RESOLUCIÓN PRIMER PARCIAL CURSADA 2019

1)

a) Describa un procedimiento que permita encontrar un modelo de estado de un sistema representado por una función de transferencia con m ceros y n polos (0 < m < n).

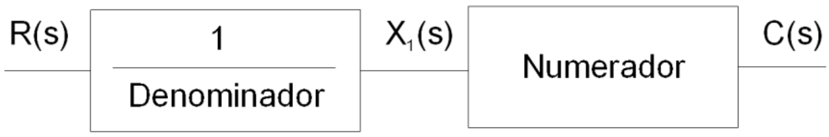
b) Aplique el método desarrollado en a) a la siguiente función de transferencia:

$$G(s)=\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{10(s^2+9)}{s^3}$$

c) Encuentre una transformación lineal que haga que, en el sistema transformado, la salida del sistema coincida con la primera variable de estado.

d) Aplique la transformación al modelo hallado en b).

Dada la transferencia $G(s)=\dfrac{C(s)}{R(s)}=\dfrac{\beta_1 s^m+\beta_2 s^{m-1}+...+\beta_m s+\beta_{m+1}}{s^n+\alpha_1 s^{n-1}+\alpha_2 s^{n-2}+...+\alpha_{n-1}s+\alpha_n}$ se separa el numerador del denominado de la siguiente forma:



Se define la variable X_1 a la salida del bloque denominador, entoces se puede escribir:

$$\frac{X_1(s)}{R(s)}=\frac{1}{s^n+\alpha_1 s^{n-1}+\alpha_2 s^{n-2}+...+\alpha_{n-1}s+\alpha_n} \quad \text{y} \quad \frac{C(s)}{X_1(s)}=\beta_1 s^m+\beta_2 s^{m-1}+...+\beta_m s+\beta_{m+1}$$

Reescribiendo la primera ecuación resulta:

$$s^n X_1(s)+\alpha_1 s^{n-1}X_1(s)+...+\alpha_{n-1}sX_1(s)+\alpha_n X_1(s)=R(s)$$

Representando esta ecuación en el dominio temporal, considerando condiciones iniciales nulas:

$$x_1^{(n)}(t)+\alpha_1 x_1^{(n-1)}(t)+...+\alpha_{n-1}\dot{x}_1(t)+\alpha_n x_1(t)=r(t)$$

La expresión resulta una ecuación diferencial, de orden n, en X_1. Para llevar esta ecuación a un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden se define este conjunto de ecuaciones:

$$\dot{x}_1(t)=x_2(t)$$

$$\dot{x}_2(t)=x_3(t)=\ddot{x}_1(t)$$

....

$$\dot{x}_{n-2}(t)=x_{n-1}(t)=x_1^{(n-2)}(t)$$

$$\dot{x}_{n-1}(t)=x_n(t)=x_1^{(n-1)}(t)$$

Con las nuevas variables definidas, la ecuación de orden n se puede escribir como:

$$x_1^{(n)}(t)+\alpha_1 x_1^{(n-1)}(t)+...+\alpha_{n-1}\dot{x}_1(t)+\alpha_n x_1(t)=\dot{x}_n(t)+\alpha_1 x_n(t)+...+\alpha_{n-1}x_2(t)+\alpha_n x_1(t)=r(t)$$

Despejando la derivada queda:

$$\dot{x}_n(t)=-\alpha_1 x_n(t)-...-\alpha_{n-1}x_2(t)-\alpha_n x_1(t)+r(t)$$

Entonces el modelo del primer bloque se puede escribir como:

$$\dot{x}(t)=\begin{bmatrix} 0 & 1 & ... & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ... & 0 & 0 \\ ... & & ... & & ... \\ 0 & 0 & ... & 0 & 1 \\ -\alpha_n & -\alpha_{n-1} & ... & -\alpha_2 & -\alpha_1 \end{bmatrix} x(t)+\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ ... \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

Aplicando un procedimiento similar al anterior en el bloque numerador, la ecuación se puede transformar de la siguiente forma:

$$c(t)=\beta_1 x_{m-1}(t)+\beta_2 x_{m-2}(t)+...+\beta_m x_2(t)+\beta_{m+1}x_1(t)$$

Entonces la ecuación de la salida del modelo de estado queda:

$$y(t) = \begin{bmatrix} \beta_{m+1} & \beta_m & \ldots & \beta_1 & 0 & \ldots & 0 \end{bmatrix} x(t)$$

