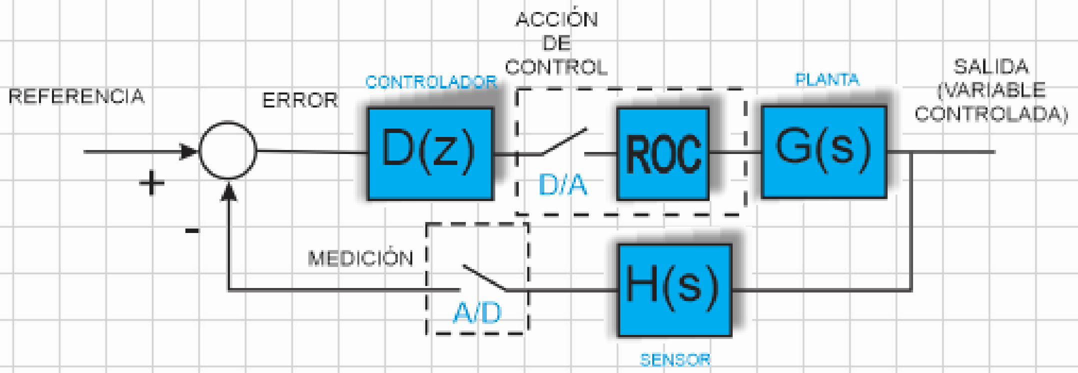
Teoría de Control

CONTROLADORES

CONTROLADORES DIGITALES

TÉCNICAS DE COMPENSACIÓN ANALÓGICAS

En aquellos sistemas en los cuales las especificaciones tienen que ver con la respuesta en frecuencia o con la estabilidad relativa se pueden utilizar compensadores, que mediante la incorporación de polos y ceros en el lazo de control, permiten aproximar al sistema a uno que cumpla con las especificaciones solicitadas.



Existen técnicas. originalmente aplicables a sistemas continuos. cuya implementación se puede realizar en forma digital. El procedimiento se aplica considerando la transferencia de la planta discreta y realizando la transformación bilineal de la misma para llevarlo a un plano con condiciones similares a la de los sistemas continuos.

$$z = \frac{\left(1 + \frac{wT}{2}\right)}{\left(1 - \frac{wT}{2}\right)}$$

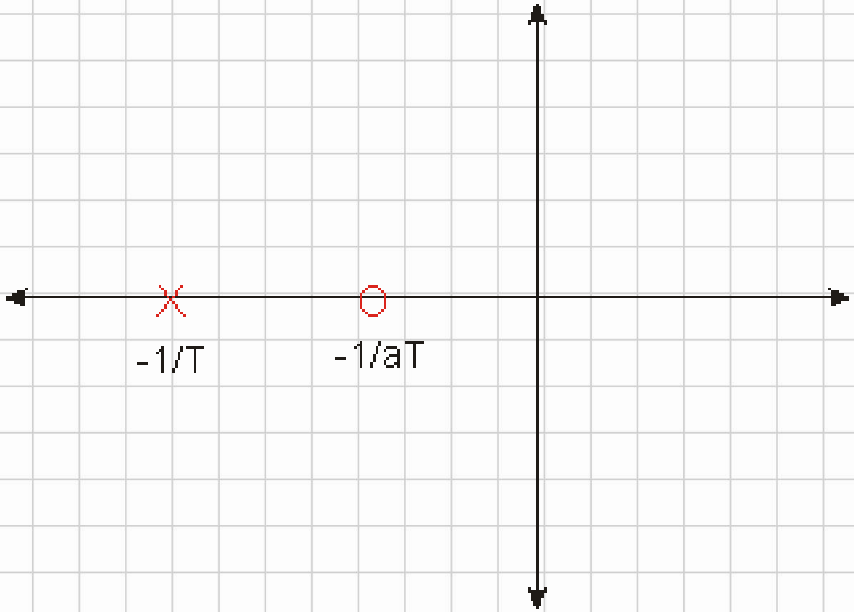
CONTROLADORES DIGITALES

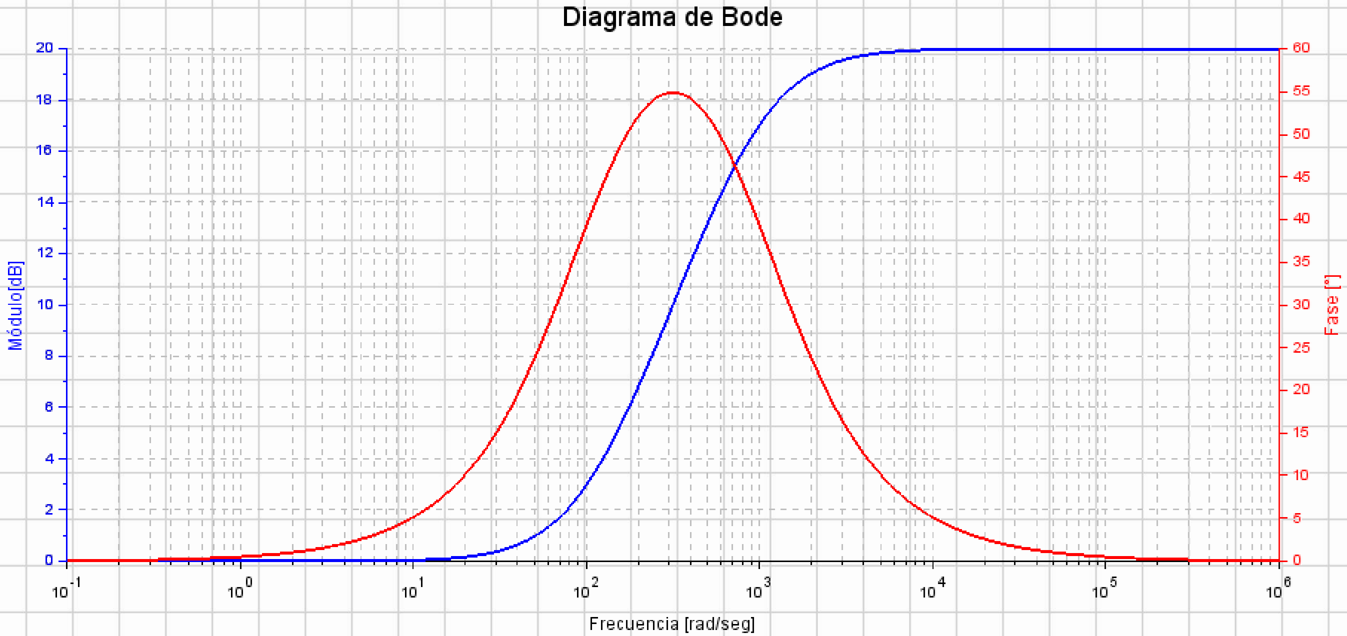
TÉCNICAS DE COMPENSACIÓN ANALÓGICAS

Red de Adelanto de Fase

La red de Adelanto de Fase es una red cuya transferencia está formada por un cero en baja frecuencia y un polo en alta frecuencia y cuya ganancia en continua es unitaria.

$$G_C(s) = \frac{(1 + a\tau\ s)}{(1 + \tau\ s)} \qquad a > 1$$



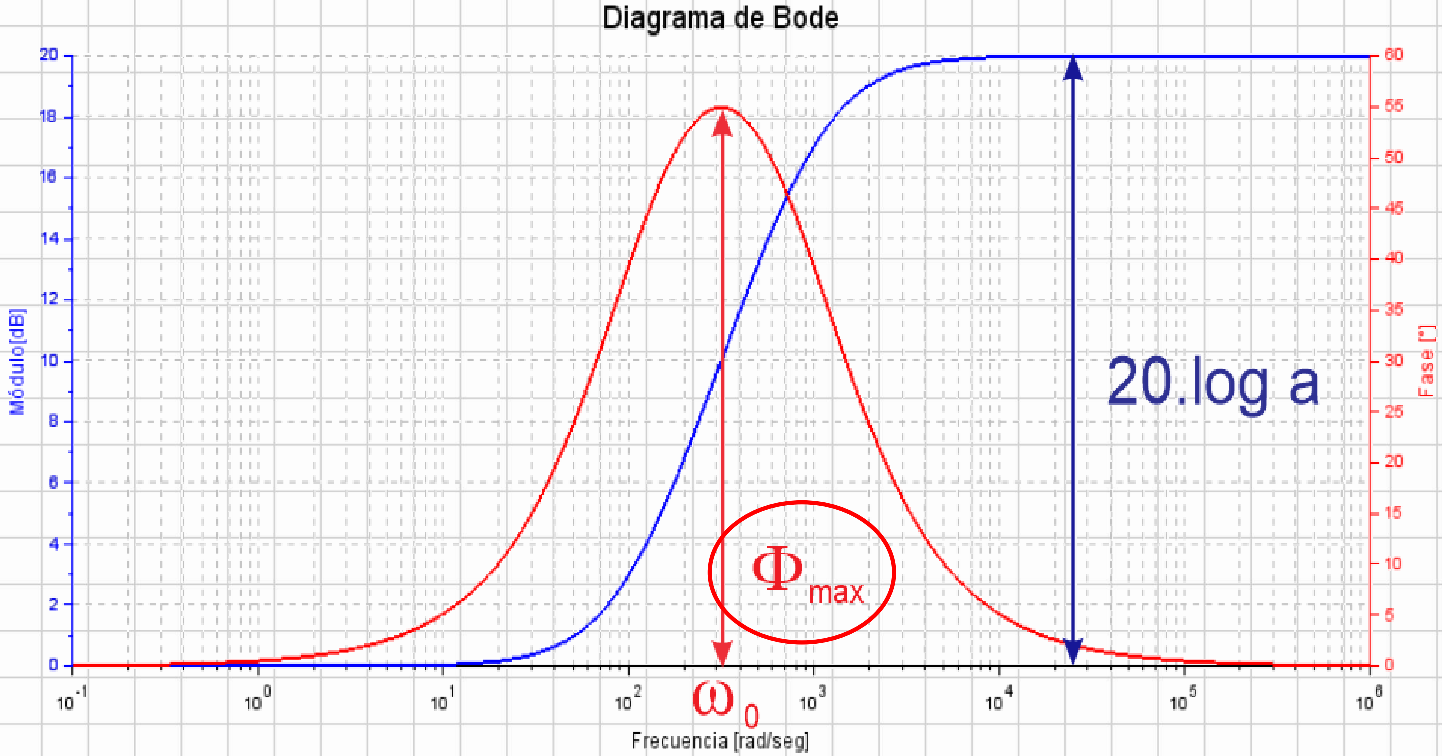


CONTROLADORES DIGITALES

TÉCNICAS DE COMPENSACIÓN ANALÓGICAS

Red de Adelanto de Fase

Ecuaciones de diseño:



$$G_C(j\omega) = \frac{(1 + j\omega a\tau)}{(1 + j\omega\tau)} \cdot \frac{(1 - j\omega\tau)}{(1 - j\omega\tau)}$$

$$G_C(j\omega) = \frac{\left(1 - a\omega^2\tau^2\right) + j\omega\tau(a-1)}{1 + \omega^2\tau^2}$$

$$\varphi = arctg\left[\frac{\omega\tau(a-1)}{\left(1 + a\omega^2\tau^2\right)}\right]$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{a}\ \tau}$$

