

Relatório 1º projecto ASA 2019/2020

Alunos: Mónica Jin (92532) e Margarida Moreira (93881)

Grupo: al010

Descrição do Problema: O problema apresentado tem como objetivo a previsão de notas dos alunos tendo em conta as conexões que eles têm entre eles, i.e. um aluno fica com a nota mais alta da rede de conexões que tem.

Descrição da Solução: Na solução proposta (desenvolvida em C++), a rede de conexões é representada através de um grafo dirigido, onde os alunos são os vértices e as conexões são os arcos dirigidos, e.g. (u,v) indica que o aluno u tem v como amigo. No código submetido, escolhemos representar o grafo sob a forma de uma lista de adjacências. Para tal, usámos um vetor de listas unidirecionais, pois estas permitem otimizar o espaço usado.

Para resolver o problema baseámo-nos no algoritmo de Tarjan implementando modificações com o objetivo de atualizar a nota de cada aluno para a mais alta possível, tendo em conta as suas conexões.

A escolha do algoritmo de Tarjan permitiu-nos que os vértices fossem atualizados por ordem topológica inversa, i.e. é-nos garantido que o(s) vértice(s) que terminámos de visitar não tem conexões com os vértices que ainda não terminaram de ser visitados. Esta propriedade é útil uma vez que temos a garantia que vértices acabados de serem visitados não terão de ser atualizados posteriormente. Este algoritmo também localiza os componentes fortemente ligados, o que nos permite colocar a mesma nota em todos os vértices de cada componente.

Análise Teórica

Algorithm 1 Tarjan Modificado

```
procedure TARJAN( $G, numV$ )                                ▷ Complexidade do Tarjan:  $O(V+E)$ 
  for each vertex  $u \in V[G]$  do                             ▷ Inicialização:  $O(V)$ 
     $disc \leftarrow lows \leftarrow -1$ 
     $onStack \leftarrow false$ 
  for each vertex  $u \in V[G]$  do                                ▷ Chamadas ao Visit:  $O(V)$ 
    if  $disc[u] = -1$  then
      Visit( $u$ )
    print  $grades[u]$ 

procedure VISIT( $u$ )                                          ▷ Complexidade do Visit:  $O(V+E)$ 
   $disc \leftarrow lows \leftarrow time$ 
   $time \leftarrow time + 1$ 
  Push( $stack, u$ )
  for  $v \in Adj[u]$  do                                         ▷ Análise da lista de adjacências:  $O(E)$ 
     $grades[u] \leftarrow max(grades[u], grades[v])$ 
    if  $disc[v] = -1$  then
      Visit( $v$ )
       $grades[u] \leftarrow max(grades[u], grades[v])$ 
    if  $onStack[v]$  then
       $lows[u] = min(lows[u], lows[v])$ 
  if  $disc[u] = lows[u]$  then
    then repeat  $v \leftarrow Pop(stack)$                        ▷ Pop de todos os vértices de um scc:  $O(V)$ 
     $grades[u] \leftarrow max(grades[u], grades[v])$ 
```

Relatório 1º projecto ASA 2019/2020

Alunos: Mónica Jin (92532) e Margarida Moreira (93881)

Grupo: al010

Análise da Complexidade

Leitura de input: $O(V)$ (Leitura das notas) + $O(E)$ (Leitura das conexões)

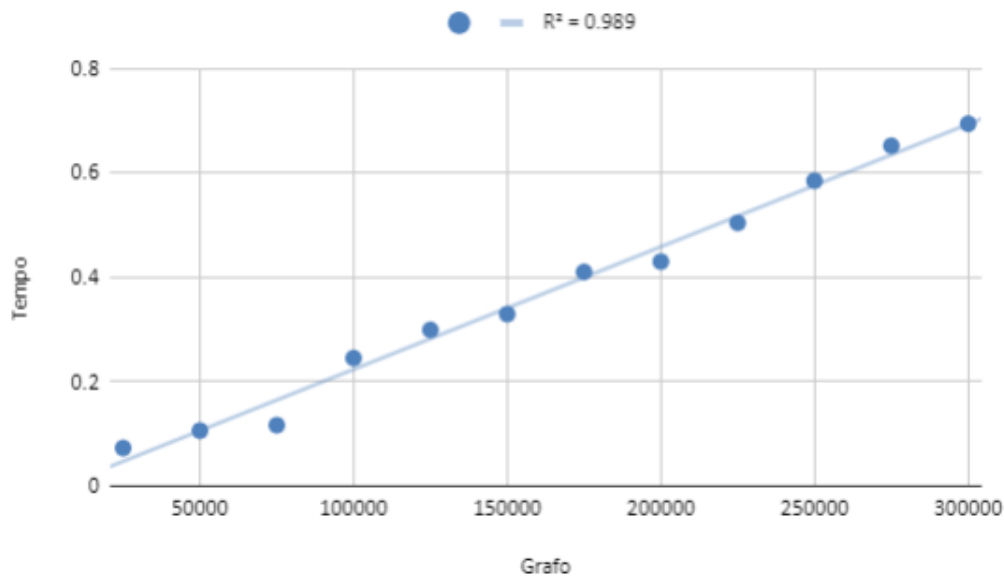
Tarjan: $O(V+E)$ (Dentro do tarjan fazemos o output das notas finais)

Complexidade Total: $O(V+E)$

Avaliação Experimental dos Resultados

Para comprovar a complexidade temporal mencionada anteriormente, $O(V+E)$, realizámos vários testes com grafos de diferentes tamanhos (entre 25000 a 300000) medindo o tempo de execução do algoritmo apresentado. Os dados obtidos encontram-se no gráfico abaixo.

Tempo vs. Grafo



Conclusão

Como se pode observar no gráfico, o tempo cresce linearmente em função do aumento do tamanho do grafo e o valor de R^2 é aproximadamente igual a 1, o que comprova que a complexidade temporal da solução proposta é de facto $O(V+E)$, i.e. linear.