y^2 \geq 0$  i na tym zakończy lub dalej popełnia błędy.

**Zdający otrzymuje .....2p.**

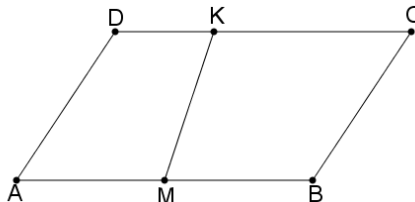
gdy przeprowadzi pełne rozumowanie.

**Uwagi**

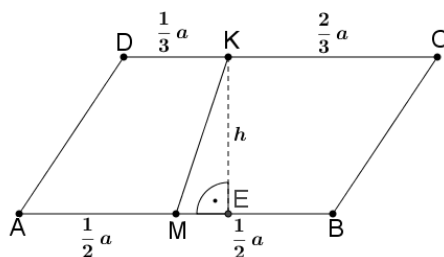
1. Jeżeli zdający sprawdza poprawność nierówności dla wybranych wartości  $x$  oraz  $y$ , to otrzymuje **0 punktów**.
2. Jeżeli zdający doprowadzi nierówność do postaci  $(x - 2y)^2 \geq 0$ , ale poda niepoprawne uzasadnienie prawdziwości tej nierówności (np. „liczba ta jest zawsze dodatnia”), to otrzymuje **1 punkt**.
3. Jeżeli zdający przeprowadzi poprawne rozumowanie, które zakończy zapisem  $(x - 2y)^2 \geq 0$ , to otrzymuje **2 punkty**.

**Zadanie 29. (0-2)**

W równoległoboku ABCD poprowadzono odcinek KM. Punkt M jest środkiem odcinka AB, punkt K leży na odcinku CD oraz  $2|DK|=|KC|$  (zobacz rysunek). Uzasadnij, że stosunek pola trapezu AMKD do pola trapezu MBCK jest równy  $\frac{5}{7}$ .

**Przykładowe rozwiązanie**

Wprowadźmy oznaczenia tak, jak na rysunku.



$$P_{AMKD} = \frac{1}{2} (|AM| + |KD|) \cdot |KE|$$

$$P_{MBCK} = \frac{1}{2} (|MB| + |CK|) \cdot |KE|$$

Zapiszmy pola trapezów w zależności od  $a$  oraz  $h$ .

$$P_{AMKD} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2}a + \frac{1}{3}a \right) \cdot h = \frac{5}{12}ah$$

$$P_{MBCK} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2}a + \frac{2}{3}a \right) \cdot h = \frac{7}{12}ah$$

Wyznamy stosunek pól trapezów.

$$\frac{P_{AMKD}}{P_{MBCK}} = \frac{\frac{5}{12}ah}{\frac{7}{12}ah} = \frac{5}{7}$$

**Schemat oceniania****Zdający otrzymuje.....1p.**

gdy zapisze pole jednego z trapezów  $AMKD$  lub  $MBCK$  uwzględniając stosunek podziału obu podstaw, np.

$$P_{AMKD} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2}a + \frac{1}{3}a \right) \cdot h \quad \text{albo} \quad P_{MBCK} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2}a + \frac{2}{3}a \right) \cdot h$$

i na tym zakończy lub dalej popełnia błędy.

**Zdający otrzymuje.....2p.**

gdy przeprowadzi pełne rozumowanie.

**Zadanie 30. (0-2)**

Ze zbioru liczb naturalnych trzycyfrowych losujemy jedną liczbę. Jakie jest prawdopodobieństwo, że suma cyfr wylosowanej liczby jest równa 5.

**Przykładowe rozwiązanie**

Zbiór zdarzeń elementarnych  $\Omega$ , to zbiór wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych.

$$\Omega = \{100, 101, 102, \dots, 999\}$$

$$|\Omega| = 900$$

Oznaczmy przez  $A$  zdarzenie polegające na wylosowaniu liczby, której suma cyfr wynosi 5.

$$A = \{104, 140, 113, 131, 122, 203, 230, 212, 221, 302, 320, 311, 401, 410, 500\}$$

$$|A| = 15$$

Obliczamy prawdopodobieństwo korzystając z definicji klasycznej prawdopodobieństwa.