$$tg\ \Phi_{MAX} = \frac{a-1}{2\sqrt{a}}$$

$$sen\ \Phi_{MAX} = \frac{a-1}{a+1}$$

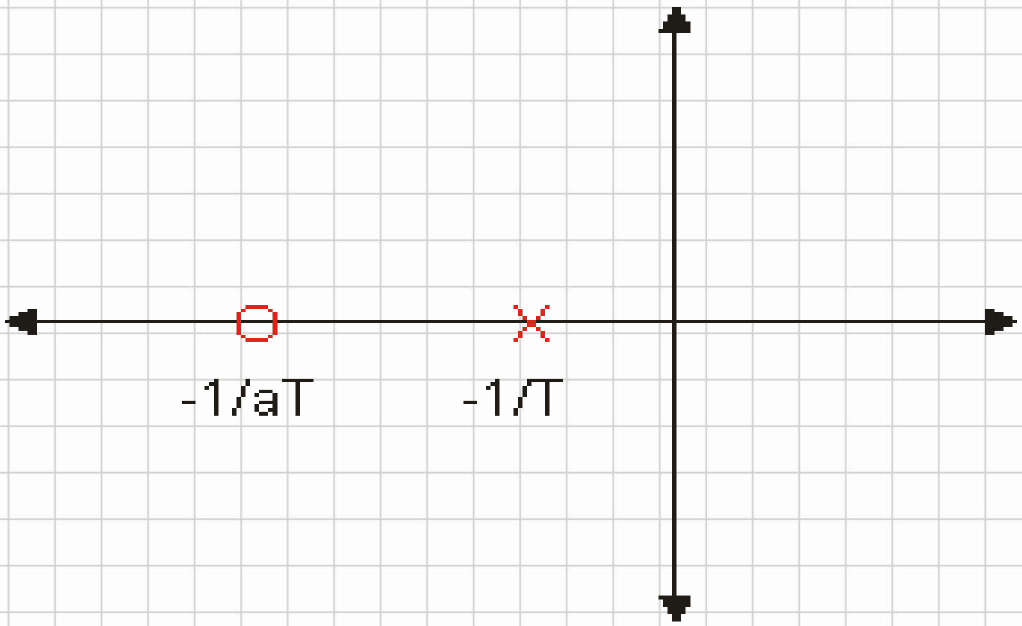
CONTROLADORES DIGITALES

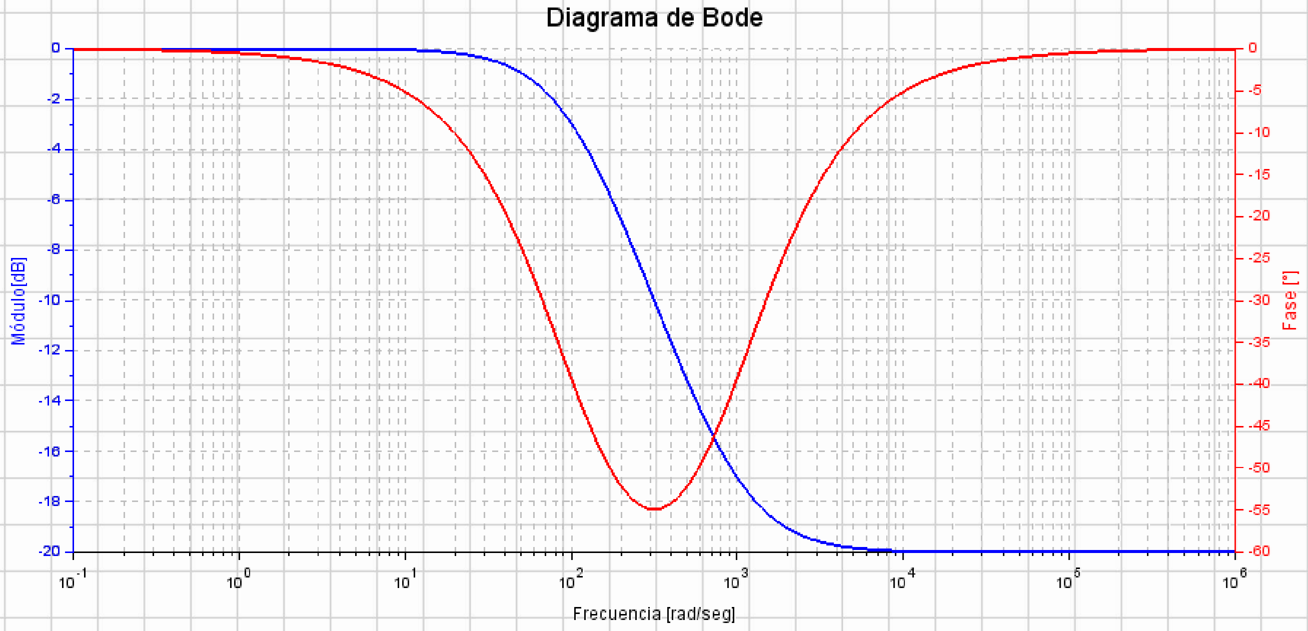
TÉCNICAS DE COMPENSACIÓN ANALÓGICAS

Red de Atraso de Fase

La red de Atraso de Fase es una red cuya transferencia está formada por un polo en baja frecuencia y un cero en alta frecuencia y cuya ganancia en continua es unitaria.

$$G_C(s) = \frac{(1 + a\tau\ s)}{(1 + \tau\ s)} \qquad a < 1$$



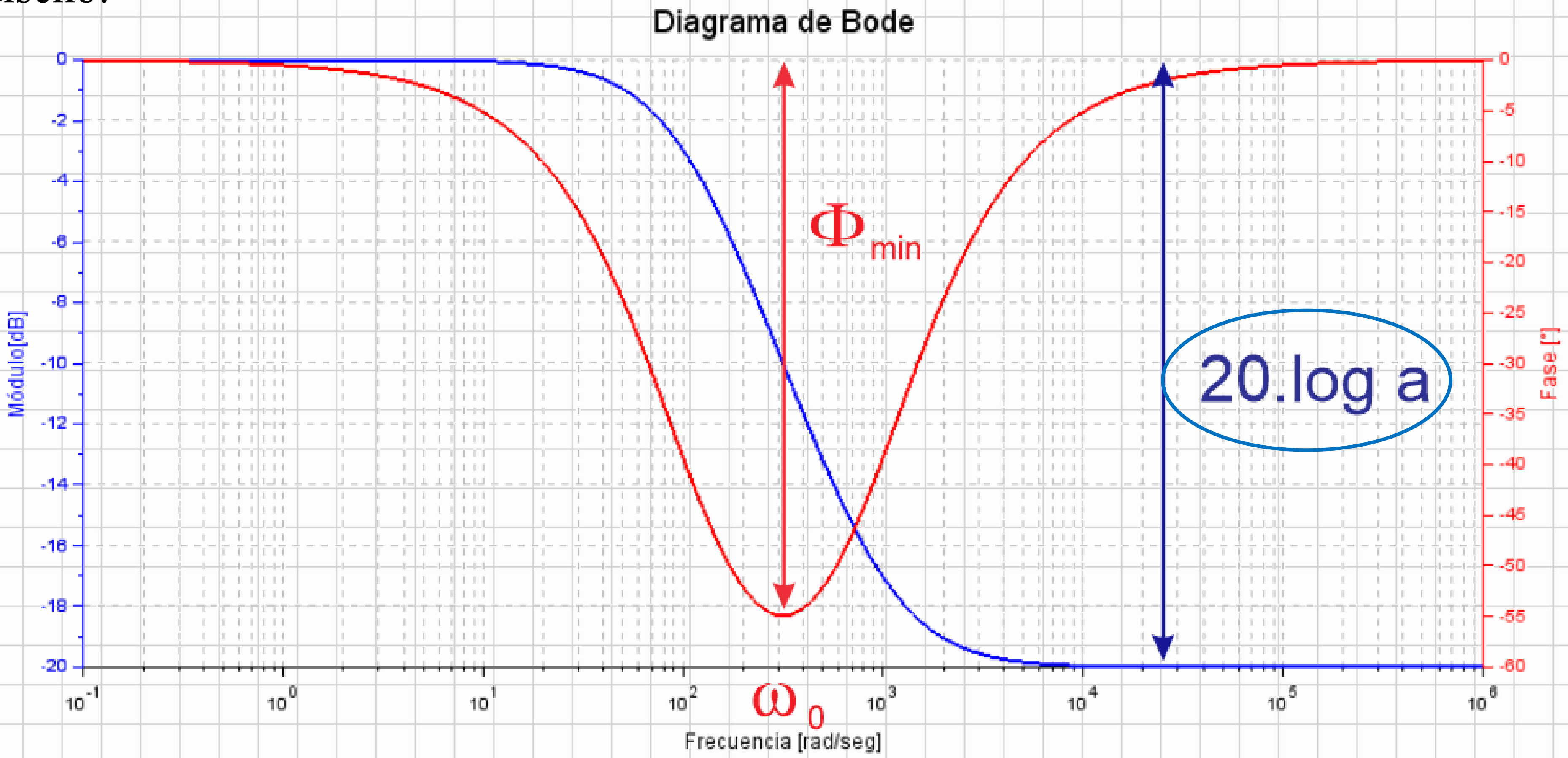


CONTROLADORES DIGITALES

TÉCNICAS DE COMPENSACIÓN ANALÓGICAS

Red de Atraso de Fase

Ecuaciones de diseño:



CONTROLADORES DIGITALES

TÉCNICAS DE COMPENSACIÓN ANALÓGICAS

Luego, el compensador resultante se transforma al plano Z utilizando la transformación bilineal inversa.

$$w = \frac{2}{T}\frac{(z-1)}{(z+1)}$$

Finalmente, la transferencia del compensador D(z) se convierte en una ecuación de diferencias que realiza la función del compensador diseñado.

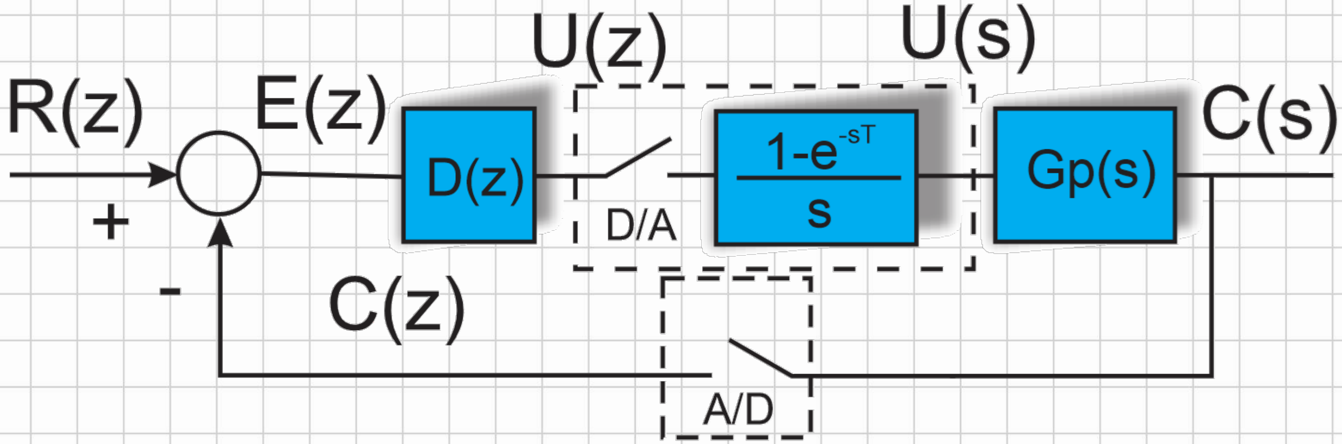
$$D(z) = \frac{U(z)}{E(z)} \quad \rightarrow \quad u(k) = \mathrm{F}\left[u(k-1), u(k-2), \ldots, e(k), e(k-1), e(k-2), \ldots\right]$$

CONTROLADORES DIGITALES

EJEMPLO

El sistema de control de la figura tiene una planta cuya transferencia es:

$$Gp(s) = \frac{10}{s(s+31.6)}$$



El período de muestreo del procesador digital es T= 0.001 seg.

