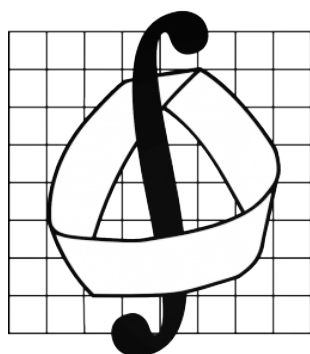


МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА

Механико-математический факультет

Кафедра теоретической механики и мехатроники



Отчет по практикуму на ЭВМ

Сравнение метода хорд и метода золотого сечения в  
задаче о нахождении периода периодического решения

Преподаватель: Самохин А.С.

Работу выполнила  
студентка 422 группы  
Селезнева М.О.

Москва, 2019

# Содержание

1. Постановка задачи	3
2. Результаты	4
3. Вывод	6

# 1. Постановка задачи

Имеем систему ОДУ:

$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = -p(y - 1) - \varepsilon p \sin x, \\ x(0) = 0, y(0) = 1, \end{cases} \quad (1)$$

где  $x(t)$  – угол поворота,  $y(t)$  – угловая скорость,  $p, \varepsilon$  – фиксированные параметры. Необходимо найти период  $T$  периодического решения:  $x(t + T) = x(t) + 2\pi$ ,  $y(t + T) = y(t)$ .

Алгоритм нахождения периода:

- 1) ищем момент времени, когда решение становится периодическим, то есть начиная с этого момента для некоторого  $k = 0, 1, 2 \dots$  выполнено  $|y(2\pi k + 2\pi) - y(2\pi k)| < \delta_1$ , где  $\delta_1 = 10^{-11}$ ;
- 2) вычисляем время, затрачиваемое на текущий и следующий поворот на угол  $2\pi$ , тогда период периодического решения находится из условия:  $|t_{i+1} - t_i| < \delta_2$ , где  $t_i$  – время за  $i$ -й поворот на угол  $2\pi$ ,  $\delta_2 = 10^{-11}$ .

Для интегрирования системы (1) используется метод Рунге-Кутты 8-го порядка в схеме Дормана-Принса. На каждом шаге проверяем, сделан ли полный оборот на угол  $2\pi$ , т.е. следим за знаком выражения  $x - x_0 - 2\pi$ , где  $x$  – текущий угол,  $x_0 = 2\pi k$ ,  $k = 0, 1, 2 \dots$ . Как только происходит смена знака, фиксируем отрезок времени  $[t, t + h]$  и применяем для него метод золотого сечения или метод хорд до тех пор, пока  $|x - x_0 - 2\pi| > accuracy$ , где  $accuracy = 10^{-13}$ . Задача заключается в том, чтобы сравнить эти методы и сделать вывод об их использовании.

## 2. Результаты

Таблица 1:  $p = 1$ ,  $\varepsilon = 0.01$

Методы	Кол-во итераций на $k$ -ом повороте, $k \in [1, 7]$	$x = 2\pi k$ , $k \in [1, 7]$
Метод золотого сечения	41	$6.2831853071796848e + 00$
	42	$1.2566370614359364e + 01$
	43	$1.8849555921538961e + 01$
	37	$2.5132741228718608e + 01$
	39	$3.1415926535898169e + 01$
	40	$3.7699111843077660e + 01$
	39	$4.3982297150257189e + 01$
Метод хорд	4	$6.2831853071796369e + 00$
	5	$1.2566370614359220e + 01$
	5	$1.8849555921538808e + 01$
	5	$2.5132741228718395e + 01$
	5	$3.1415926535897977e + 01$
	5	$3.7699111843077567e + 01$
	5	$4.3982297150257168e + 01$

При таком выборе параметров количество итераций в методе золотого сечения приблизительно в 8 – 10 раз больше, чем в методе хорд.

Таблица 2:  $p = 10$ ,  $\varepsilon = 0.01$ 

Методы	Кол-во итераций на $k$ -ом повороте, $k \in [1, 4]$	$x = 2\pi k$ , $k \in [1, 4]$
Метод золотого сечения	44	$6.2831853071796697e + 00$
	39	$1.2566370614359325e + 01$
	43	$1.8849555921538986e + 01$
	39	$2.5132741228718562e + 01$
Метод хорд	3	$6.2831853071795880e + 00$
	3	$1.2566370614359174e + 01$
	4	$1.8849555921538766e + 01$
	4	$2.5132741228718359e + 01$

Количество итераций в методе золотого сечения приблизительно в 10 – 14 раз больше по сравнению с методом хорд.

Таблица 3:  $p = 1$ ,  $\varepsilon = 0.1$ 

Методы	Кол-во итераций на $k$ -ом повороте, $k \in [1, 7]$	$x = 2\pi k$ , $k \in [1, 7]$
Метод золотого сечения	42	$6.2831853071796369e + 00$
	39	$1.2566370614359156e + 01$
	41	$1.8849555921538720e + 01$
	40	$2.5132741228718334e + 01$
	35	$3.1415926535897867e + 01$
	40	$3.7699111843077524e + 01$
	45	$4.3982297150257210e + 01$

Метод хорд	5	$6.2831853071795862e + 00$
	6	$1.2566370614359229e + 01$
	7	$1.8849555921538819e + 01$
	7	$2.5132741228718405e + 01$
	7	$3.1415926535897999e + 01$
	7	$3.7699111843077574e + 01$
	7	$4.3982297150257168e + 01$

Количество итераций в методе золотого сечения больше в 5 – 8 раз.

Таблица 4:  $p = 10$ ,  $\varepsilon = 0.1$

Методы	Кол-во итераций на $k$ -ом повороте, $k \in [1, 4]$	$x = 2\pi k$ , $k \in [1, 4]$
Метод золотого сечения	42	$6.2831853071795543e + 00$
	41	$1.2566370614359084e + 01$
	44	$1.8849555921538702e + 01$
	37	$2.5132741228718256e + 01$
Метод хорд	5	$6.2831853071796182e + 00$
	5	$1.2566370614359206e + 01$
	5	$1.8849555921538798e + 01$
	5	$2.5132741228718388e + 01$

Количество итераций в методе золотого сечения больше в 7 – 8 раз.

### 3. Вывод

Таким образом, как видно из результатов, количество итераций в методе хорд значительно меньше, чем в методе золотого сечения, поэтому оптимальнее использовать метод хорд.