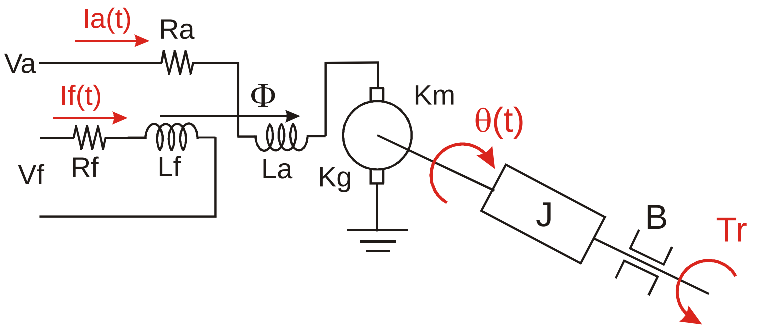
RESOLUCIÓN PRIMER PARCIAL RECURSADA 2019

1) El motor de corriente continua con excitación compuesta es una máquina que tiene dos bobinados de campo, uno que genera el campo principal, de alimentación independiente; y otro en serie con la armadura que según su construcción puede reforzar o debilitar el campo principal. El campo producido por estos bobinados interviene en la f.e.m. inducida por reacción de armadura y en la cupla generada en el eje del motor.

Se supone para esta ocasión una tensión V_f contante que genera un flujo Φ_0. Además, se considera una cupla resistente en el eje Tr.
Este tipo de excitación le confiere al motor un comportamiento no lineal cuyas ecuaciones son las siguientes:



$$\dot{I}_a \cdot L_a + I_a \cdot R_a = V_a - K_g \cdot \overbrace{\left(K_{\Phi a} \cdot I_a + \Phi_0\right)}^{\Phi} \dot{\theta}$$

$$K_m \cdot I_a \cdot \underbrace{\left(K_{\Phi a} \cdot I_a + \Phi_0\right)}_{\Phi} = \ddot{\theta} \cdot J + \dot{\theta} \cdot B + T_r$$

$$y = \theta$$

a) Desarrolle un método que permita encontrar un modelo lineal.
b) Identifique, de manera expresa, las variables de estado y, en base a ellas, halle un modelo de estado lineal en cercanías del punto de reposo determinado por T_{r0} =0.4 N.m.
c) Determine cuantas variables son observables desde la posición del eje.

$$R_a = 0.8\ \Omega \qquad L_a = 0.005\ Hy \qquad J = 0.01\ N \cdot m \cdot s^2 \qquad B = 0.01\ N \cdot m \cdot s$$

$$K_{\Phi a} = 0.5\ \Omega \cdot s \qquad K_g = 0.1 \qquad \Phi_0 = 3\ \frac{N \cdot m}{A} \qquad K_m = 0.1$$

<u>Solución:</u>

En el caso de sistemas no lineales, se puede encontrar un modelo lineal que es aplicable en cercanías de un punto de equilibrio.
Se considera el modelo: $\dot{x}(t) = f(x,u)$, entonces se puede aplicar aproximación por Taylor en el punto de equilibrio.

$$f(x,u) = f(x_0,u_0) + \left.\frac{\partial f(x,u)}{\partial x}\right|_{\substack{x=x_0 \\ u=u_0}} \cdot (x - x_0) + \left.\frac{\partial f(x,u)}{\partial u}\right|_{\substack{x=x_0 \\ u=u_0}} \cdot (u - u_0) + \text{términos de orden superior}$$

Se desprecian los términos de orden superior y por definición el punto de equilibrio es $f(x_0,u_0) = 0$. Además si se consideran $x^* = (x - x_0)$ y $u^* = (u - u_0)$, la expresión se puede reducir a:

$$\dot{x}^* = \left.\frac{\partial f(x,u)}{\partial x}\right|_{\substack{x=x_0 \\ u=u_0}} \cdot x^* + \left.\frac{\partial f(x,u)}{\partial u}\right|_{\substack{x=x_0 \\ u=u_0}} \cdot u^*$$

Las matrices $\left.\frac{\partial f(x,u)}{\partial x}\right|_{\substack{x=x_0 \\ u=u_0}}$ y $\left.\frac{\partial f(x,u)}{\partial u}\right|_{\substack{x=x_0 \\ u=u_0}}$ son las matrices jacobianas para las variables de estado y para las entradas respectivamente, evaluadas en el punto de equilibrio lo que da como resultado matrices con coeficientes constantes. Estas matrices se corresponden con la matriz de la planta A y la matriz de entrada B del modelo linealizado.