Se desea diseñar un controlador D(z), tal que el sistema posea :

- un margen de fase de 60º,
- un ancho de banda de 100 [rad/seg.] y
- una constante de velocidad $Kv \geq 10$ [1/seg.].

Halle el error en régimen permanente para una entrada en rampa del sistema compensado.

CONTROLADORES DIGITALES

EJEMPLO

$$G(z) = Z\left\{\left(\frac{1-e^{-sT}}{s}\right)\frac{10}{s(s+31.6)}\right\} = \left(1-z^{-1}\right)\ Z\left\{\frac{10}{s^2(s+31.6)}\right\}$$

$$G(z) = \frac{4.948\cdot 10^{-6}(z+0.9895)}{(z-1)(z-0.9689)}$$

$$z = \frac{\left(1+\frac{wT}{2}\right)}{\left(1-\frac{wT}{2}\right)}$$

$$G(w) = \frac{-1.317\cdot 10^{-8}(w+3.798\cdot 10^{5})(w-2000)}{w(w+31.5974)}$$

$$Kv = \lim_{w\to 0} w\left(\frac{-1.317\cdot 10^{-8}(w+3.798\cdot 10^{5})(w-2000)}{w(w+31.5974)}\right) = 0.3164557$$

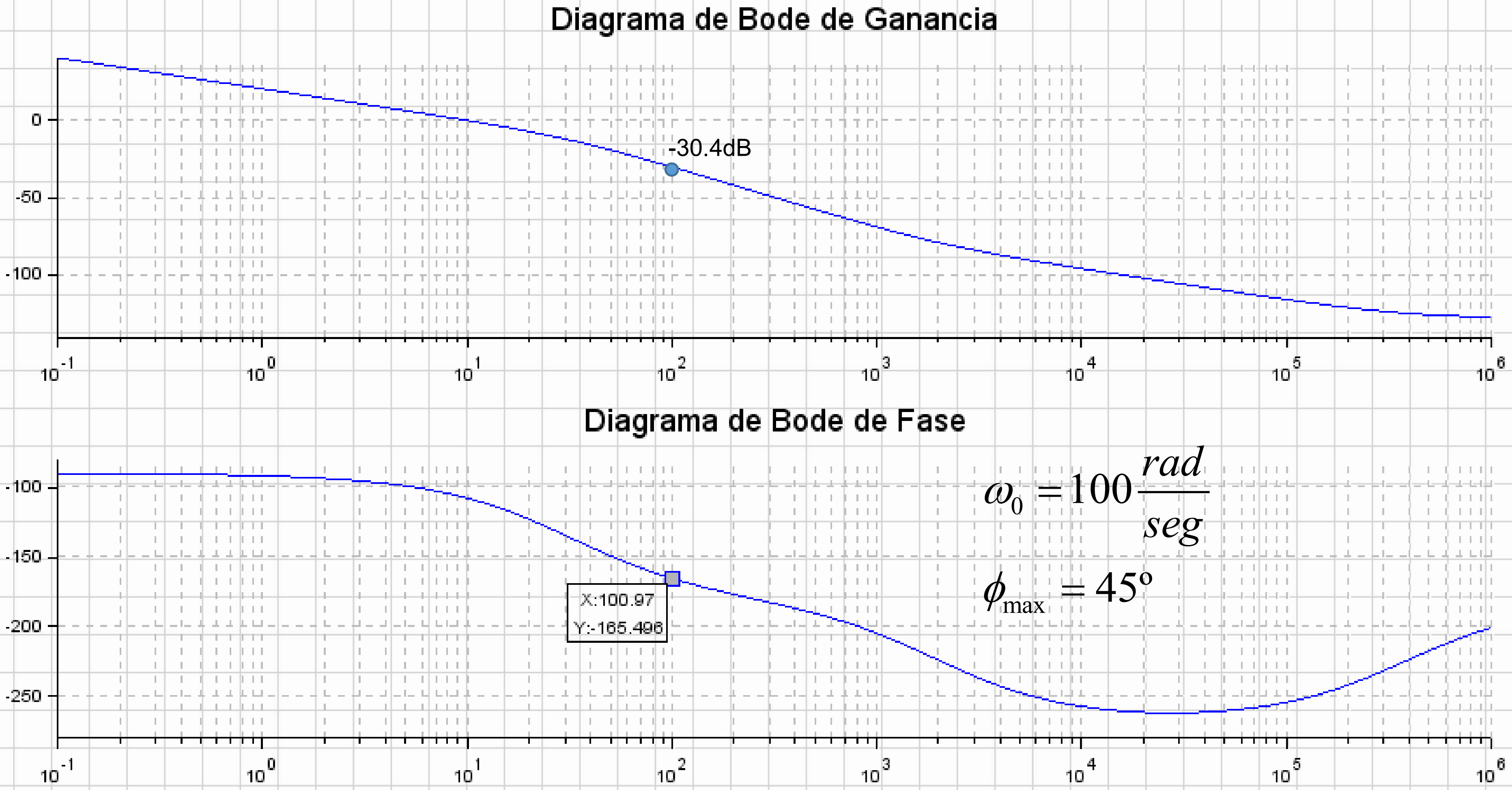
$$K = \left|G_c(z)\right| \geq 31.64557$$

Para cumplir con el error

CONTROLADORES

CONTROLADORES DIGITALES

EJEMPLO



$$\omega_0 = 100 \frac{rad}{seg}$$

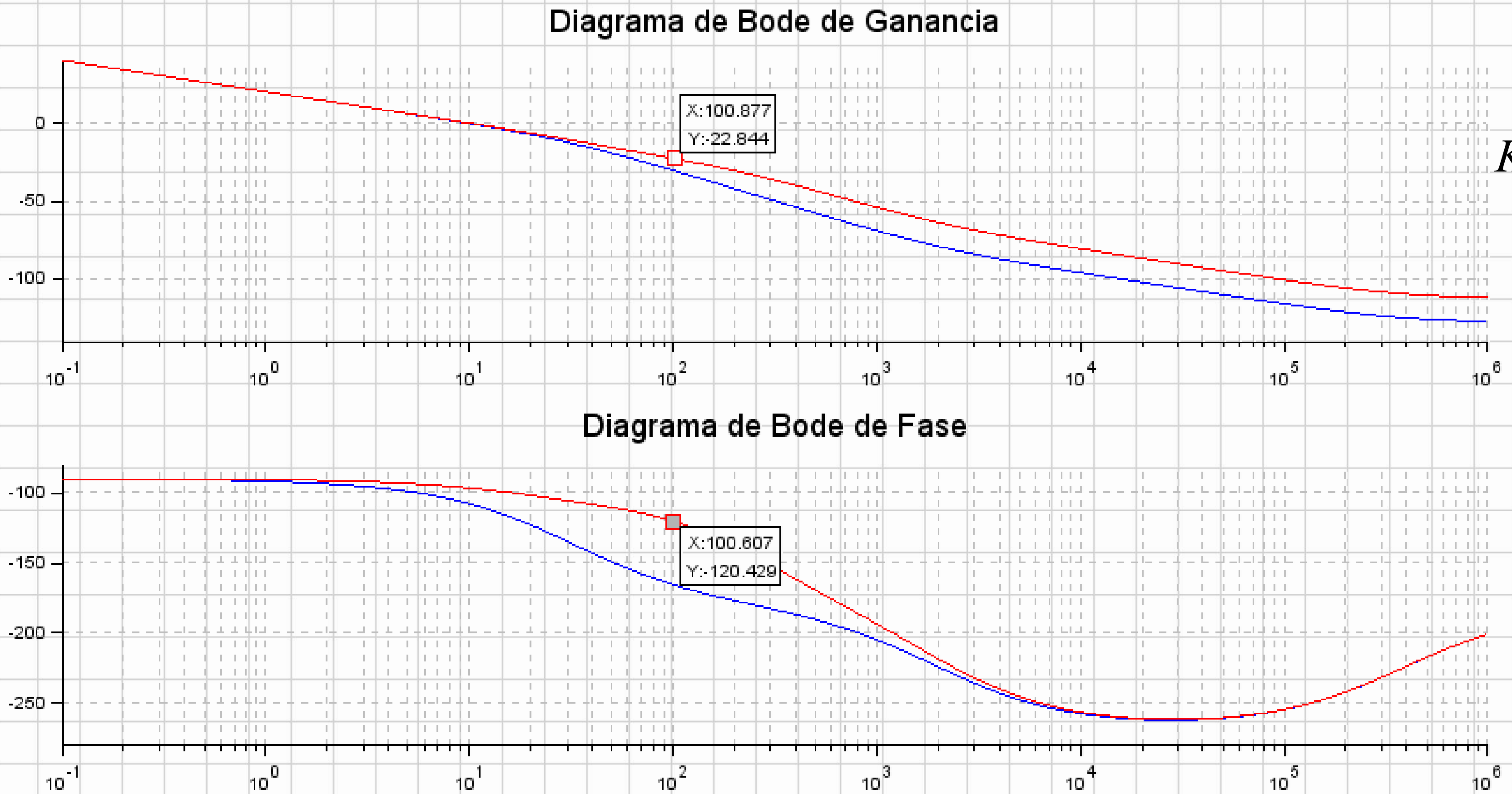
$$\phi_{max} = 45^{o}$$

CONTROLADORES DIGITALES

EJEMPLO

$$sen\ \Phi_{MAX} = \frac{a-1}{a+1} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{1+sen\ \Phi_{MAX}}{1-sen\ \Phi_{MAX}} = 5.83$$

