



PAPER ENTREGA 1 MCOC

Sofía Castro
mscastro@miuandes.cl
Margarita Förster
mforster@miuandes.cl
Joaquín Muñoz
jimunoz@miuandes.cl
Fernanda Ordoñez
fordonez@miuandes.cl

RESUMEN: En este trabajo se calculó la altura normal y la altura crítica de un canal trapezoidal con las siguientes características: tres metros y medio de ancho, pendiente 0.0014, coeficiente de Manning (n) 0.012 y caudal de 10,827 [m³/s]. Para lograr lo anterior, se utilizó la ecuación de Manning, ecuación de Energía específica, y el método iterativo Newton-Raphson obteniendo una altura normal 1.56894 [m], altura crítica 0.99178 [m] y un número de Froude 0.9998, verificando que el resultado obtenido está correcto.

PALABRAS CLAVE: Altura crítica, Altura Normal, Newton-Raphson, canal trapezoidal.

1 INTRODUCCIÓN

A continuación se detalla el cálculo de la altura crítica a través del método Newton-Raphson.

2 FORMATO

2.1 ALTURA NORMAL

Para calcular la altura normal del canal trapezoidal, se utilizó la ecuación de Manning:

$$V = \frac{k}{n} R^{2/3} S_0^{1/2} \quad (1)$$

El caudal se obtuvo de la ecuación:

$$Q = v \cdot A \quad (2)$$

Resolviendo el sistema de la ecuación (1) y (2) obtenemos:

$$Q = \frac{k}{n} A R^{2/3} S_0^{1/2} \quad (3)$$

Por lo tanto, la ecuación a resolver para obtener la altura normal será:

$$f(y_n) = V - \frac{k}{n} A R^{2/3} S_0^{1/2} - Q = 0 \quad (4)$$

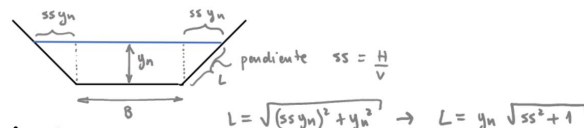


Figura 1. Canal trapezoidal (Moreno, 2018).

De la Fig. 1 obtenemos el área del canal:

$$A = B y_n + s \sqrt{y_n} \quad (5)$$

$$P = B + 2 y_n \sqrt{ss^2 + 1} \quad (6)$$

Derivando la ecuación (5) y (6):

$$\frac{\partial A}{\partial y} = B + 2 ss y_n \quad (7)$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = 2 \sqrt{(ss^2 + 1)} \quad (8)$$

$$f'(y_n) = \frac{5}{3} P^{-2/3} A^{-2/3} \frac{\partial A}{\partial y} - \frac{2}{3} A^{-5/3} P^{-5/3} \frac{\partial P}{\partial y} \quad (9)$$

2.2 ALTURA CRÍTICA

Para calcular la altura crítica del canal trapezoidal, se procedió a utilizar la ecuación de Energía específica:

$$E = y + \frac{v^2}{2g} \quad (10)$$

Introduciendo la ecuación (2) en la (9) se obtiene:

$$E = y + \frac{Q^2}{2A^3g} \quad (11)$$

en donde el área está en función de y :

$$A = f(y) \quad (12)$$

La altura crítica y_c se obtiene cuando la energía específica es mínima, por lo que hay que derivar la ecuación (11):

$$\frac{\partial E}{\partial y} = 1 - \frac{Q^2}{gA^3} \cdot \frac{\partial A}{\partial y} \quad (13)$$

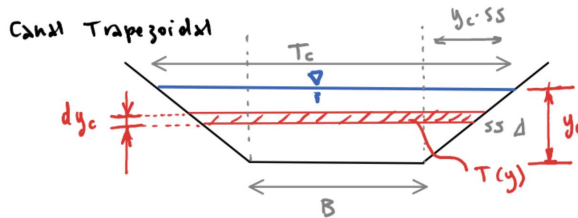


Figura 2. Canal trapezoidal (Moreno, 2018).

De la Fig. 2 se determinó la distancia de la superficie en función del área crítica y de la altura crítica:

$$T_c = \frac{\partial A_c}{\partial y_c} \quad (14)$$

La ecuación (14) se reemplazó en la (11) para dejar la derivada de la ecuación de Energía específica en función de la T_c :

$$\frac{\partial E}{\partial y} = 1 - \frac{Q^2}{g} \cdot \frac{T_c}{A^3} \quad (15)$$

Reordenando la ecuación (15), se obtiene la ecuación a usar para el algoritmo Newton-Raphson:

$$f(y_c) = \frac{A^3}{T_c} - \frac{Q^2}{g} \quad (16)$$

3 RESULTADOS

Con lo mencionado anteriormente, se crearon dos códigos en Python, uno para la altura normal y otro para la altura crítica. De esto obtuvimos los siguientes resultados:

- $y_n = 1.56894$ [m]
- $y_c = 0.99178$ [m]
- $Fr = 0.9998$ [m]

4 CONCLUSIONES

A modo de conclusión, se puede ver que los resultados obtenidos son correctos. En primer lugar, para que un canal se encuentre en régimen crítico su número de Froude debe ser uno. En nuestro caso, al calcular este con la altura crítica nos da un valor muy cercano a uno, esto se debe a la tolerancia de diseño, así comprobando que el resultado es correcto.

5 REFERENCIAS

[1] ENTREGA 1

https://github.com/MargaritaForster/MCOC_Proyect_3/blob/master/Proyecto3%20Entrega%201.py

[2] ENTREGA 2

https://github.com/MargaritaForster/MCOC_Proyect_3/blob/master/Proyecto3%20Entrega%202.py

Figura 1.

Moreno, P., 2018. *Saf.* [En línea]

Available

at:

<https://www.dropbox.com/s/sbej1oe4dcvurk6/ynormal%20y%20newton%20raphson%20alg.pdf?dl=0>

[Último acceso: 30 Octubre 2018].

Figura 2.

Moreno, P., 2018. *Saf.* [En línea]

Available

at:

<https://www.dropbox.com/s/9g7itnpz7xuss7t/ynormal%20e%20ycritico.pdf?dl=0>

[Último acceso: 30 Octubre 2018].