Para el caso planteado resulta:

$$\frac{\partial f(x,u)}{\partial x}=\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x,u)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(x,u)}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1(x,u)}{\partial x_n} \\ . & . & \cdots & . \\ \frac{\partial f_n(x,u)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n(x,u)}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_n(x,u)}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial f(x,u)}{\partial u}=\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x,u)}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1(x,u)}{\partial u_2} & \cdots & \frac{\partial f_1(x,u)}{\partial u_r} \\ . & . & \cdots & . \\ \frac{\partial f_n(x,u)}{\partial u_1} & \frac{\partial f_n(x,u)}{\partial u_2} & \cdots & \frac{\partial f_n(x,u)}{\partial u_r} \end{bmatrix}$$

En este caso las variables de estado son: Ia, ω y θ. El sistema tiene dos entradas V_a y T_r.
Las ecuaciones de estado son:

$$\begin{cases} \dot{I}_a=\dfrac{-I_a\cdot R_a+V_a-K_g\cdot K_{\Phi a}\cdot I_a\cdot\omega+K_g\cdot\Phi_0\cdot\omega}{L_a} \\ \dot{\omega}=\dfrac{-\omega\cdot B-T_r+K_m\cdot K_{\Phi a}\cdot I_a{}^2+K_m\Phi_0\cdot I_a}{J} \\ \dot{\theta}=\omega \end{cases}$$

Para el punto de equilibrio las derivadas son cero, por lo tanto, se cumple que:

$$\omega_0=0$$

$$K_m\cdot K_{\Phi a}\cdot I_{a0}{}^2+K_m\cdot\Phi_0\cdot I_{a0}-T_{r0}=0$$

$$I_{a0}=\frac{-K_m\cdot\Phi_0\pm\sqrt{K_m^2\cdot\Phi_0^2+4\cdot K_m\cdot K_{\Phi a}\cdot T_{r0}}}{2\cdot K_m\cdot K_{\Phi a}}$$

$$V_{a0}=I_{a0}\cdot R_a=\frac{-K_m\cdot\Phi_0\pm\sqrt{K_m^2\cdot\Phi_0^2+4\cdot K_m\cdot K_{\Phi a}\cdot T_{r0}}}{2\cdot K_m\cdot K_{\Phi a}}\cdot R_a$$

La condición de θ para el punto de equilibrio puede ser cualquiera ya que no va a alterar el valor del resto de las variables.

Considerando la cupla de perturbación del punto de equilibrio T_{ro}=0.4 N.m. los valores resultan:

$$I_{a0}=1.123\text{A}\quad \omega_0=0\quad \theta_0=cte\quad V_{a0}=0.8985\text{V}\quad T_{r0}=0.4N\cdot m$$

Conocido el punto de equilibrio, se procede a calcular las matrices Jacobianas:

$$\frac{\partial f(x,u)}{\partial x}=\begin{bmatrix} \dfrac{-R_a}{L_a} & \dfrac{-K_g\cdot K_{\Phi a}\cdot I_{a0}+K_g\cdot\Phi_0}{L_a} & 0 \\ \dfrac{2\cdot K_m\cdot K_{\Phi a}\cdot I_{a0}+K_m\Phi_0}{J} & \dfrac{-B}{J} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -160 & 48.7689 & 0 \\ 41.231 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}=A$$

$$\frac{\partial f(x,u)}{\partial u}=\begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} & 0 \\ 0 & \frac{-1}{J} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 200 & 0 \\ 0 & -100 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}B$$