Aplicando este método al sistema propuesto el modelo queda: $G(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)} = \dfrac{10s^2 + 90}{s^3}$

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \quad ; \quad y(t) = \begin{bmatrix} 90 & 0 & 10 \end{bmatrix} x(t)$$

Este modelo no tiene como salida a la primera variable de estado entonces, se debe aplicar una transformación lineal tal que resuelva esta situación. En este caso se considera que el resto de las variables de estado no cambia. La matriz de transformación se arma colocando el vector de salida C en la primera fila de la matriz de transformación:

$$\bar{x}(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} 90 & 0 & 10 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{T} x(t) = \begin{bmatrix} y \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \text{ entonces } x(t) = T^{-1}\bar{x}(t)$$

En realidad, cualquier transformación cuya primera fila sea (90,0,10) es válida.
Aplicando esta transformación lineal al modelo de estado, queda:

$$\dot{x}(t) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) \Rightarrow T^{-1}\dot{\bar{x}}(t) = AT^{-1}\bar{x}(t) + B \cdot u(t)$$

$$\dot{\bar{x}}(t) = \underbrace{TAT^{-1}}_{\bar{A}}\, \bar{x}(t) + \underbrace{TB}_{\bar{B}} \cdot u(t) \qquad \text{e} \qquad y(t) = \underbrace{CT^{-1}}_{\bar{C}}\, \bar{x}(t)$$

Las matrices transformadas serán $\bar{A} = TAT^{-1}$, $\bar{B} = TB$ y $\bar{C} = CT^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Calculando: $T^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{90} & 0 & -\frac{1}{9} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Las matrices del modelo transformado quedan:

$$\bar{A} = TAT^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 90 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad \bar{B} = TB = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

El modelo transformado es:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 90 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \quad ; \quad y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x(t)$$

---

2) Una dada planta ha sido modelada, con suficiente exactitud, según el siguiente sistema de ecuaciones:

$\ddot{w} + a_1 w\, u_1 + a_2 z^2 = 0$ — w y z : variables del sistema

$\dot{z}\, u_2 + a_3 w\, z = 0$ — u_1 y u_2 : señales de control

salida $= \dot{w}$ — a_1, a_2 y a_3 : constantes reales

a) Identifique, de manera expresa, las variables de estado y, en base a ellas, halle un modelo de estado lineal en cercanías del punto de reposo determinado por u1=1, u2=1.
b) Determine cuantas variables son controlables.
c) Determine cuantas variables son observables.

---

a) Analizando las ecuaciones se puede determinar el orden del sistema, en este caso hay un segundo orden para *w* y un orden adicional para *z*. Por lo tanto se deben plantear 3 variables de estado y pueden ser: $x_1 = w;\ x_2 = \dot{w}$ y $x_3 = z$

Escribiendo las ecuaciones en estas nuevas variables:

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -a_1 x_1\ u_1 - a_2 x_3^2$$

$$\dot{x}_3 = -\frac{a_3 x_1\ x_3}{u_2}$$

Es más que obvio que el modelo de estado es no lineal, por lo tanto, para linealizar el modelo se va a utilizar una aproximación por Taylor en las cercanías del punto de equilibrio.

Un punto de equilibrio cumple con la condición de que es un punto de funcionamiento estático y por lo tanto al no haber variaciones se cumple que las derivadas de las variables son cero.

Para hallar el punto de equilibrio se hacen las derivadas del sistema de ecuaciones de estado igual a cero y se reemplazan u_1=1 y u_2=1, por lo tanto, el sistema de ecuaciones queda:

$$0 = x_2$$

$$0 = -a_1 x_1 - a_2 x_3^2$$

$$0 = -a_3 x_1\ x_3$$

El punto de equilibrio resultante es: $x_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ y $u_0 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$

Se considera el modelo: $\dot{x}(t) = f(x,u)$, entonces se puede aplicar aproximación por Taylor en el punto de equilibrio.

$$f(x,u) = f(x_0,u_0) + \left.\frac{\partial f(x,u)}{\partial x}\right|_{\substack{x = x_0 \\ u = u_0}} \cdot \left(x - x_0\right) + \left.\frac{\partial f(x,u)}{\partial u}\right|_{\substack{x = x_0 \\ u = u_0}} \cdot \left(u - u_0\right) + \text{términos de orden superior}$$