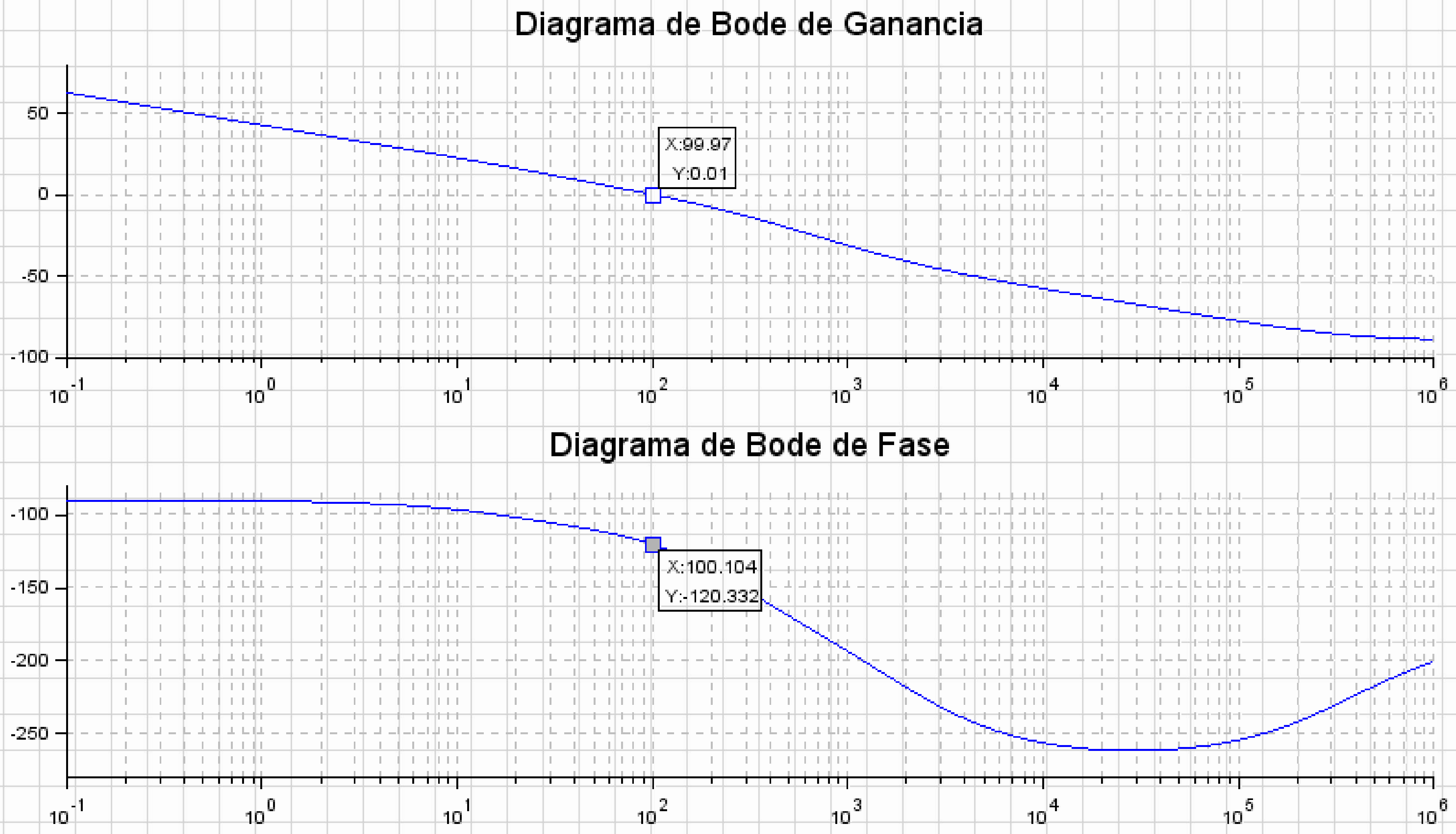
$$\omega_c = \frac{\omega_0}{\sqrt{a}} = 41.42 \qquad \omega_p = \sqrt{a}\ \ \omega_0 = 241.4 \qquad G_{c1}(w) = \frac{5.83(w+41.42)}{(w+241.4)}$$



$$K_2 = 13.74$$

CONTROLADORES DIGITALES

EJEMPLO



CONTROLADORES DIGITALES

EJEMPLO

$$G_{CT}(w) = 434.2\ G_{c1}(w) = 434.2\left[\frac{5.83(w+41.42)}{(w+241.4)}\right] = \frac{2530.7(w+41.42)}{(w+241.4)}$$

aplicando la transformación BILINEAL inversa queda:

$$G_{CT}(z) = \frac{2304.88(z-0.9594)}{z-0.7846}$$

$$G_{CT}(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{2304.88 - 2211.34\ z^{-1}}{1-0.7846\ z^{-1}}$$

El algoritmo de control queda:

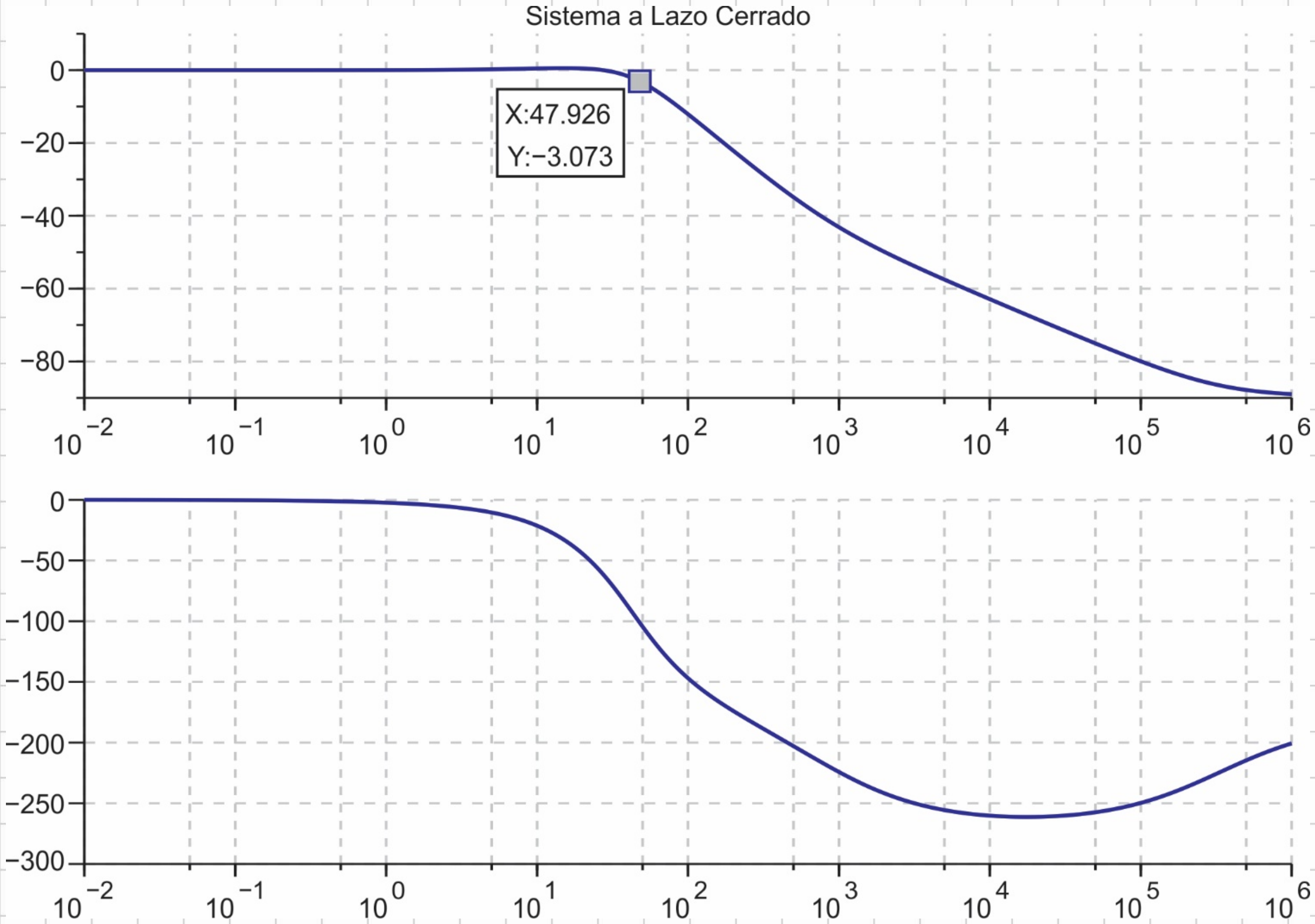
$$u(k) = 2304.88\ e(k) - 2211.34\ e(k-1) + 0.7846\ u(k-1)$$

La constante de velocidad del sistema compensado queda: $Kv = 137.40$

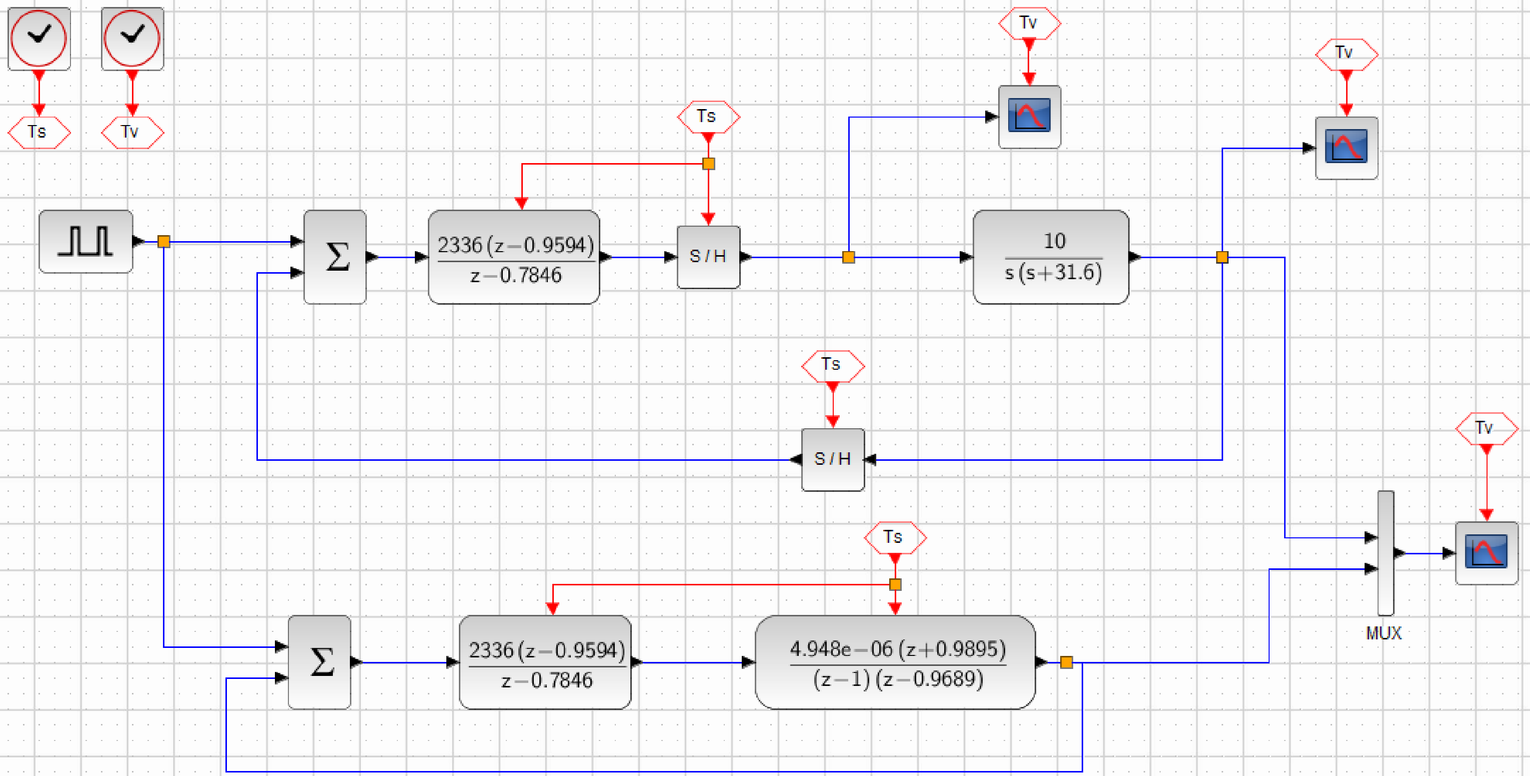
CONTROLADORES DIGITALES

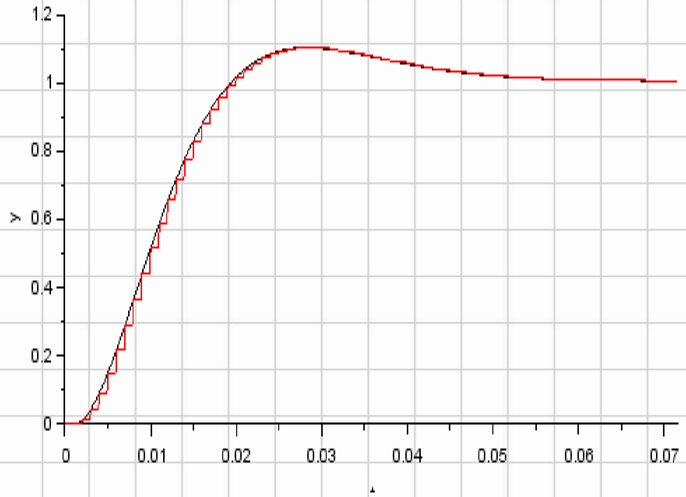
EJEMPLO

$$G_{LC}(z) = \frac{G_{CT}(z)G_P(z)}{1+G_{CT}(z)G_P(z)} = \frac{0.0114(z-0.9594)(z+0.9895)}{[(z-0.89387)^2+0.0943^2](z-95432)}$$