El modelo entonces queda:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}^* \\ \dot{\omega}^* \\ \dot{\theta}^* \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -160 & 48.7689 & 0 \\ 41.231 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I^* \\ \omega^* \\ \theta^* \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 200 & 0 \\ 0 & -100 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_a^* \\ T_r^* \end{bmatrix} \quad ; \quad y=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I^* \\ \omega^* \\ \theta^* \end{bmatrix}$$

con $\begin{bmatrix} I^* \\ \omega^* \\ \theta^* \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} I_a-1.123 \\ \omega \\ \theta \end{bmatrix}$ y $\begin{bmatrix} V_a^* \\ T_r^* \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} V_a-0.8985 \\ T_r-0.4 \end{bmatrix}$

La matriz observabilidad es:

$$V=\begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{2\cdot K_m\cdot K_{\Phi a}\cdot I_{a0}+K_m\Phi_0}{J} & \frac{-B}{J} & 0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 41.231 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

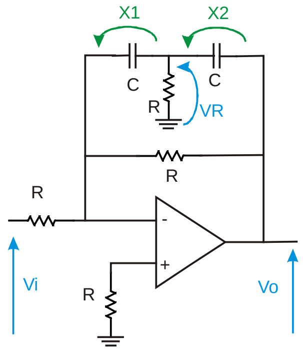
$$\det[V]=-41.231\neq 0$$

El sistema es observable.

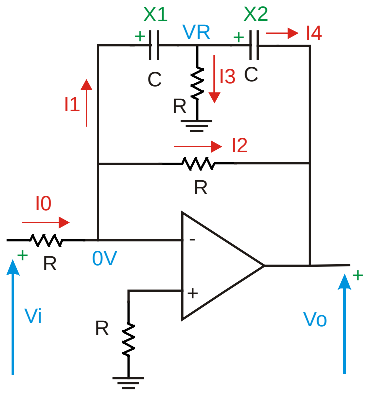
---

2) Dado el siguiente circuito electrónico:

a) Halle el modelo de estado considerando $[x_1 \; x_2]^T$ como el vector de estado.
b) Tomando como salidas $Y=[V_o \; V_R]^T$, determine la observabilidad del modelo hallado en a), <u>sin plantear la matriz observabilidad completa.</u> Justifique su respuesta.
c) Halle la matriz que transforma el vector de estado del modelo a) en $[V_o \; V_R]^T$ Halle el modelo resultante en estas nuevas variables.
d) Determine los autovalores del modelo hallado en c).
e) En el modelo hallado en a), para u=0 y estado inicial $x(0) = [1 \quad 0]^T$, halle $x_2(t)$ para $t \geq 0$.



<u>Solución:</u>



Se plantean las ecuaciones del circuito eléctrico.

$$I_0=I_1+I_2 \quad ; \quad \frac{V_i}{R}=C\dot{X}_1+\frac{(X_1+X_2)}{R}$$

De la anterior ecuación se puede extraer una ecuación de estado.

$$\dot{X}_1=-\frac{1}{CR}X_1-\frac{1}{CR}X_2+\frac{1}{CR}V_i$$

En la rama superior se calcula el divisor de corrientes

$$I_1=I_3+I_4 \quad ; \quad C\dot{X}_1=\frac{V_R}{R}+C\dot{X}_2=\frac{X_1}{R}+C\dot{X}_2$$

La segunda ecuación de estado queda:

$$\dot{X}_2 = -\frac{1}{CR}X_1 + \dot{X}_1 = -\frac{1}{CR}X_2 + \frac{1}{CR}V_i$$

Las salidas son:

$V_0 = -X_1 - X_2$ y $V_R = -X_1$

El modelo matricial es:

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{CR} & -\frac{1}{CR} \\ 0 & -\frac{1}{CR} \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} \frac{1}{CR} \\ \frac{1}{CR} \end{bmatrix} V_i \quad ; \quad y = \begin{bmatrix} V_0 \\ V_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} X$$

b) Para determinar la observabilidad se debe calcular la matriz correspondiente $V = \begin{bmatrix} C \\ C \cdot A \end{bmatrix}$ y para que el sistema sea observable esta matriz debe ser de rango 2. Como la matriz C tiene 2 filas, esta matriz puede decidir el rango de la matriz observabilidad si el determinante es distinto de cero.