Se desprecian los términos de orden superior y por definición $f(x_0,u_0) = 0$. Además si se consideran $x^* = (x - x_0)$ y $u^* = (u - u_0)$, la expresión se puede reducir a:

$$\dot{x}^* = \left.\frac{\partial f(x,u)}{\partial x}\right|_{\substack{x = x_0 \\ u = u_0}} \cdot x^* + \left.\frac{\partial f(x,u)}{\partial u}\right|_{\substack{x = x_0 \\ u = u_0}} \cdot u^*$$

Las matrices $\left.\frac{\partial f(x,u)}{\partial x}\right|_{\substack{x = x_0 \\ u = u_0}}$ y $\left.\frac{\partial f(x,u)}{\partial u}\right|_{\substack{x = x_0 \\ u = u_0}}$ son las matrices jacobianas para las variables de estado y para las entradas respectivamente, evaluadas en el punto de equilibrio lo que da como resultado matrices con coeficientes constantes. Estas matrices se corresponden con la matriz de la planta A y la matriz de entrada B del modelo linealizado.

Para el caso planteado resulta:

$$\frac{\partial f(x,u)}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x,u)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(x,u)}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1(x,u)}{\partial x_n} \\ . & . & \cdots & . \\ \frac{\partial f_n(x,u)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n(x,u)}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_n(x,u)}{\partial x_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -a_1 u_{10} & 0 & -2a_2 x_{30} \\ -\frac{a3 x_{30}}{u_{20}} & 0 & -\frac{a3 x_{10}}{u_{20}} \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial f(x,u)}{\partial u} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x,u)}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1(x,u)}{\partial u_2} & \cdots & \frac{\partial f_1(x,u)}{\partial u_r} \\ . & . & \cdots & . \\ \frac{\partial f_n(x,u)}{\partial u_1} & \frac{\partial f_n(x,u)}{\partial u_2} & \cdots & \frac{\partial f_n(x,u)}{\partial u_r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -a_1 x_{10} & 0 \\ 0 & \frac{a_3 x_{10} x_{30}}{u_2^2} \end{bmatrix}$$

Si se reemplazan los valores del punto de equilibrio, el modelo lineal resulta:

$$\dot{x}^*(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -a_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x^*(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x^*(t)$$

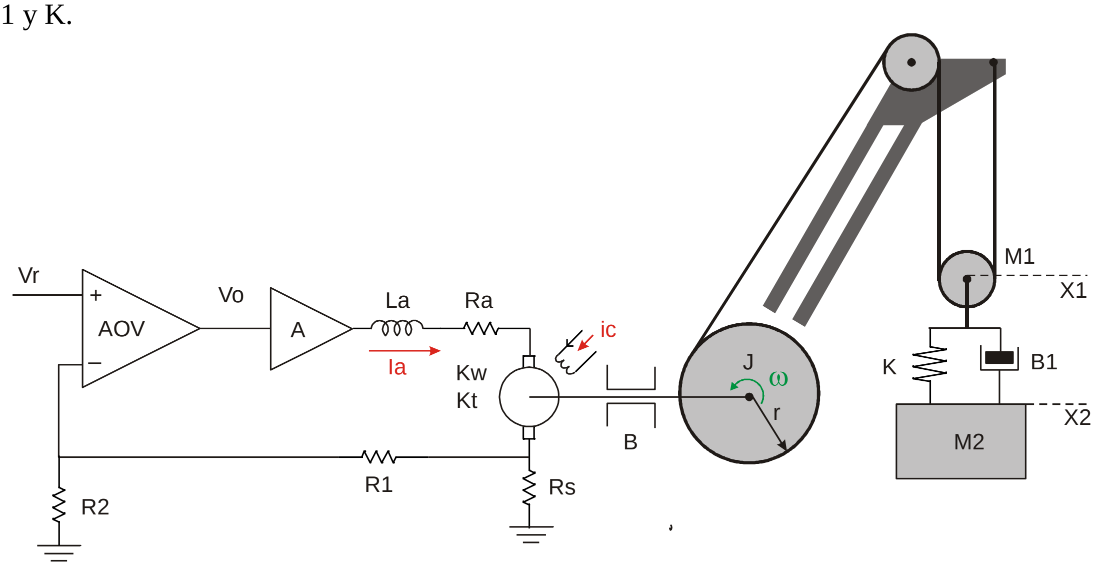
b) Al tener la matriz B todos sus elementos iguales a cero no hay influencia de las entradas sobre el comportamiento de las variables de estado y por lo tanto todas las variables resultan incontrolables independientemente de la entrada que se analice.