CONTROLADORES DIGITALES

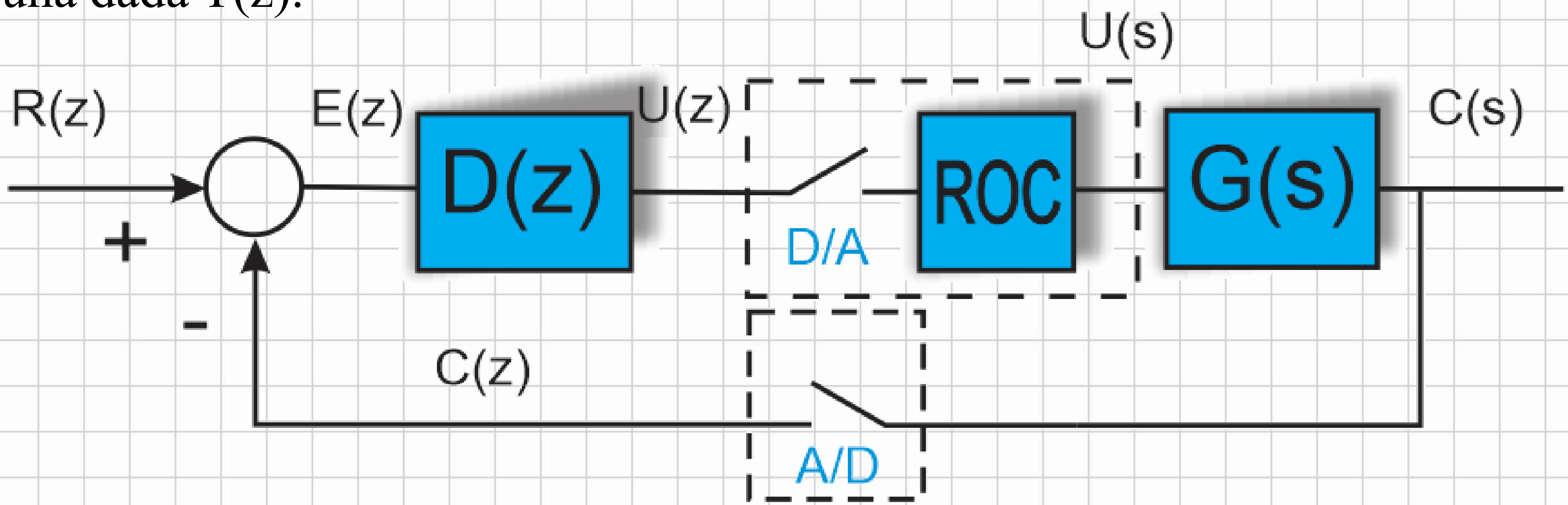




CONTROLADORES DIGITALES

COMPENSADORES POR CANCELACIÓN

Dado un sistema de control digital se desea encontrar un compensador D(z) tal que la transferencia a lazo cerrado sea una dada T(z).



$$T(z) = \frac{C(z)}{R(z)} = \frac{D(z)\ G(z)}{1 + D(z)\ G(z)}$$

$$G(z) = (1 - z^{-1})\ Z\left\{ \frac{G(s)}{s} \right\}$$

CONTROLADORES DIGITALES

COMPENSADORES POR CANCELACIÓN

Por lo tanto, lo más inmediato es despejar la transferencia del compensador D(z) de la ecuación de lazo cerrado T(z). Es decir:

$$D(z) = \frac{1}{G(z)} \quad \frac{T(z)}{[1 - T(z)]}$$

Entonces conocida la Planta G(z) y la transferencia deseada T(z) se calcula el compensador.
Sin embargo no siempre se logran resultados favorables debido a distintas causas que se enumeran a continuación:

- La transferencia del Compensador D(z) debe ser físicamente realizable, es decir que para que la salida no anticipe a la entrada, la cantidad de ceros debe ser a lo sumo igual a la cantidad de polos

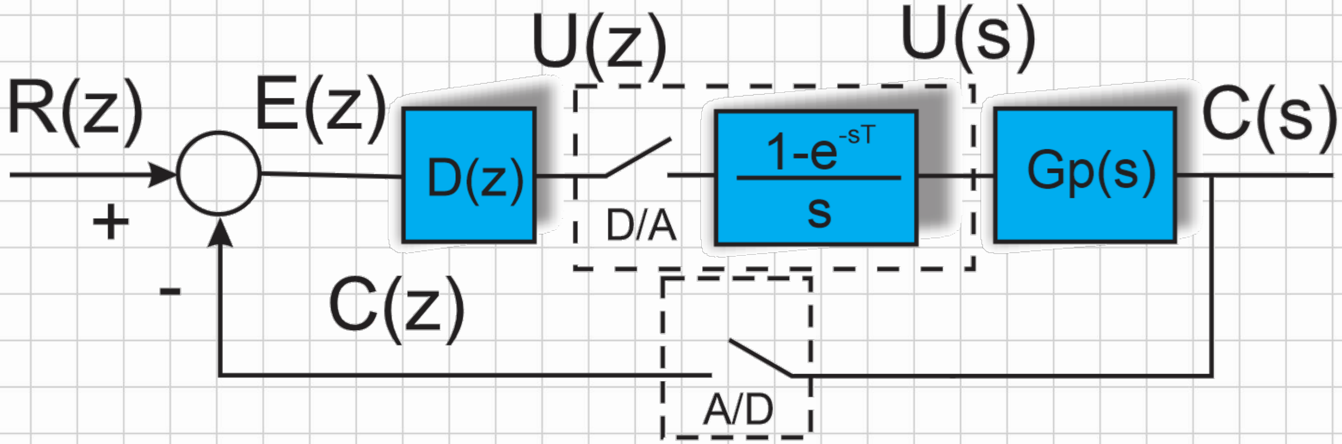
- La transferencia de la Planta G(z) no debe poseer singularidades fuera del círculo unitario ya que esto originaría que el sistema compensado de esta forma resulte inestable debido a que no se puede asegurar una cancelación perfecta.

CONTROLADORES DIGITALES

EJEMPLO

El sistema de control de la figura tiene una planta cuya transferencia es:

$$Gp(s) = \frac{10}{s(s+31.6)}$$



El período de muestreo del procesador digital es T= 0.001 seg.

Se desea diseñar un controlador por cancelación D(z), tal que el sistema posea :

- Sobrepico del 10%
- Ancho de banda de 100 [rad/seg.].
- Ganancia unitaria.

CONTROLADORES DIGITALES

EJEMPLO

$$G(z) = \frac{4.948 \cdot 10^{-6}(z+0.9895)}{(z-1)(z-0.9689)}$$

No tiene polos o ceros fuera del círculo unitario

Se debe encontrar una transferencia T(z) que cumpa con las especificaciones.
Se va a usar una transferencia de segundo orden:

$$T(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

Para un ancho de banda de aproximadamente 100 r/s. se asume $\omega_n = 100$ r/s.

Se debe encontrar un amortiguamiento para tener un sobrepico del 10 %. $\xi = 0.6$

$$T(s) = \frac{10000}{s^2 + 120s + 10000}$$

Discretizando

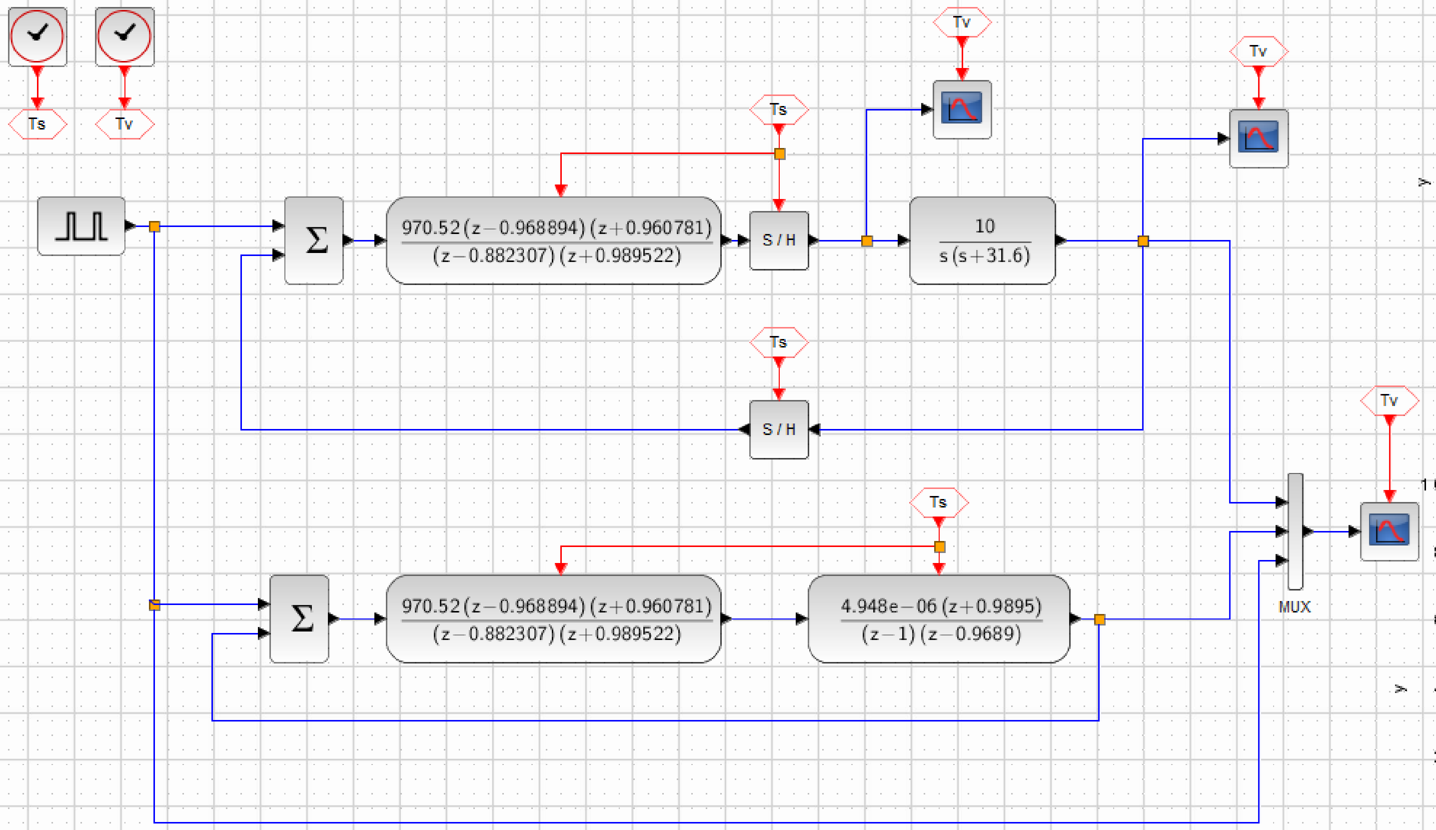
$$T(z) = \frac{0.004802(z+0.960781)}{(z^2 - 1.8775z + 0.88692)}$$