Se calcula $\det(C) = \det\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = -1$ entonces el sistema es observable desde las dos salidas.

c) Para transformar el modelo se utiliza la siguiente relación de variables: $\overline{X} = \begin{bmatrix} V_0 \\ V_R \end{bmatrix} = T \cdot X = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}$

Entonces las matrices del modelo transformado quedan: $\overline{A} = T \cdot A \cdot T^{-1}$; $\overline{B} = T \cdot B$ y $\overline{C} = C \cdot T^{-1}$

$$T = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad ; \quad T^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Entonces el modelo transformado queda;

$$\dot{\overline{X}} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{CR} & \frac{1}{CR} \\ -\frac{1}{CR} & 0 \end{bmatrix} \overline{X} + \begin{bmatrix} -\frac{2}{CR} \\ -\frac{1}{CR} \end{bmatrix} V_i \quad ; \quad y = \begin{bmatrix} V_0 \\ V_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \overline{X}$$

d) Para calcular los autovalores se debe resolver la ecuación característica.

$$\det\left[s \cdot I - \overline{A}\right] = \det\begin{bmatrix} s + \frac{2}{CR} & -\frac{1}{CR} \\ \frac{1}{CR} & s \end{bmatrix} = s\left(s + \frac{2}{CR}\right) + \frac{1}{(CR)^2} = \left(s + \frac{1}{CR}\right)^2 = 0$$

Los autvalores son: $\lambda_1 = -\frac{1}{CR}$ y $\lambda_2 = -\frac{1}{CR}$

e) Para las condiciones planteadas, la respuesta de las variables de estado se puede calcular como:

$$X(s) = \left[s \cdot I - A\right]^{-1} X(0)$$

Para el modelo a) $\left[s \cdot I - A\right] = \begin{bmatrix} s + \frac{1}{CR} & \frac{1}{CR} \\ 0 & s + \frac{1}{CR} \end{bmatrix}$ y $\left[s \cdot I - A\right]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{CR}{sCR+1} & -\frac{CR}{(sCR+1)^2} \\ 0 & \frac{CR}{sCR+1} \end{bmatrix}$

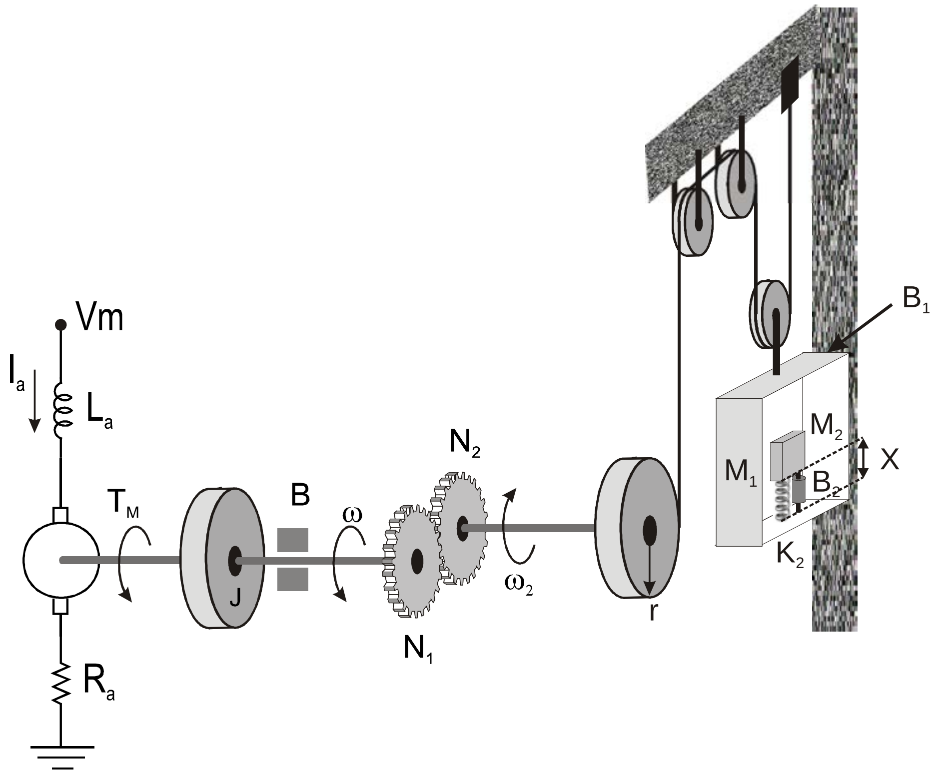
Entonces queda: $\begin{bmatrix} X_1(s) \\ X_2(s) \end{bmatrix} = \left[s \cdot I - A\right]^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{CR}{sCR+1} & -\frac{CR}{(sCR+1)^2} \\ 0 & \frac{CR}{sCR+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{CR}{sCR+1} \\ 0 \end{bmatrix}$