c) Para determinar la cantidad de variables observables se debe conocer el rango de la matriz observabilidad.

$$V = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -a_1 & 0 & 0 \\ 0 & -a_1 & 0 \end{bmatrix}$$ el rango de la matriz V no es 3 ya que hay una columna completa de ceros y por lo tanto el determinante va a dar cero. Analizando los determinantes de 2x2 se puede calcular que no todos son cero y por lo tanto el (rango V) =2, es decir que solamente hay 2 variables observables.

PRÁCTICA

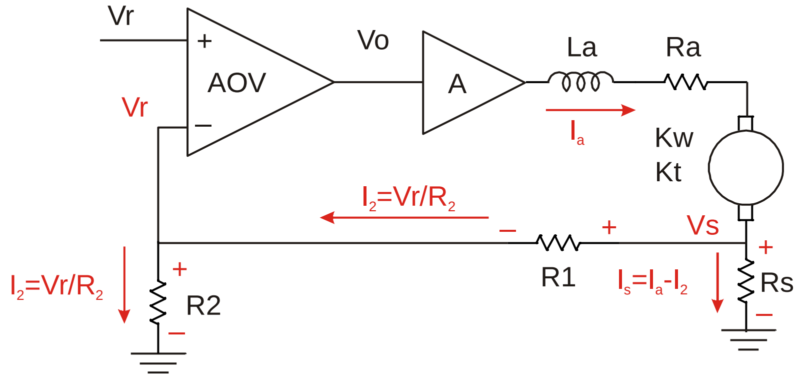
3) La figura representa, en forma simplificada y esquemática, un sistema de izaje electromecánico utilizado en grúas.
El motor eléctrico se encarga de levantar la carga mediante un cable de acero a través de un sistema de poleas.
El control del motor se realiza desde un circuito electrónico formado por un amplificador operacional ideal seguido de un amplificador de potencia, cuya ganancia en tensión tiene un valor A.
La función del circuito electrónico es poder controlar el torque del motor desde la señal de referencia Vr. Esto se realiza sensando la corriente del motor a través de la resistencia Rs.
La carga mecánica en el eje del motor se representa mediante el rozamiento viscoso B y el momento de inercia J.
La carga a izar se encuentra representada por la masa M2, la masa de la polea móvil es M1 y el anclaje de la carga a la polea móvil se realiza mediante un sistema de amortiguamiento representado por los elementos B1 y K.



a) Dibuje un diagrama en bloques para el sistema.
b) Encuentre un modelo de estado que represente al sistema.
c) Determine el valor de las variables de estado, en régimen permanente, para un valor de la tensión de referencia Vro.

Se va a analizar el circuito electrónico.
Considerando el AOV ideal, la impedancia de entrada es infinita, por lo tanto, la tensión en los terminales de entrada es la misma, entonces la tensión en la pata inversora es Vr.
De lo anterior resulta:

$$I_2 = \frac{V_r}{R_2}$$



Esta corriente es la misma que circula por R1, entonces la tensión en la resistencia de sensado es:

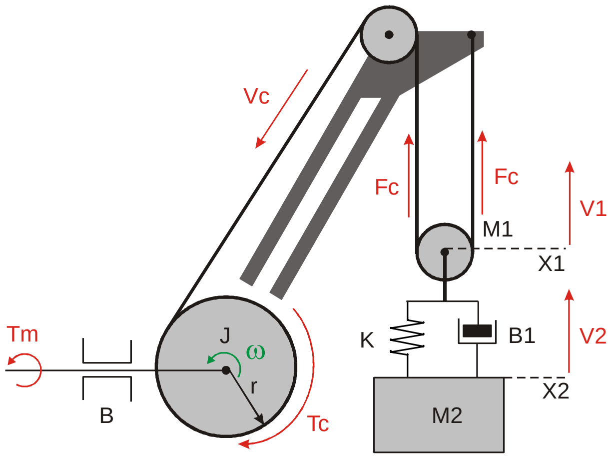
$$V_s = V_r + V_r \frac{R_1}{R_2} = \left(Ia - \frac{V_r}{R_2} \right) R_s$$

Despejando la corriente de armadura en función de Vr, resulta:

$$IaR_s = V_r + V_r \frac{R_1}{R_2} + V_r \frac{R_s}{R_2} = V_r \left(\frac{R_1 + R_2 + R_s}{R_2} \right)$$

$$Ia = V_r \left(\frac{R_1 + R_2 + R_s}{R_2 R_s} \right)$$

Por lo tanto, se puede ver que la corriente del motor es directamente proporcional a la tensión de referencia, y en consecuencia el torque resulta con la misma característica. Por esto, el circuito electrónico controla el torque del motor desde la tensión Vr.
NOTA: el motor es alimentado desde una fuente de corriente. Por lo tanto, Ia no define una variable de estado.