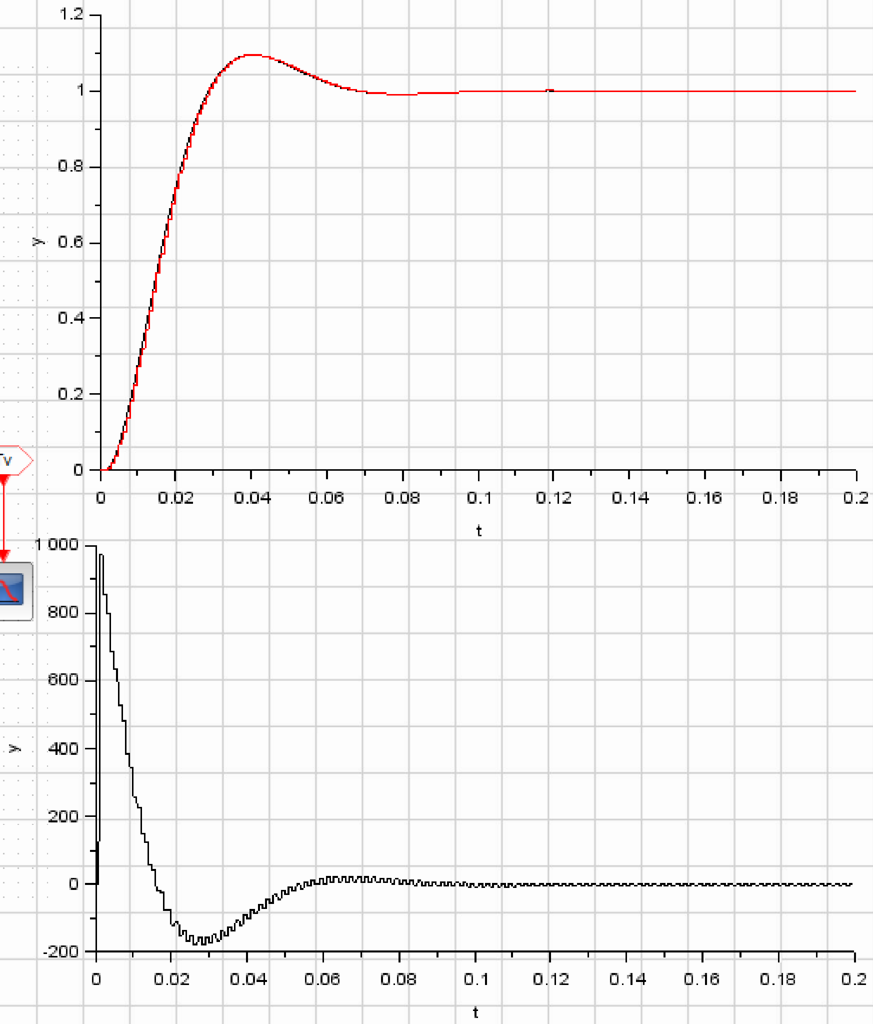
$$D(z) = \frac{1}{G(z)} \quad \frac{T(z)}{[1 - T(z)]}$$

$$D(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{970.52(z-0.968894)\ (z+0.960781)}{(z+0.989522)\ (z-0.882307)}$$

CONTROLADORES DIGITALES

$$u(k) = 970.52e(k) - 7.8741553e(k-1) - 903.45204e(k-2) + 0.873u(k-1) - 0.1072151u(k-2)$$



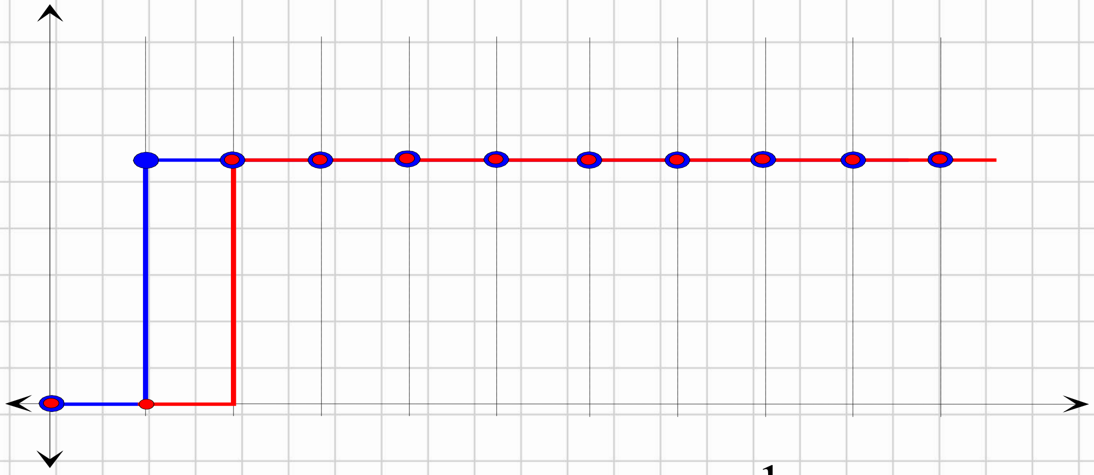


CONTROLADORES DIGITALES

A partir de que la técnica permite lograr la transferencia de lazo cerrado deseada, se van a analizar ciertas respuestas transitorias particulares.

COMPENSADOR DEAD-BEAT

Se busca una respuesta de lazo cerrado equivalente a un retardo de una muestra.



$$T(z) = \frac{1}{z}$$

Si tuviese retardo Td = Nd T $\qquad T(z) = \dfrac{1}{z^{Nd+1}}$

Entonces: $\qquad D(z) = \dfrac{1}{G(z)} \quad \dfrac{z^{-(Nd+1)}}{1 - z^{-(Nd+1)}}$

CONTROLADORES DIGITALES

COMPENSADOR DEAD-BEAT

Se pretende con este compensador, que el tiempo de respuesta para el sistema a lazo cerrado sea mínimo. Esto provoca que la acción de control alterne entre muestras valores de gran amplitud generando señales como la de la figura.

CONTROLADORES DIGITALES

COMPENSADOR DEAD-BEAT

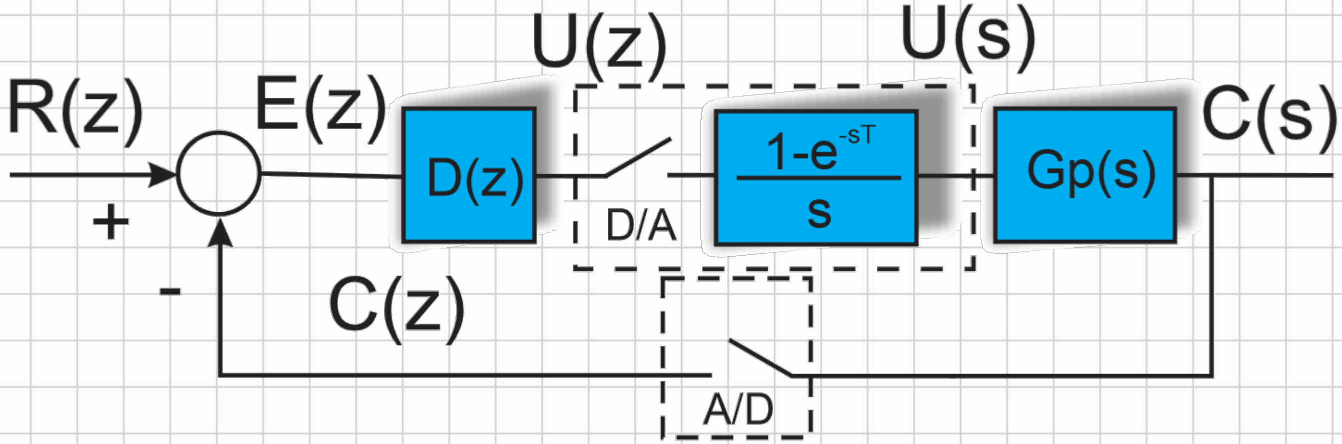
El controlador se diseña considerando que el error entre la entrada y la salida sea cero en los instantes de muestreo. Sin embargo, esta situación generalmente no se cumple para la salida continua de la planta.

CONTROLADORES DIGITALES

EJEMPLO

El sistema de control de la figura tiene una planta cuya transferencia es:

$$Gp(s) = \frac{10}{s(s+31.6)}$$



El período de muestreo del procesador digital es T= 0.001 seg.

Se desea diseñar un controlador D(z) que minimice el tiempo de respuesta del sistema a lazo cerrado.

CONTROLADORES DIGITALES

EJEMPLO

La transferencia de la planta discretizada es: $Gp(z) = \dfrac{4.948 \cdot 10^{-6}(z+0.9895)}{(z-1)(z-0.9689)}$

Como se pide tiempo de respuesta mínimo se va a ensayar un compensador del tipo Dead-Beat.

La transferencia discreta cumple con la condición de no tener polos ni ceros fuera del círculo unitario, por lo tanto es posible diseñar el compensador.

No existe retardo en la planta. $T(z) = \dfrac{1}{z}$

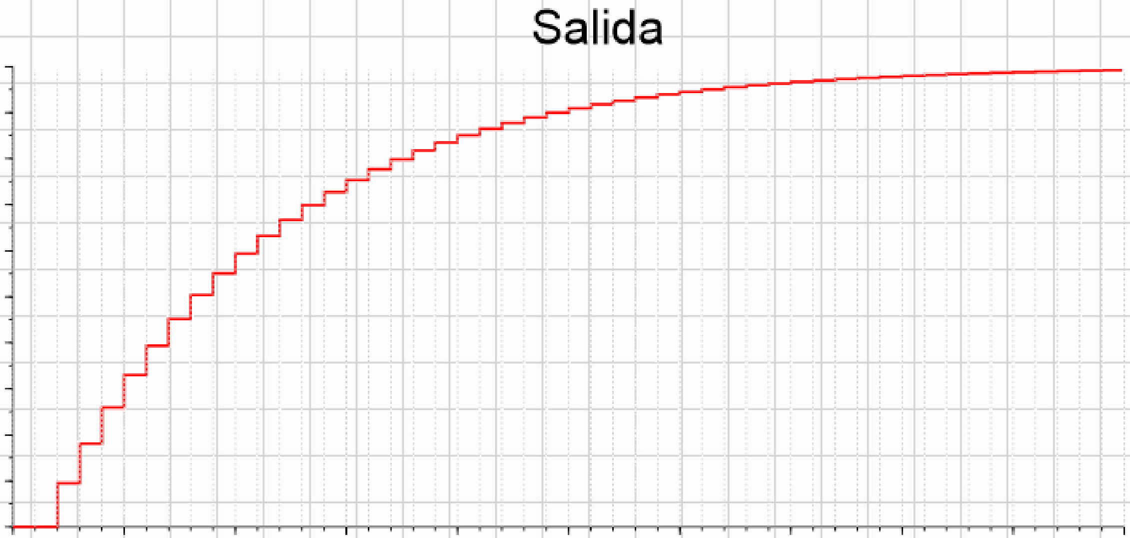
La transferencia del compensador es :

$$D(z) = \frac{2.021 \cdot 10^{5}(z-1)(z-0.9689)}{(z+0.9895)} \frac{1}{(z-1)} = \frac{2.021 \cdot 10^{5}(z-0.9689)}{(z+0.9895)}$$

CONTROLADORES DIGITALES

COMPENSADOR DAHLIN

Se busca una respuesta de lazo cerrado de primer orden



$$T(z) = \frac{1-q}{z-q}$$

$$q = e^{-\lambda T}$$

$$\lambda = \frac{1}{\tau}$$

Si tuviese retardo Td = Nd T

$$T(z) = \frac{1-q}{z^{Nd}(z-q)}$$

Entonces:

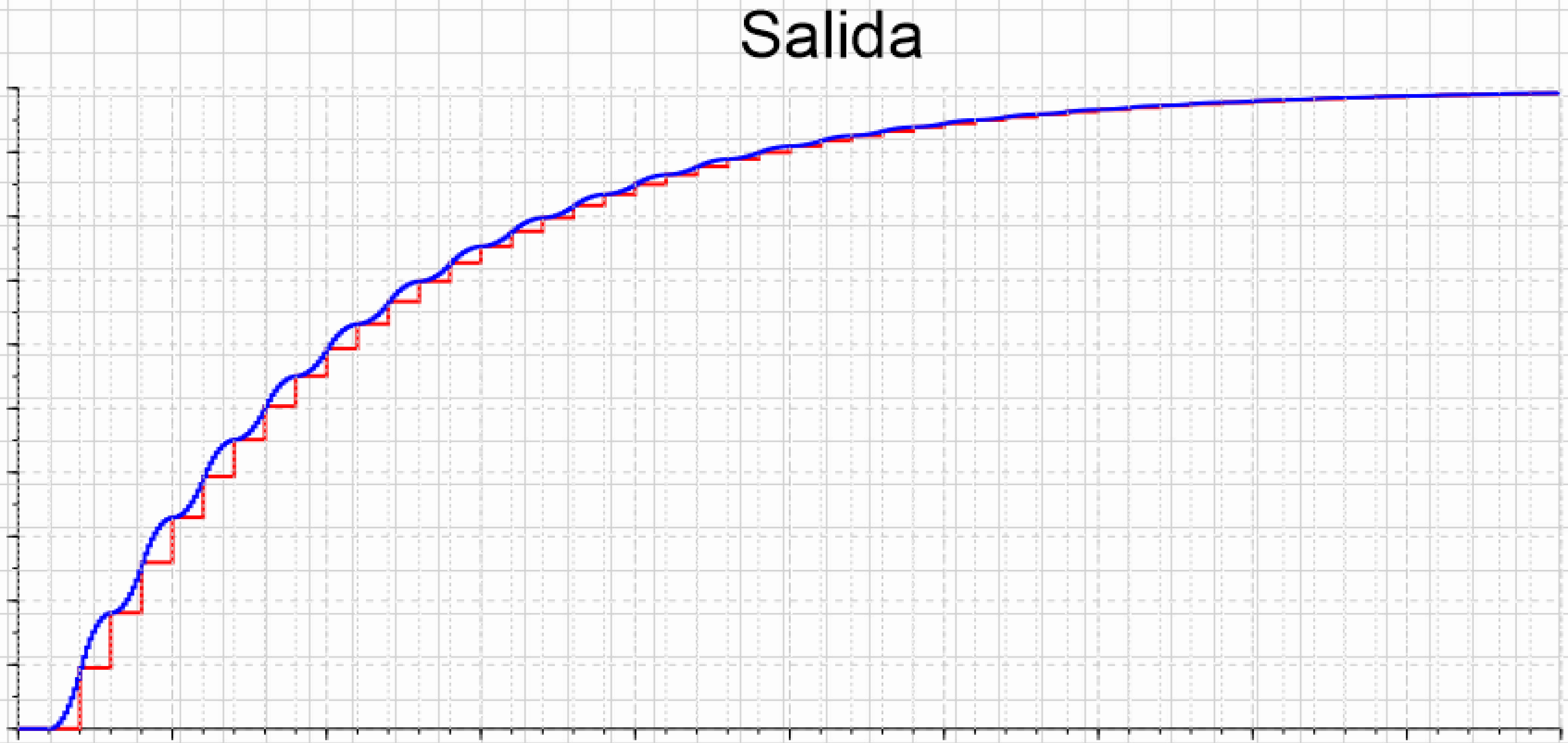
$$D(z) = \frac{1}{Gp(z)} \quad \frac{z^{-Nd}(1-q)}{z^{-Nd}(q-1)+z-q}$$

Debido a que el salto entre muestras sucesivas de la salida es menor que en Dead-Beat, disminuye la amplitud de la acción de control.

CONTROLADORES DIGITALES

COMPENSADOR DAHLIN

En este caso se busca un sistema con un tiempo de respuesta mas grande. Esto se logra ubicando el polo dominante a lazo cerrado a una frecuencia menor lo que provoca una respuesta amortiguada. Sin embargo es posible que ocurra que la respuesta continua tenga oscilaciones entre muestras.

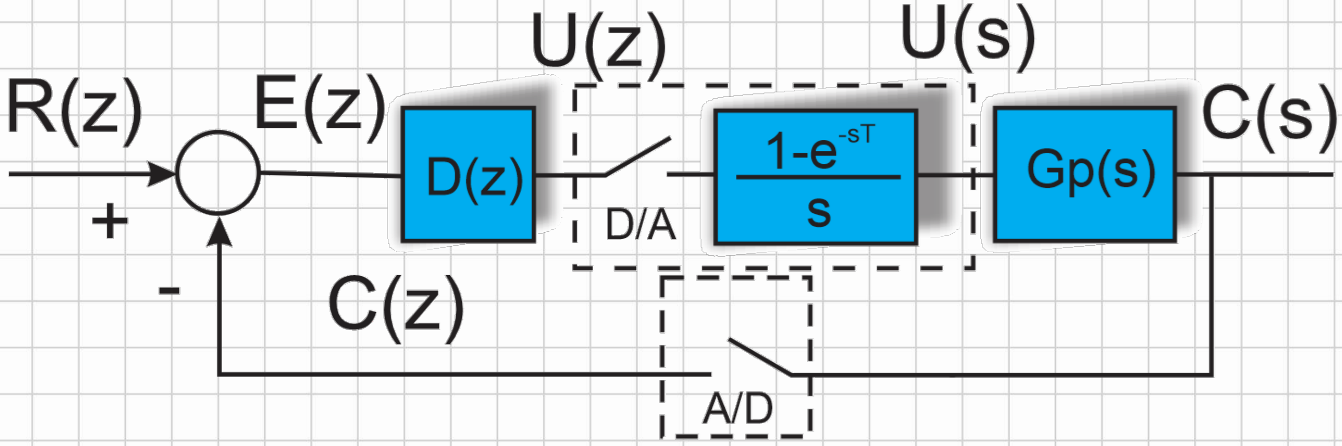


CONTROLADORES DIGITALES

COMPENSADOR DAHLIN

El sistema de control de la figura tiene una planta cuya transferencia es:

$$Gp(s) = \frac{10}{s\left(s+31.6\right)}$$



El período de muestreo del procesador digital es T= 0.001 seg.
Se desea diseñar un controlador D(z) que permita que el sistema a lazo cerrado responda sin sobrepico y con una constante de tiempo de 0.1 segundos.

CONTROLADORES DIGITALES

La transferencia de la planta discretizada es: $$G(z)=\frac{4.948\cdot 10^{-6}(z+0.9895)}{(z-1)(z-0.9689)}$$

Se pide una respuesta que puede ser resuelta con un compensador Dahlin.

La transferencia discreta cumple con la condición de no tener polos ni ceros fuera del círculo unitario, por lo tanto es posible diseñar el compensador.

No existe retardo en la planta.

$$\tau=\frac{1}{\lambda}=0.1 \text{ seg.} \qquad q=e^{-\frac{T}{\tau}}=0.99 \qquad T(z)=\frac{(1-q)}{z-q}\approx\frac{0.01}{z-0.99}$$

La transferencia del compensador es :

$$D(z)=\left[\frac{2.021\cdot 10^{5}(z-1)(z-0.9689)}{(z+0.9895)}\right]\left[\frac{0.0099502}{(z-1)}\right]=\frac{2011.05\ (z-0.9689)}{(z+0.9895)}$$

CONTROLADORES DIGITALES

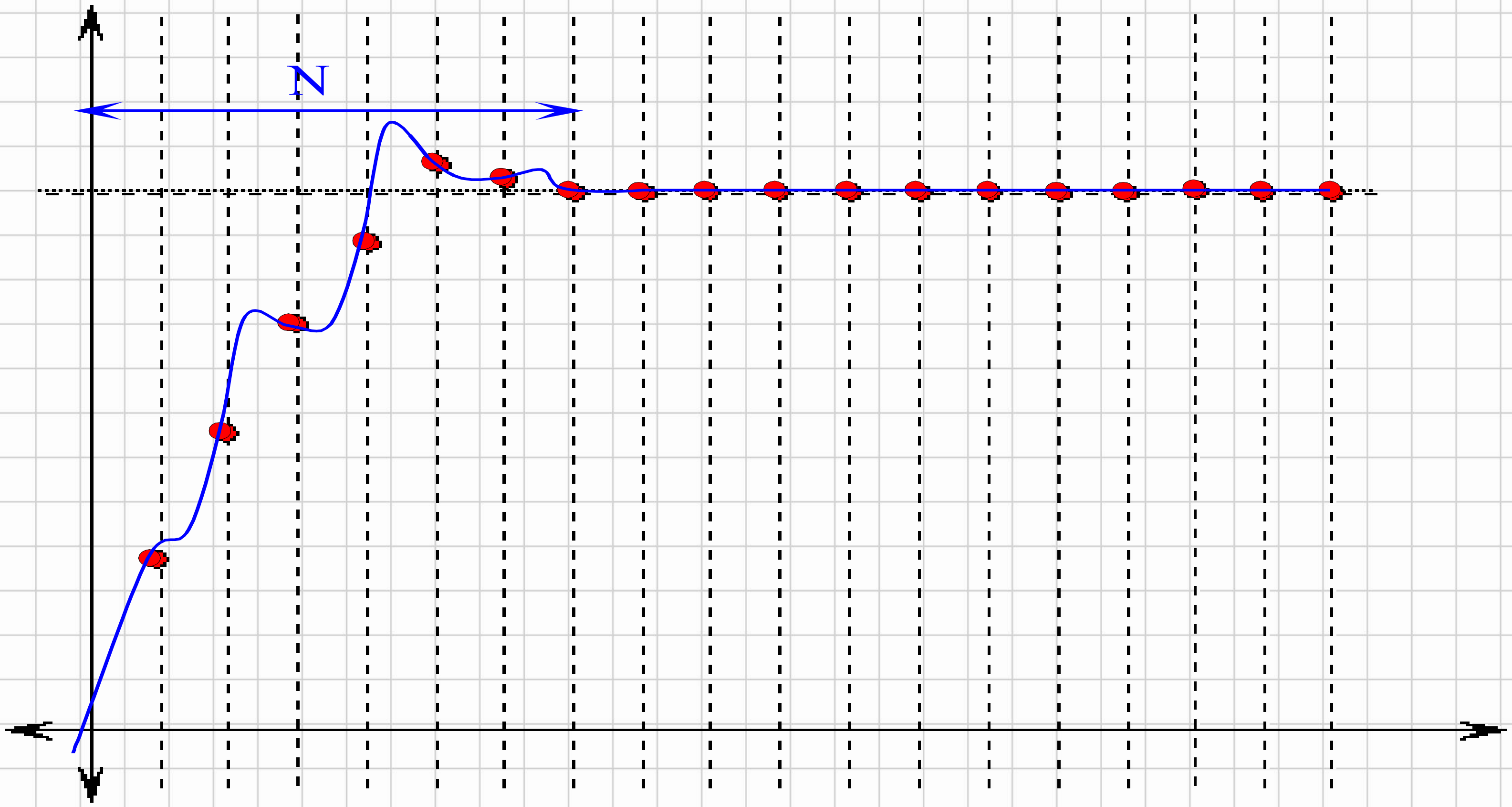
COMPENSADOR DE TIEMPO FINITO

Se desea que el controlador D(z) debe ser tal que se cumplan simultáneamente las siguientes especificaciones:

- El sistema compensado debe tener error nulo para la entrada específica a partir de un número finito de muestras .
- D(z) debe ser físicamente realizable.
- La salida continua del sistema en régimen permanente no debe poseer oscilaciones entre muestras cuando el sistema discreto llegó a régimen permanente.