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$$

$$P(A) = \frac{15}{900}$$

$$P(A) = \frac{1}{60}$$

**Schemat oceniania****Zdający otrzymuje.....1p.**

- gdy zapisze liczbę wszystkich zdarzeń elementarnych  $|\Omega| = 900$ ,  
albo
- gdy wypisze wszystkie zdarzenia elementarne sprzyjające zdarzeniu  $A$ ,  
albo
- gdy zapisze liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu  $A$ ,  $|A| = 15$ ,

**Zdający otrzymuje.....2p.**

gdy wyznaczy prawdopodobieństwo zdarzenia  $P(A) = \frac{15}{900} = \frac{1}{60}$ .

**Uwagi**

1. Jeżeli zdający poda prawdopodobieństwo zdarzenia  $A$  większe od 1, to za całe zadanie otrzymuje **0p**.
2. Jeżeli zdający pominie jedno zdarzenie sprzyjające zdarzeniu  $A$  i otrzyma  $P(A) = \frac{14}{900}$ , to otrzymuje za całe rozwiązanie **1p**.
3. Jeżeli zdający zapisze, że  $|\Omega| = 899$  i otrzyma  $P(A) = \frac{15}{899}$ , to otrzymuje za całe rozwiązanie **1p**.

**Zadanie 31. (0-2)**

Suma trzech początkowych wyrazów  $a_1 + a_2 + a_3$  ciągu arytmetycznego  $(a_n)$  jest o 18 większa od sumy  $a_4 + a_5 + a_6$ . Wyznacz różnicę  $r$  tego ciągu.

**Przykładowe rozwiązanie****Sposób I**

$$\begin{aligned}
 a_1 + a_2 + a_3 - 18 &= a_4 + a_5 + a_6 \\
 a_1 + a_1 + r + a_1 + 2r - 18 &= a_1 + 3r + a_1 + 4r + a_1 + 5r \\
 3a_1 + 3r - 18 &= 3a_1 + 12r \\
 -9r &= 18 \\
 r &= -2
 \end{aligned}$$

**Sposób II**

$$\begin{aligned}
 S_3 - 18 &= S_6 - S_3 \\
 2S_3 - 18 &= S_6 \\
 2 \cdot \frac{2a_1 + 2r}{2} \cdot 3 - 18 &= \frac{2a_1 + 5r}{2} \cdot 6 \\
 (2a_1 + 2r) \cdot 3 - 18 &= (2a_1 + 5r) \cdot 3 \\
 6a_1 + 6r - 18 &= 6a_1 + 15r \\
 -9r &= 18 \\
 r &= -2
 \end{aligned}$$

**Schemat oceniania**

**Zdający otrzymuje .....1p.**

- gdy zapisze równanie np.

$$a_1 + a_1 + r + a_1 + 2r - 18 = a_1 + 3r + a_1 + 4r + a_1 + 5r$$

$$\text{lub } 2 \cdot \frac{2a_1 + 2r}{2} \cdot 3 - 18 = \frac{2a_1 + 5r}{2} \cdot 6,$$

z którego można wyznaczyć różnicę ciągu i na tym zakończy lub dalej popełnia błędy

albo

- gdy zapisze układ warunków, z których można wyznaczyć różnicę ciągu i na tym zakończy lub dalej popełnia błędy.

**Zdający otrzymuje.....2p.**

gdy obliczy  $r = -2$ .

### Zadanie 32. (0-4)

Punkty  $A = (-1, 3\frac{1}{2})$  oraz  $B = (4, 6)$  należą do wykresu funkcji  $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ .

Wyznacz wartości liczbowe współczynników  $b$  i  $c$ . Dla wyznaczonych wartości  $b$  oraz  $c$  wyznacz pole trójkąta, którego wierzchołkami są punkty przecięcia wykresu funkcji  $f$  z osiami układu współrzędnych.