Finalmente $X_2(t) = 0$; $\forall\, t \geq 0$.

---

3) El sistema de la figura representa, en forma esquemática, la planta de un montacargas. El mismo está compuesto por un motor de corriente continua que provee la tracción necesaria. La cabina del montacargas de valor M_1, se vincula con el motor a través de una reducción y un sistema de poleas. La cabina presenta un rozamiento contra las guías de valor B1. En el interior de la cabina se encuentra un acelerómetro formado por los elementos M2, K2 y B2.

a) Dibuje un diagrama en bloques del sistema
b) Halle un modelo de estado lineal que represente al sistema.
c) Encontrar el valor de régimen permanente correspondiente al desplazamiento x entre la masa M2 y M1 para una tensión de entrada de 100 Volts



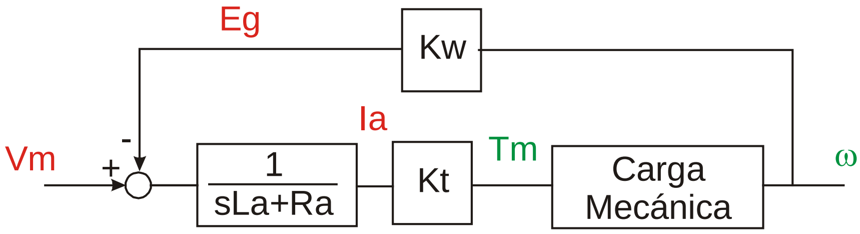
Datos:	
Va = 440 [volt]= Tensión de alimentación nominal.	B = 0.18 [Nw.m.s] = rozamiento del motor.
Pm = 10500 [Kwatt]= potencia nominal .	N=1/50 =N1/N2 = Reducción
Wn = 1580 [rpm]= Velocidad nominal del motor.	r = 0.30 [m] = radio de la polea.
Kt = 2.21 [Nw.m/Amp]= constante de cupla .	M1 = 200 [Kg] = masa de la cabina .
Kw = 2.22 [Volt/(rad/seg)] = constante de velocidad .	B1 = 40 [Nw.seg/m] = rozamiento de las guías.
Ra = 2.54 [Ohm= resistencia de armadura .	M2=0.3 [Kg] = masa del acelerómetro
La = 0.025 [Hy]= inductancia de dispersión de armadura	B2=10 [Nw.seg/m] = rozamiento del acelerómetro
J = 0.053 [Nw.m.s2] = momento de inercia del motor	K2=50 [Nw/m] = constante elástica del acelerómetro

Solución:

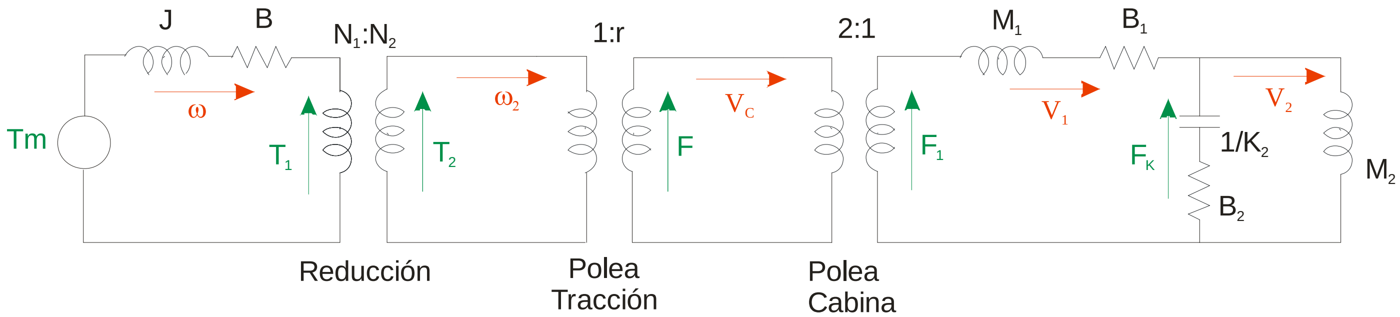
Para dibujar el diagrama en bloques es importante conocer de antemano que variables se desea representar, en este caso como se pretende llegar a un modelo de estado lo que se busca representar en el diagrama son esas variables.
En este caso las variables de estado y el elemento asociado son:

- La Corriente del motor (Ia) → **La**
- Velocidad del motor o proporcionales (ω, V1) → **J;M1** (se mueven a velocidades proporcionales)
- Desplazamiento del resorte K2 (X) → **K2**
- Velocidad del acelerómetro (V2) → **M2**

El motor debe proveer el torque para impulsar la carga mecánica, el diagrama en bloques simplificado del motor será:



La carga mecánica se puede representar mediante un circuito eléctrico análogo de la siguiente forma:

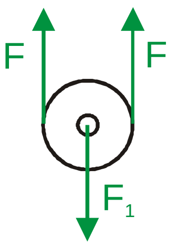


A partir del circuito equivalente se pueden plantear las ecuaciones de la carga y el diagrama en bloques.

Para la cupla del motor se cumple que : $T_m - T_1 = (sJ + B)\,\omega$.

En la salida del motor se ubica una reducción cuya relación de engranajes es $\eta = \dfrac{N_1}{N_2}$, entonces $T_1 = \dfrac{N_1}{N_2} T_2$ y $\omega_1 = \dfrac{N_2}{N_1}\omega_2$.

En la polea del motor se produce la siguiente transformación $T_2 = F \cdot r$ y la velocidad del cable $V_C = \omega \cdot r$.



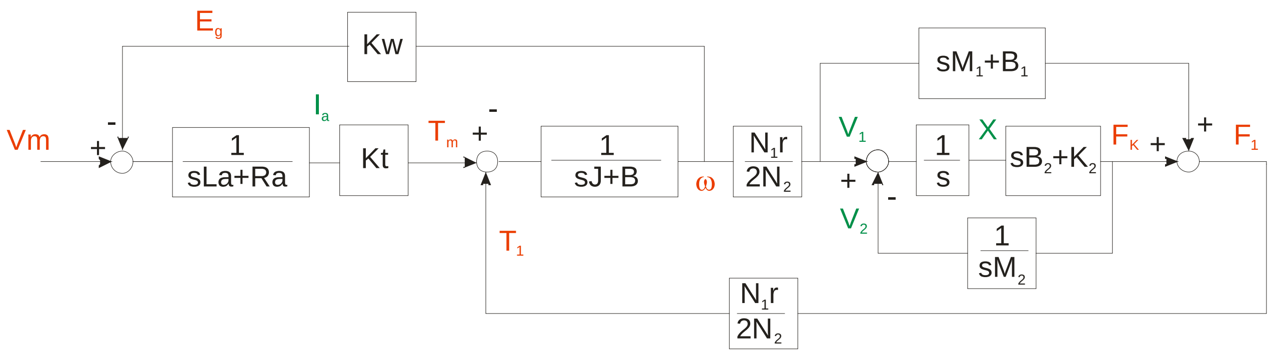
En la polea de la cabina se plantea la siguiente situación:

La fuerza que actúa sobre la masa M_1 es el doble de la tensión del cable y además la velocidad de la cabina es la mitad de la velocidad con la que se desplaza el cable.