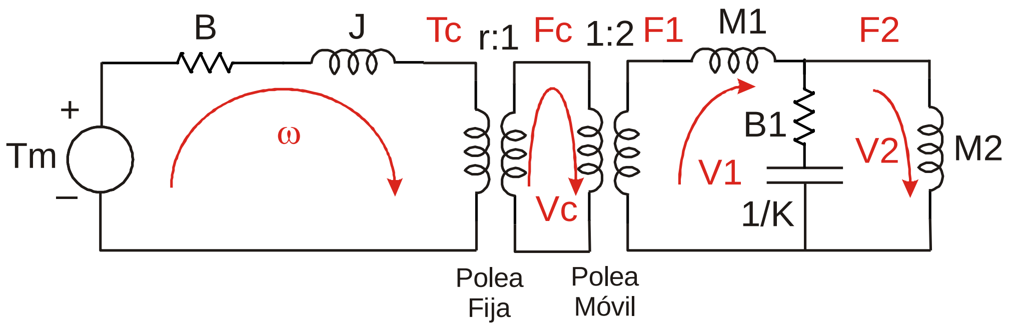


Para la carga mecánica:
El torque entregado por el motor es:

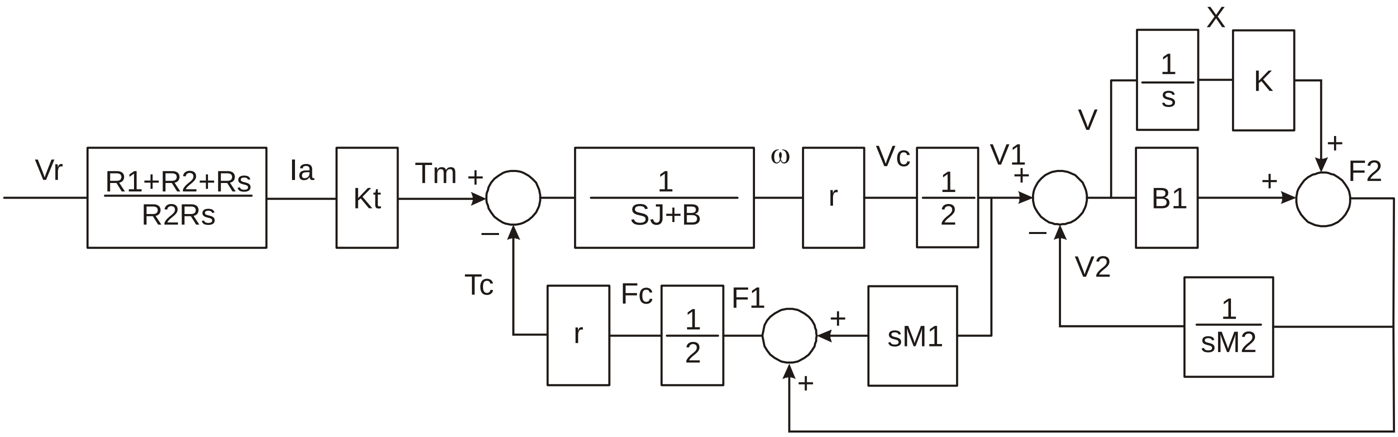
$$T_m = K_t \cdot Ia = V_r K_t \left(\frac{R_1 + R_2 + R_s}{R_2 R_s} \right)$$

Se va a analizar la carga mecánica mediante un circuito eléctrico equivalente.