### Przykładowe rozwiązanie

Punkty  $A = (-1, 3\frac{1}{2})$  oraz  $B = (4, 6)$  należą do wykresu funkcji  $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ , więc spełniony jest następujący układ równań

$$\begin{cases} 3\frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + c \\ 6 = -\frac{1}{2} \cdot 4^2 + 4b + c \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3\frac{1}{2} = -\frac{1}{2} - b + c \\ 6 = -8 + 4b + c \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4 = -b + c \\ 14 = 4b + c \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = b + 4 \\ 14 = 4b + b + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = b + 4 \\ 5b = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = 6 \\ b = 2 \end{cases}$$

zatem  $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 6$ .

Obliczamy współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji  $f$  z osiami układu współrzędnych:

- z osią odciętych:

$$\Delta = 2^2 - 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot 6 = 16$$

$$\sqrt{\Delta} = 4$$

$$x_1 = \frac{-2-4}{-1} = 6, \quad x_2 = \frac{-2+4}{-1} = -2$$



Punktami przecięcia wykresu z osią odciętych są:  $K = (-2, 0)$  oraz  $L = (6, 0)$ .

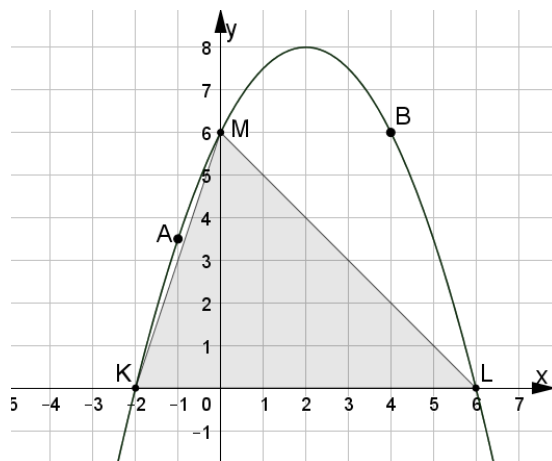
- z osią rzędnych:

$$f(0) = -\frac{1}{2} \cdot (0)^2 + 2 \cdot 0 + 6$$

$$f(0) = 6$$

Punkt przecięcia wykresu z osią rzędnych, to  $M = (0, 6)$ .

Obliczamy pole trójkąta  $KLM$ .



$$|KL| = 6 - (-2)$$

$$|KL| = 8$$

$$h = 6$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6$$

$$P = 24$$

### Schemat oceniania

**Rozwiązanie, w którym postęp jest niewielki, ale konieczny na drodze do pełnego rozwiązania zadania .....1p.**

Zdający zapisze poprawnie układ dwóch równań, którego rozwiązanie doprowadzi do wyznaczenia wartości  $b$  i  $c$ .

**Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp .....2p.**

Zdający poprawnie wyznaczy wartości  $\begin{cases} c = 6 \\ b = 2 \end{cases}$ .

**Pokonanie zasadniczych trudności zadania .....3p.**

Zdający

- poprawnie wyznaczy współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji  $f$  z osiami układu współrzędnych  $K = (-2, 0)$ ,  $L = (6, 0)$ ,  $M = (0, 6)$ ,

albo

- poprawnie wyznaczy współrzędne dwóch spośród trzech punktów przecięcia wykresu funkcji  $f$  z osiami układu współrzędnych oraz dla wyznaczonych współrzędnych obliczy pole trójkąta.

**Rozwiązanie pełne.....4p.**

Zdający obliczy pole trójkąta  $P = 24$ .

**Uwaga**

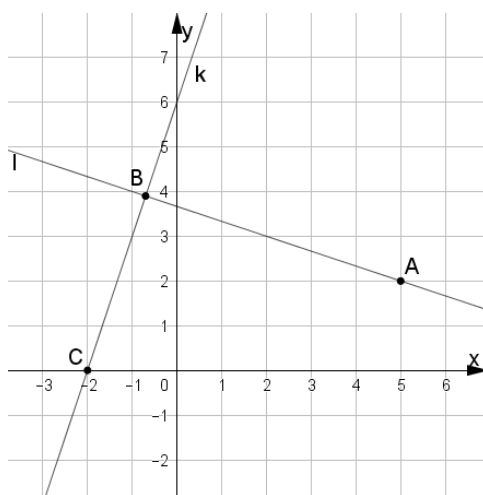
Jeżeli zdający popełni błąd merytoryczny przy wyznaczaniu współczynników  $b$  i  $c$ , to za całe rozwiązanie otrzymuje maksymalnie **2p**.