Entonces, $F_1 = 2 \cdot F$ y la velocidad de la cabina $V_1 = \dfrac{V_C}{2}$.

En la cabina se cumple que: $F_1 - F_X = sM_1V_1$, además $F_X = sM_2V_2$ y $F_X = (V_1 - V_2)\left(B_2 + \dfrac{K_2}{s}\right)$.

Entonces el diagrama en bloques se puede resolver de la siguiente forma:



Ahora se van a plantear las ecuaciones de estado:

$$V_m - K_w\omega = \dot{I}_a L_a + I_a R_a \Rightarrow \boxed{\dot{I}_a = -\frac{R_a}{L_a} I_a - \frac{K_w}{L_a}\omega + \frac{1}{L_a} V_m}$$

$$K_T I_a - T_1 = J\dot{\omega} + B\,\omega$$

$$V_1=\frac{r\,N_1}{2N_2}\omega \quad ; \quad \boxed{\dot X = V_1 - V_2 = \frac{r\,N_1}{2N_2}\omega - V_2}$$

$$B_2\dot X + K_2 X = M_2\dot V_2 \quad ; \quad \boxed{\dot V_2 = \frac{B_2}{M_2}\left(\frac{r\,N_1}{2N_2}\omega - V_2\right)+\frac{K_2}{M_2}X}$$

$$T_1=\frac{r\,N_1}{2N_2}\left[B_2\left(\frac{r\,N_1}{2N_2}\omega - V_2\right)+K_2X+M_1\dot V_1+B_1V_1\right]$$

$$K_TI_a-\frac{r\,N_1}{2N_2}\left[B_2\left(\frac{r\,N_1}{2N_2}\omega - V_2\right)+K_2X+M_1\dot V_1+B_1V_1\right]=\frac{2J}{r}\dot V_1+\frac{2B}{r}V_1$$

$$K_TI_a-B_2\left(\frac{r\,N_1}{2N_2}\right)^2\omega+B_2\frac{r\,N_1}{2N_2}V_2+K_2\frac{r\,N_1}{2N_2}X-B_1\left(\frac{r\,N_1}{2N_2}\right)^2\omega-B\,\omega=J\dot\omega+M_1\left(\frac{r\,N_1}{2N_2}\right)^2\dot\omega$$

$$\boxed{\dot\omega=\frac{K_TI_a-\left[\left(\frac{r\,N_1}{2N_2}\right)^2(B_1+B_2)+B\right]\omega+B_2\frac{r\,N_1}{2N_2}V_2+K_2\frac{r\,N_1}{2N_2}X}{\left[J+M_1\left(\frac{r\,N_1}{2N_2}\right)^2\right]}}$$

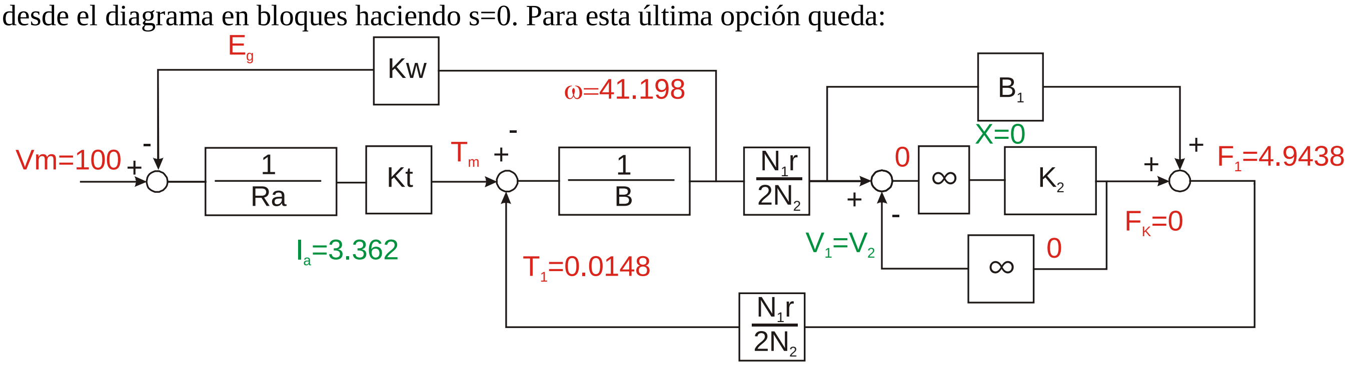
Escribiendo el modelo en forma matricial queda:

$$\begin{bmatrix}\dot I_a\\ \dot\omega\\ \dot V_2\\ \dot X\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\frac{R_a}{L_a} & -\frac{K_w}{L_a} & 0 & 0\\ \frac{K_T}{\left[J+M_1\left(\frac{r\,N_1}{2N_2}\right)^2\right]} & -\frac{\left[\left(\frac{r\,N_1}{2N_2}\right)^2(B_1+B_2)+B\right]}{\left[J+M_1\left(\frac{r\,N_1}{2N_2}\right)^2\right]} & \frac{\frac{r\,N_1B_2}{2N_2}}{\left[J+M_1\left(\frac{r\,N_1}{2N_2}\right)^2\right]} & -\frac{\frac{r\,N_1K_2}{2N_2}}{\left[J+M_1\left(\frac{r\,N_1}{2N_2}\right)^2\right]}\\ 0 & \frac{r\,N_1B_2}{2N_2M_2} & -\frac{B_2}{M_2} & \frac{K_2}{M_2}\\ 0 & \frac{r\,N_1}{2N_2} & -1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}I_a\\ \omega\\ V_2\\ X\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\frac{1}{L_a}\\ 0\\ 0\\ 0\end{bmatrix}V_m$$

Reemplazando los valores numéricos queda:

$$\begin{bmatrix}\dot I_a\\ \dot V_1\\ \dot V_2\\ \dot X\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-101.6 & -88.8 & 0 & 0\\ 40.328 & -3.2929 & 0.5474 & -2.7372\\ 0 & 0.1 & -33.333 & 166.667\\ 0 & 0.003 & -1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}I_a\\ V_1\\ V_2\\ X\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}40\\ 0\\ 0\\ 0\end{bmatrix}V_m$$

Ahora se requiere determinar el valor de X, en régimen permanente, para una tensión de 100 volts. Este cálculo puede realizarse desde el modelo de estado haciendo las derivadas igual a cero y resolviendo el sistema resultante, o bien desde el diagrama en bloques haciendo s=0. Para esta última opción queda:



En los bloques integradores puros, la transferencia resulta infinita. Esto determina que para obtener una salida constante la entrada debe ser igual a cero. A partir de esto se determina que F_K=0 y X=0.
De todas formas, se van a calcular el resto de las variables.

Se requiere conocer la velocidad angular. La fuerza de la cabina es: $F_1 = B_1 V_1 = \frac{r\,N_1}{2N_2} B_1 \omega$

Para el motor resulta :

$$\left(V_m - K_w \omega\right)\frac{K_T}{R_a} - \underbrace{\left(\frac{r\,N_1}{2N_2}\right)^2 B_1 \omega}_{T_1} = B\,\omega \quad \text{, entonces} \quad \omega = \frac{\frac{K_T}{R_a}}{\left[K_w \frac{K_T}{R_a} + \left(\frac{r\,N_1}{2N_2}\right)^2 B_1 + B\right]} V_m = 41.198\,\frac{rad}{seg}$$

A partir de este valor se puede calcular la corriente como: $I_a = \frac{\left(V_m - K_w \omega\right)}{R_a} = 3.632\ Amp$

El valor de la velocidad de la cabina es: $V_1 = V_2 = \frac{r\,N_1}{2N_2}\omega = 0.1236\,\frac{m}{seg}$