Sobre el eje del motor se desarrolla un torque que es la diferencia entre el torque motor y el torque proveniente de la carga lineal. Este torque aparece debido a la fuerza que actúa sobre el cable, afectada por el radio de la polea de inercia J $\left(T_C = F_C \cdot r\right)$. La velocidad del cable resulta de multiplicar la velocidad angular por el radio $\left(V_C = \omega \cdot r\right)$.
En la polea móvil, la fuerza con la que se iza la carga F1 es el doble de la fuerza que actúa en el cable y por consecuencia la velocidad V1 es la mitad de la velocidad con la que se desplaza el cable.



A partir del análisis del circuito electrónico y del circuito eléctrico equivalente de la carga mecánica, se plantea el diagrama en bloques.



Se eligen como variables de estado: ω=Velocidad del motor, X=estiramiento del resorte y V2=Velocidad de la carga.
(La velocidad de la polea móvil V1, es proporcional a la velocidad del motor)
Se plantean las ecuaciones de estado:

$$\omega=\left[V_rK_t\left(\frac{R_1+R_2+R_s}{R_2R_s}\right)-Tc\right]\frac{1}{sJ+B}$$

$$s\omega J+\omega B=\left[V_rK_t\left(\frac{R_1+R_2+R_s}{R_2R_s}\right)-Tc\right] \quad ; \quad Tc=\frac{r}{2}\left[s\omega\frac{rM_1}{2}+F_2\right]$$

$$s\omega J+\omega B=\left[V_rK_t\left(\frac{R_1+R_2+R_s}{R_2R_s}\right)-\frac{r}{2}\left(s\omega\frac{rM_1}{2}+F_2\right)\right]=\left[V_rK_t\left(\frac{R_1+R_2+R_s}{R_2R_s}\right)-s\omega\frac{r^2M_1}{4}-\frac{r}{2}F_2\right]$$

$$s\omega\left(J+\frac{r^2M_1}{4}\right)=-\omega B+V_rK_t\left(\frac{R_1+R_2+R_s}{R_2R_s}\right)-\frac{r}{2}F_2$$

$$F_2=Kx+\left(\frac{r}{2}\omega-V_2\right)B_1$$

$$s\omega\left(J+\frac{r^2M_1}{4}\right)=-\omega B+V_rK_t\left(\frac{R_1+R_2+R_s}{R_2R_s}\right)-\frac{r}{2}Kx-\frac{r^2}{4}B_1\omega+\frac{r}{2}B_1V_2$$

$$\boxed{\dot{\omega}=\frac{-\left(B+\frac{r^2}{4}B_1\right)\omega-\frac{r}{2}K\ x+\frac{r}{2}B_1V_2+K_t\left(\frac{R_1+R_2+R_s}{R_2R_s}\right)V_r}{\left(J+\frac{r^2M_1}{4}\right)}}$$

$$x=\frac{\frac{r}{2}\omega-V_2}{s} \quad , \quad \boxed{\dot{x}=\frac{r}{2}\omega-V_2}$$

$$V_2=\frac{1}{sM_2}\left(Kx+\frac{r}{2}B_1\omega-B_1V_2\right) \quad ; \quad \boxed{\dot{V}_2=\frac{1}{M_2}\left(Kx+\frac{r}{2}B_1\omega-B_1V_2\right)}$$

Considerando:

$$B_{eq}=\left(B+\frac{r^2}{4}B_1\right) \quad \text{y} \quad J_{eq}=\left(J+\frac{r^2}{4}M_1\right)$$

Finalmente, el modelo matricial se puede escribir como:

$$\begin{bmatrix}\dot{\omega}\\ \dot{x}\\ \dot{V}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\dfrac{B_{eq}}{J_{eq}} & -\dfrac{rK}{2J_{eq}} & \dfrac{rB_1}{2J_{eq}}\\ \dfrac{r}{2} & 0 & -1\\ \dfrac{rB_1}{2M_2} & \dfrac{K}{M_2} & -\dfrac{B_1}{M_2}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\omega\\ x\\ V_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\dfrac{K_t}{J_{eq}}\left(\dfrac{R_1+R_2+R_s}{R_2R_s}\right)\\ 0\\ 0\end{bmatrix}V_r$$

$$y=V_2=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\omega\\ x\\ V_2\end{bmatrix}$$

Para determinar la condición de régimen permanente se puede utilizar tanto el modelo de estado como el diagrama en bloques. En el primer caso, haciendo el vector derivado igual a cero y resolviendo el sistema de ecuaciones resultante con Vr=Vro, y en el segundo caso haciendo s =0 y resolviendo por bloques.