**Zadanie 33. (0-4)**

W trójkącie  $ABC$  miara kąta przy wierzchołku  $B$  jest równa  $90^\circ$ , a wierzchołek  $A = (5, 2)$ . Punkty  $B$  i  $C$  leżą na prostej o równaniu  $y = 3x + 6$ , przy czym punkt  $C$  należy również do osi odciętych układu współrzędnych. Wyznacz współrzędne wierzchołków  $B$  i  $C$  oraz pole tego trójkąta.

**Przykładowe rozwiązanie**

Punkt  $B$  jest punktem przecięcia prostej  $k: y = 3x + 6$  oraz prostej do niej prostopadłej przechodzącej przez punkt  $A$ .



Wyznaczamy współrzędne punktu  $C$ .

$$0 = 3x + 6$$

$$x = -2$$

$$C = (-2, 0)$$

Wyznaczamy równanie prostej  $AB$ . Współczynnik kierunkowy tej prostej to  $a = -\frac{1}{3}$ .

$$y = -\frac{1}{3}x + b$$

$$2 = -\frac{1}{3} \cdot 5 + b$$

$$b = 3\frac{2}{3}$$

$$y = -\frac{1}{3}x + 3\frac{2}{3}$$

Wyznaczamy współrzędne punktu  $B$  rozwiązując układ równań

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{3}x + 3\frac{2}{3} \\ y = 3x + 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 6 = -\frac{1}{3}x + 3\frac{2}{3} \\ y = 3x + 6 \end{cases}$$

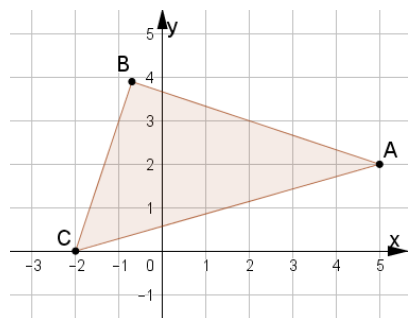
$$\begin{cases} \frac{10}{3}x = -\frac{7}{3} \\ y = 3x + 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{7}{10} \\ y = 3 \cdot \left(-\frac{7}{10}\right) + 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{7}{10} \\ y = \frac{39}{10} \end{cases}$$

$$B = \left(-\frac{7}{10}, 3\frac{9}{10}\right)$$

**I sposób obliczenia pola trójkąta**



Obliczamy długość przyprostokątnej  $BC$ .

$$|BC| = \sqrt{\left(-2 + \frac{7}{10}\right)^2 + \left(0 - \frac{39}{10}\right)^2}$$

$$|BC| = \sqrt{\left(-\frac{13}{10}\right)^2 + \left(-\frac{39}{10}\right)^2} = \sqrt{\frac{1690}{100}}$$

$$|BC| = \frac{13\sqrt{10}}{10}$$

Obliczamy długość przyprostokątnej  $AB$ .

$$|AB| = \sqrt{\left(5 + \frac{7}{10}\right)^2 + \left(2 - \frac{39}{10}\right)^2}$$

$$|AB| = \sqrt{\left(\frac{57}{10}\right)^2 + \left(-\frac{19}{10}\right)^2} = \sqrt{\frac{3610}{100}}$$

$$|AB| = \frac{19\sqrt{10}}{10}$$

Obliczamy pole trójkąta  $ABC$ .