CONTROLADORES DIGITALES

COMPENSADOR DE TIEMPO FINITO



CONTROLADORES DIGITALES

COMPENSADOR DE TIEMPO FINITO

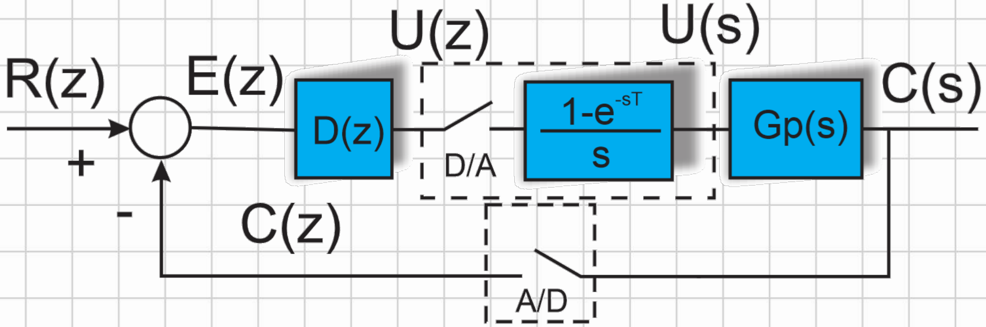
La trasferencia de lazo cerrado T(z) que cumple con estas especificaciones tiene la forma:

$$T(z) = \frac{\alpha_0 z^{M} + \alpha_1 z^{M-1} + \quad \dots \quad + \alpha_M}{z^{M}}$$

O también: $$T(z) = \alpha_0 + \alpha_1 z^{-1} + \quad \dots \quad + \alpha_M z^{-M}$$

Donde M ≥ n , y n es el orden de la planta

Error en régimen permanente:



$$E(z) = R(z) - C(z) = R(z)\left(1 - T(z)\right) = \frac{R(z)}{1 + D(z)Gp(z)}$$

CONTROLADORES DIGITALES

COMPENSADOR DE TIEMPO FINITO

R(z) es de la forma $$R(z)=\frac{A(z)}{\left(1-z^{-1}\right)^{P}}$$

A(z) es un polinomio sin singularidades en *z = 1*

P=1 (escalón) $$A(z)=1$$

P=2 (rampa) $$A(z)=T\ z^{-1}$$

P=3 (parábola) $$A(z)=\frac{T^{2}\ z^{-1}\left(1+z^{-1}\right)}{2}$$

En régimen permanente:

$$\lim_{k\to\infty} e(kT)=\lim_{z\to 1}\ \left(1-z^{-1}\right)\ E(z)=\lim_{z\to 1}\left(1-z^{-1}\right)\ \frac{A(z)\ \left[1-T(z)\right]}{\left(1-z^{-1}\right)^{P}}=0$$

CONTROLADORES DIGITALES

COMPENSADOR DE TIEMPO FINITO

$$\lim_{k\to\infty} e(kT) = \lim_{z\to 1}\left(1-z^{-1}\right)\ \frac{A(z)\ \left[1-T(z)\right]}{\left(1-z^{-1}\right)^{P}} = 0$$

El error cero se cumple si: $\left[1-T(z)\right] = \left(1-z^{-1}\right)^{P}\ \ N(z)$

Con N(z)= polinomio en potencias de z^{-1}

$$E(z) = A(z)\ \ N(z)$$

$$T(z) = \ 1-\left(\ 1-z^{-1}\right)^{P} N(z)$$

N(z) debe contener al menos un término.

CONTROLADORES DIGITALES

COMPENSADOR DE TIEMPO FINITO

Realizabilidad física:

Calculando la respuesta impulsiva de *Gp(z)*:

$$Gp(z) = g_r z^{-r} + g_{r+1} z^{-r-1} + \ldots + g_{r+i} z^{-r-i} + \ldots$$

Lo mismo para *T(z)*:

$$T(z) = t_k z^{-k} + t_{k+1} z^{-k-1} + \ldots + t_{k+j} z^{-k-j} + \ldots$$

Entonces el compensador *D(z)*:

$$D(z) = \frac{1}{Gp(z)}\left[\frac{T(z)}{1-T(z)}\right] = \frac{\left(t_k z^{-k} + t_{k+1} z^{-k-1} + \ldots\right)}{\left(g_r z^{-r} + g_{r+1} z^{-r-1} + \ldots\right)\left(1 - t_k z^{-k} + t_{k+1} z^{-k-1} + \ldots\right)}$$

$$D(z) = d_{k-r} z^{-(k-r)} + t_{k-r+1} z^{-(k-r+1)} + \ldots$$

CONTROLADORES DIGITALES

COMPENSADOR DE TIEMPO FINITO

Ecuaciones de diseño:

$$T(z) = \alpha_0 + \alpha_1 z^{-1} + \quad \dots \quad + \alpha_M z^{-M}$$

$$1 - T(z) = \left(1 - z^{-1}\right)^P \left(1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots\right)$$

La transferencia $T(z)$ debe ser tal que cumpla las dos ecuaciones y luego:

$$D(z) = \frac{1}{Gp(z)} \quad \frac{T(z)}{\left[1 - T(z)\right]}$$

CONTROLADORES DIGITALES

COMPENSADOR DE TIEMPO FINITO

Sistemas con polos o ceros fuera de círculo unitario:

$$Gp(z) = \underbrace{\frac{\prod_i \left(1 - c_i\, z^{-1}\right)}{\prod_j \left(1 - p_j\, z^{-1}\right)}}_{Términos\ inestables} \underbrace{F(z)}_{Términos\ estables}$$

El compensador de cancelación resulta:

$$D(z) = \frac{\prod_j \left(1 - p_j\, z^{-1}\right)}{\prod_i \left(1 - c_i\, z^{-1}\right)} \frac{T(z)}{\left[1 - T(z)\right]\ F(z)}$$

La transferencia del compensador no debe cancelar los polos o ceros fuera del círculo unitario

CONTROLADORES DIGITALES

COMPENSADOR DE TIEMPO FINITO

Entonces la expresión de $T(z)$ debe incluir a los ceros con módulo mayor que 1:

$$T(z) = \left(\alpha_0 + \alpha_1 z^{-1} + \quad \dots \quad + \alpha_M z^{-M}\right) \quad \prod_i \left(1 - c_i \ z^{-1}\right)$$

y la expresión de (1-$T(z)$) debe incluir a los polos con módulo mayor que 1:

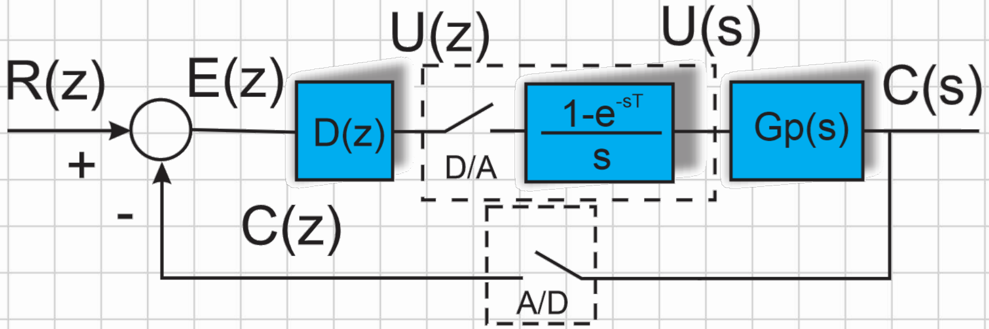
$$1 - T(z) = \left(1 - z^{-1}\right)^P \quad \left(1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots\right) \quad \prod_j \left(1 - p_j \ z^{-1}\right)$$

Se ve que la cantidad mínima de términos ya no depende del orden de la planta y de la entrada, sino también de los términos inestables

CONTROLADORES DIGITALES

EJEMPLO

Considere el sistema de lazo cerrado mostrado en la figura:



El mismo posee una transferencia discreta de la planta :

$$Gp(z) = Z\left\{\frac{1-e^{sT}}{s}G_p(s)\right\} = \frac{1{,}862\,z\ -\ 1{,}518}{z^3 - 3{,}718\,z^2 + 2{,}718z}$$

Se desea encontrar un controlador digital D(z) tal que la salida c(k) siga sin error en régimen permanente una entrada en forma de rampa de pendiente unitaria. Además, se desea que se alcance el mencionado régimen permanente en un número finito de muestras y, que a partir de de ese instante no existan oscilaciones en la respuesta de c(t). Halle el controlador cuya expresión sea mínima.

CONTROLADORES DIGITALES

EJEMPLO

Para cumplir con las especificaciones se debe diseñar un compensador de Tiempo Finito.

$$Gp(z) = \frac{1,862(z-0,8153)}{z(z-1)(z-2,718)}$$

La relación entre polos y ceros es 2 y además uno de los polos esta fuera del círculo unitario. El sistema debe tener error nulo a la rampa.

Por lo tanto las ecuaciones de diseño quedan:

$$T(z) = \alpha_2 z^{-2} + \alpha_3 z^{-3}$$

$$1 - T(z) = \left(1 - z^{-1}\right)^2 \left(1 - 2.718z^{-1}\right) = 1 \underbrace{-4.718z^{-1} + 6.436z^{-2} - 2.718z^{-3}}_{-T(z)}$$

los coeficientes α_0 y α_1 son cero debido al retardo.

Este sistema no tiene solución ya que en *(1-T(z))* no puedo hacer cero el término en z^{-1}

CONTROLADORES DIGITALES

EJEMPLO

La solución para encontrar el compensador de tiempo finito es agregar un término en la expresión de *T(z)*.

$$T(z) = \alpha_2 z^{-2} + \alpha_3 z^{-3} + \alpha_4 z^{-4}$$

$$1 - T(z) = \left(1 - z^{-1}\right)^2 \left(1 - 2.718z^{-1}\right)\left(1 + \beta z^{-1}\right)$$

Desarrollando las ecuaciones queda:

$$T(z) = \alpha_2 z^{-2} + \alpha_3 z^{-3} + \alpha_4 z^{-4}$$

$$T(z) = (4,718 - \beta) z^{-1} + (4,718\beta - 6,436) z^{-2} + (2,718 - 6,436\beta) z^{-3} + (2,718\beta) z^{-4}$$

Resolviendo por igualación de coeficientes

$$\beta = 4,718$$

$$\alpha_2 = 15,823524$$

$$\alpha_3 = -27,647048$$

$$\alpha_4 = 12,823524$$

CONTROLADORES DIGITALES

EJEMPLO

La transferencia a lazo cerrado debe ser : $T(z)=\dfrac{15,82z^2-27,65z+12,82}{z^4}$

El compensador queda:

$$D(z)=\frac{1}{Gp(z)}\frac{T(z)}{1-T(z)}=\left(\frac{z(z-1)(z-2,718)}{1,862(z-0,8153)}\right)\left(\frac{15,82z^2-27,65z+12,82}{z^4-15,82z^2+27,65z-12,82}\right)$$

$$D(z)=\left(\frac{z(z-1)(z-2,718)}{1,862(z-0,8153)}\right)\left(\frac{15,82\left[(z-0,8736)^2+0,2173^2\right]}{(z-1)^2(z-2,718)(z+4,718)}\right)$$

$$D(z)=\left(\frac{8,498z\left[(z-0,8736)^2+0,2173^2\right]}{(z-0,8153)(z-1)(z+4,718)}\right)$$

El controlador resulta inestable, pero no es crítico ya que la planta también lo es.