Se va a utilizar la primera opción:

$$\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\dfrac{B_{eq}}{J_{eq}} & -\dfrac{rK}{2J_{eq}} & \dfrac{rB_1}{2J_{eq}}\\ \dfrac{r}{2} & 0 & -1\\ \dfrac{rB_1}{2M_2} & \dfrac{K}{M_2} & -\dfrac{B_1}{M_2}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\omega_0\\ x_0\\ V_{20}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\dfrac{K_t}{J_{eq}}\left(\dfrac{R_1+R_2+R_s}{R_2R_s}\right)\\ 0\\ 0\end{bmatrix}V_{r0}$$

De la segunda fila sale: $\dfrac{r}{2}\omega_0=V_{20}$

De la tercera fila queda: $0=\dfrac{rB_1}{2M_2}\omega_0+\dfrac{K}{M_2}x_0-\dfrac{B_1}{M_2}V_{20}=\cancel{\dfrac{rB_1}{2M_2}\omega_0}+\dfrac{K}{M_2}x_0-\cancel{\dfrac{rB_1}{2M_2}\omega_0}\quad ;\ x_0=0$

De la primera fila resulta: $\left(B_{eq}\omega_0-\dfrac{rB_1}{2}V_{20}\right)=\left(B_{eq}-\dfrac{r^2B_1}{4}\right)\omega_0=K_t\left(\dfrac{R_1+R_2+R_s}{R_2R_s}\right)V_{r0}$

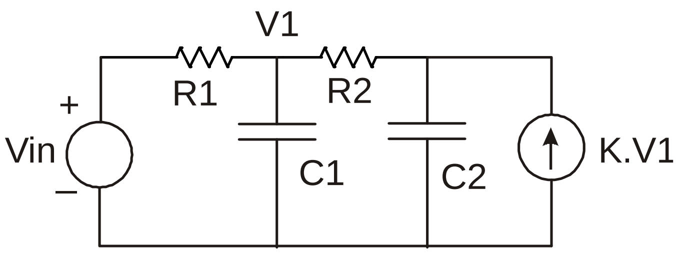
$$\left(B+\cancel{\frac{r^2B_1}{4}}-\cancel{\frac{r^2B_1}{4}}\right)\omega_0=K_t\left(\frac{R_1+R_2+R_s}{R_2R_s}\right)V_{r0}\qquad ;\qquad \omega_0=\frac{K_t}{B}\left(\frac{R_1+R_2+R_s}{R_2R_s}\right)V_{r0}$$

$$\boxed{V_{20}=\frac{K_t r}{2B}\left(\frac{R_1+R_2+R_s}{R_2R_s}\right)V_{r0}}$$

---

4) Para el circuito de la figura:

a) Encuentre una representación por modelo de estados.
b) Determine, si existe, un valor de K para la fuente de corriente controlada que haga que el sistema hallado resulte no controlable.
c) En caso de existir un valor de K, interpretar que es lo que sucede en el circuito.



Se va a desarrollar el modelo tomando como variables de estado a las tensiones en los capacitores. Utilizando las ecuaciones de nodo queda:

$$\begin{cases} \dfrac{V_{in}-V_1}{R_1} = \dot{V}_1 C_1 + \dfrac{V_1 - V_2}{R_2} \\ \dfrac{V_1 - V_2}{R_2} + KV_1 = \dot{V}_2 C_2 \end{cases}$$

Reordenando las ecuaciones se llega a:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{(R_1+R_2)}{C_1 R_1 R_2} & \dfrac{1}{C_1 R_2} \\ \dfrac{KR_2+1}{C_2 R_2} & -\dfrac{1}{C_2 R_2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dfrac{1}{C_1 R_1} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot V_{in}$$

$$V_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

Se calcula la matriz de controlabilidad: $U = \begin{bmatrix} B & AB \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{C_1 R_1} & -\dfrac{(R_1+R_2)}{C_1^2 R_1^2 R_2} \\ 0 & \dfrac{KR_2+1}{C_1 R_1 C_2 R_2} \end{bmatrix}$

Para que el sistema sea no controlable el determinante de U debe ser igual a cero.

$$\det(U) = \frac{KR_2+1}{C_1^2 R_1^2 C_2 R_2} = 0 \qquad ; \qquad K = -\frac{1}{R_2}$$

Para el valor de K calculado la corriente que circula por la resistencia R2 ingresa al generador controlado, por lo tanto no carga al capacitor C2.