$$P = \frac{1}{2} \cdot |AB| \cdot |BC|$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot \frac{19\sqrt{10}}{10} \cdot \frac{13\sqrt{10}}{10}$$

$$P = 12,35$$

**II sposób obliczenia pola trójkąta**

$$P = \frac{1}{2} |(x_B - x_A)(y_C - y_A) - (y_B - y_A)(x_C - x_A)|$$

$$P = \frac{1}{2} \left| \left( -\frac{7}{10} - 5 \right) (0 - 2) - \left( 3\frac{9}{10} - 2 \right) (-2 - 5) \right|$$

$$P = \frac{1}{2} \left| \frac{114}{10} + \frac{133}{10} \right|$$

$$P = 12,35$$

**Schemat oceniania**

**Rozwiązanie, w którym postęp jest niewielki, ale konieczny na drodze do pełnego rozwiązania zadania .....1p.**

Zdający

- zapisze, że współczynnik kierunkowy prostej  $AB$  to  $a = -\frac{1}{3}$ ,  
albo
- wyznaczy współrzędne punktu  $C = (-2, 0)$   
i na tym zakończy lub dalej popełnia błędy.

**Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp .....2p.**

Zdający wyznaczy współrzędne wierzchołka  $C = (-2, 0)$  oraz zapisze układ równań pozwalający wyznaczyć współrzędne punktu  $B$ , np. 
$$\begin{cases} y = -\frac{1}{3}x + 3\frac{2}{3} \\ y = 3x + 6 \end{cases}$$

i na tym zakończy lub dalej popełnia błędy.

**Pokonanie zasadniczych trudności zadania .....3p.**

Zdający

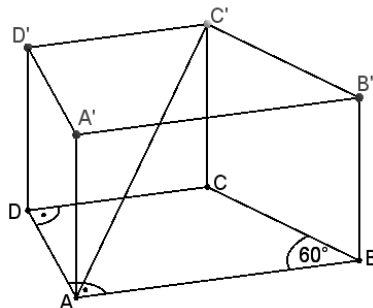
- wyznaczy współrzędne wierzchołków  $C = (-2, 0)$  i  $B = \left(-\frac{7}{10}, 3\frac{9}{10}\right)$ ,  
albo
- popełni błąd rachunkowy na dowolnym etapie rozwiązania i z tym błędem doprowadzi rozwiązanie do końca

**Rozwiązanie pełne.....4p.**

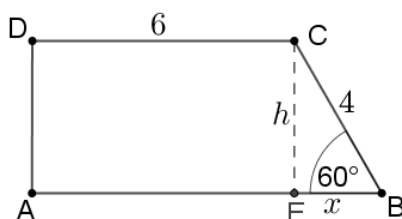
Zdający wyznaczy współrzędne wierzchołków  $C = (-2, 0)$  i  $B = \left(-\frac{7}{10}, 3\frac{9}{10}\right)$  oraz obliczy pole trójkąta  $P = 12,35$ .

**Zadanie 34. (0-5)**

Podstawą graniastoslupa prostego jest trapez prostokątny  $ABCD$ , w którym  $|BC| = 4$ ,  $|DC| = 6$ ,  $|\sphericalangle BAD| = |\sphericalangle ADC| = 90^\circ$  oraz  $|\sphericalangle ABC| = 60^\circ$  (rysunek poniżej). Krótsza przekątna graniastoslupa  $AC'$  ma długość  $4\sqrt{7}$ . Wyznacz pole powierzchni całkowitej oraz objętość graniastoslupa.

**Przykładowe rozwiązanie**

Wykonujemy pomocniczy rysunek podstawy  $ABCD$  i wprowadzamy oznaczenia tak jak na rysunku.



$$\sin 60^\circ = \frac{CE}{CB}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{4}$$

$$h = 2\sqrt{3}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{BE}{CB}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{x}{4}$$

$$x = 2$$

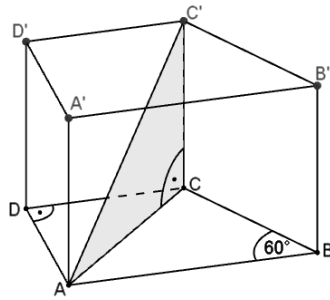
Obliczamy pole trapezu  $ABCD$  (podstawy graniastoslupa).

$|AB| = 8$ ,  $|AD| = 2\sqrt{3}$ ,  $P_p = \frac{1}{2} \cdot (|AB| + |CD|) \cdot |AD|$ , więc

$$P_p = \frac{1}{2} \cdot (8 + 6) \cdot 2\sqrt{3}$$

$$P_p = 14\sqrt{3}$$

Rozważmy trójkąt prostokątny  $ACC'$  (rysunek poniżej).



$$|AC|^2 = |AD|^2 + |DC|^2$$

$$|AC|^2 = (2\sqrt{3})^2 + 6^2$$

$$|AC|^2 = 48$$

$$|AC| = 4\sqrt{3}$$

Obliczamy długość odcinka  $CC'$ , która jest wysokością  $H$  graniastoslupa.

$$|AC'|^2 = |AC|^2 + |CC'|^2$$

$$(4\sqrt{7})^2 = (4\sqrt{3})^2 + |CC'|^2$$

$$112 = 48 + |CC'|^2$$

$$|CC'| = \sqrt{64} = 8$$

$$H = 8$$

Obliczamy pole powierzchni bocznej graniastoslupa.

$$P_b = (|AB| + |BC| + |CD| + |DA|) \cdot H$$

$$P_b = (8 + 4 + 6 + 2\sqrt{3}) \cdot 8$$

$$P_b = 144 + 16\sqrt{3}$$

Obliczamy pole całkowite graniastoslupa.

$$P_c = 2 \cdot P_p + P_b$$

$$P_c = 2 \cdot 14\sqrt{3} + 144 + 16\sqrt{3}$$

$$P_c = 44\sqrt{3} + 144$$

Obliczamy objętość graniastoslupa.

$$V = P_p \cdot H$$

$$V = 14\sqrt{3} \cdot 8$$

$$V = 112\sqrt{3}$$

**Schemat oceniania**

**Rozwiązanie, w którym postęp jest niewielki, ale konieczny na drodze do pełnego rozwiązania zadania .....1p.**

Zdający

- obliczy  $|EB| = 2$   
albo
- obliczy  $|CE| = |AD| = 2\sqrt{3}$   
i na tym zakończy lub dalej popełnia błędy.

**Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp .....2p.**

Zdający

- obliczy pole podstawy graniastosłupa  $P_p = 14\sqrt{3}$   
albo
- obliczy długość odcina  $|AC| = 4\sqrt{3}$   
i na tym zakończy lub dalej popełnia błędy.

**Pokonanie zasadniczych trudności zadania .....3p.**

Zdający

- obliczy pole podstawy graniastosłupa  $P_p = 14\sqrt{3}$  oraz długość odcinka  $|AC| = 4\sqrt{3}$   
albo
- obliczy długość wysokości  $|CC'| = 8$   
i na tym zakończy lub dalej popełnia błędy.

**Rozwiązanie prawie pełne.....4p.**

Zdający

- obliczy  $P_c = 44\sqrt{3} + 144$ ,  
albo
- obliczy  $V = 112\sqrt{3}$ .

**Rozwiązanie pełne.....5p.**

Zdający obliczy  $P_c = 44\sqrt{3} + 144$  oraz  $V = 112\sqrt{3}$ .

**Uwaga.**

1. Jeżeli zdający realizuje strategię rozwiązania i popełnia jedynie błędy rachunkowe, to może otrzymać **4 punkty**, o ile popełnione błędy nie ułatwiają rozważanego zagadnienia na żadnym etapie rozwiązania.
2. Jeżeli zdający popełnia błąd merytoryczny w wyznaczeniu długości boków podstawy (*np. niewłaściwa funkcja trygonometryczna kąta  $60^\circ$* ) i doprowadza rozwiązanie do końca, to za całe rozwiązanie może uzyskać maksymalnie **3 punkty**.
3. Jeżeli zdający popełnia błąd w wyznaczeniu długości odcinka  $AD$  oraz otrzyma taką długość, dla której nie istnieje trójkąt prostokątny  $ACC'$ , to za całe rozwiązanie może uzyskać maksymalnie **1 punkt**.