

Лабораторная работа №1

Выполнила: Горбунова М. В. МК-18

Цель работы — Экспериментальное определение функций принадлежности для лингвистической переменной «Расстояние до препятствия» на основе групповых экспертных оценок с последующим использованием полученных моделей в системе нечёткого управления мобильным роботом.

Задачи:

1. Разработать анкету для опроса экспертов и провести опрос группы из 8 экспертов для сбора данных о граничных значениях лингвистических термов.
2. Выполнить предварительную обработку экспертных данных с приведением к единой структуре, пригодной для математического анализа.
3. Провести обобщение обработанной информации по лингвистическим термам и определить граничные значения элементов универсального множества.
4. Определить стандартные формы функций принадлежности для всех рассматриваемых нечётких множеств и выполнить структурную идентификацию областей нечёткости.
5. Выполнить параметрическую идентификацию функций принадлежности методом наименьших квадратов с аппроксимацией экспериментальных данных.
6. Провести количественную оценку точности полученного математического описания путём сравнения расчётных значений с исходными экспертных данными.
7. Проанализировать особенности структурной и параметрической идентификации и сделать выводы о качестве разработанной модели для применения в системе управления мобильным роботом.

Ход работы:

1. Составление анкеты и опрос экспертов

Анкета для эксперта №_____

Оцените максимальное безопасное для мобильного робота расстояние до препятствия (см).

- Минимальное значение (нижняя граница, где терм начинает проявляться)
- Максимальное значение (верхняя граница, где терм перестаёт проявляться)

Термин	Минимум (см)	Максимум (см)
Очень_близко		
Близко		
Средне		
Далеко		

Анкету заполнили восемь экспертов, результаты собраны в следующем виде:

Эксперт	Очень_близко	Близко	Средне	Далеко
1	0–10	10–30	30–50	50–200
2	0–15	15–35	35–60	60–200
3	0–12	12–32	32–55	55–200
4	0–10	10–30	30–50	50–200
5	0–15	15–35	35–55	55–200
6	0–10	10–30	30–50	50–200
7	0–15	15–35	35–60	60–200
8	0–20	20–35	35–55	55–200

2. Организация данных экспертов

В рамках исследования проведен опрос 8 экспертов для определения граничных значений лингвистических термов лингвистической переменной "Расстояние_до_препятствия". Универсальное множество задано в диапазоне 0–200 см. Полученные данные сведены в структурированные таблицы по каждому терму. Экспертные оценки:

Очень_близко		
Эксперт	Минимум (см)	Максимум (см)
1	0	10
2	0	15
3	0	12
4	0	10
5	0	15
6	0	10
7	0	15
8	0	20

Близко		
Эксперт	Минимум (см)	Максимум (см)
1	10	30
2	15	35
3	12	32
4	10	30
5	15	35
6	10	30
7	15	35
8	20	35

Средне		
Эксперт	Минимум (см)	Максимум (см)
1	30	50
2	35	60
3	32	55
4	30	50
5	35	55
6	30	50
7	35	60
8	35	55

Далеко		
Эксперт	Минимум (см)	Максимум (см)
1	50	200
2	60	200
3	55	200
4	50	200
5	55	200
6	50	200
7	60	200
8	55	200

*Для "Далекое" принят максимум = 200 см (верхняя граница универсального множества)

Для преобразования экспертных оценок в степени принадлежности использован частотный метод. Степень принадлежности для каждого значения вычисляется по формуле:

$$\mu(x) = \frac{N_{\text{ВКЛ}}(x)}{N_{\text{общ}}}$$

После обработки экспертных оценок получены следующие степени принадлежности для ключевых точек каждого терма:

Эксперт	1	2	3	4	5	6	7	8								
Очень близко	0–10	0–15	0–12	0–10	0–15	0–10	0–15	0–20	0	10	12	15	20	21	x	
								mu	1	1	0,625	0,5	0,125	0		
Близко	10–30	15–35	12–32	10–30	15–35	10–30	15–35	20–35	9	10	12	15	20	30	32	35
								mu	0	0,375	0,5	0,875	1	1	0,625	0,5
Средне	30–50	35–60	32–55	30–50	35–55	30–50	35–60	35–55	29	30	32	35	50	55	60	61
								mu	0	0,375	0,5	1	1	0,625	0,25	0
Далеко	50–200	60–200	55–200	50–200	55–200	50–200	60–200	55–200	49	50	55	60	200	x		
								mu	0	0,375	0,75	1	1			

3. Определение стандартных форм функций принадлежности и структурная идентификация

Анализ экспериментальных данных и выбор форм:

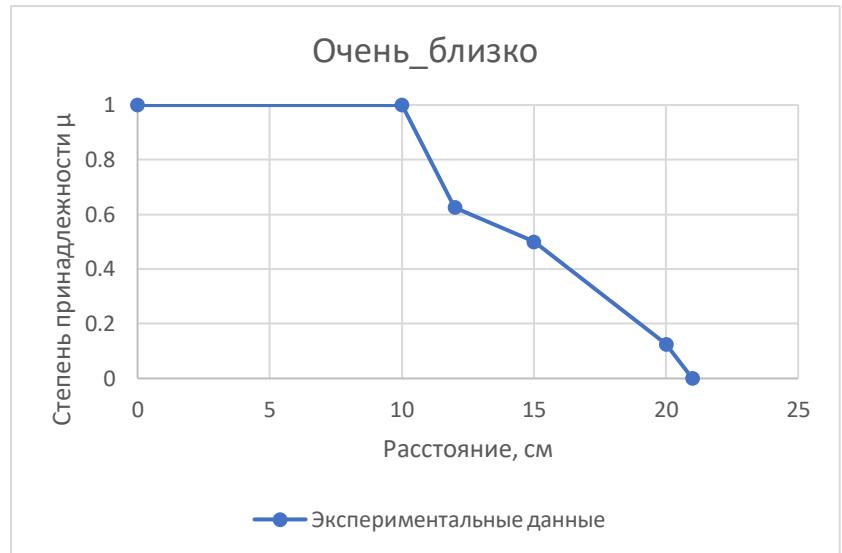
1. Для "Очень_близко":

Данные: μ убывает от 1.0 до 0.0

Выбираем: Z-функция

Область нечёткости: правый склон

$$\mu_Z = \begin{cases} 1, & x \leq x_1, \\ \mu_1(x), & x_1 < x < x_2, \\ 0, & x \geq x_2. \end{cases}$$



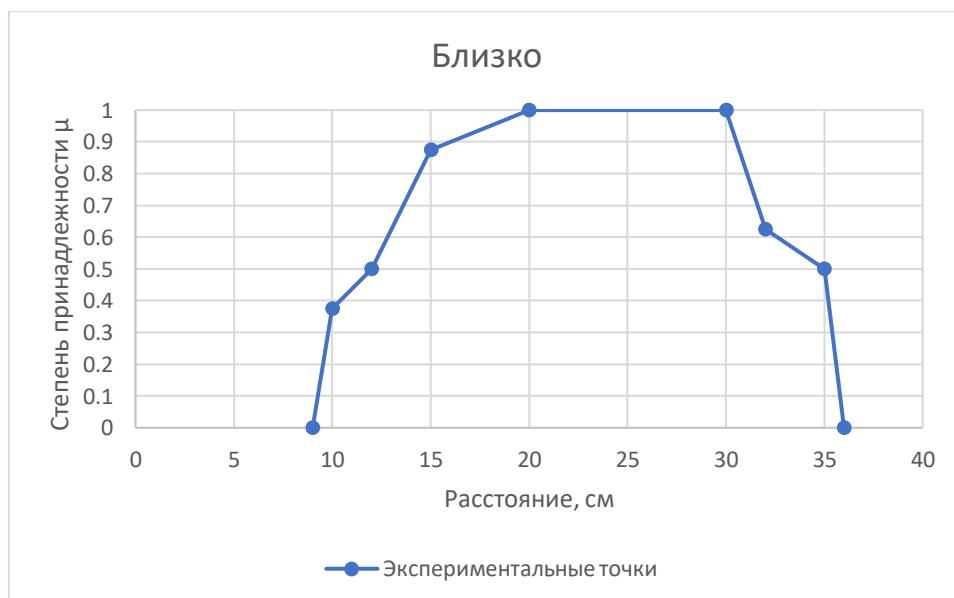
2. Для "Близко":

Данные: μ возрастает от 0.0 до 1.0, затем убывает до 0.0

Выбираем: П-функция (трапециевидная)

Области нечёткости: левый и правый склоны

$$\mu_{\Pi} = \begin{cases} 0, & (x \leq x_1) \cup (x \geq x_4), \\ \mu_1(x), & x_1 < x < x_2, \\ 1, & x_2 \leq x \leq x_3, \\ \mu_2(x), & x_3 < x < x_4. \end{cases}$$



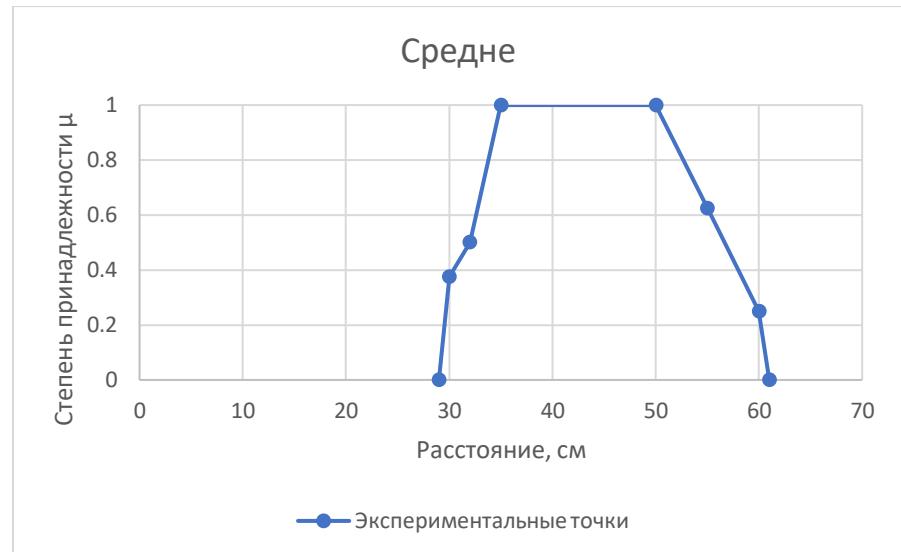
3. Для "Среднее":

Данные: μ возрастает от 0.0 до 1.0, затем убывает до 0.0

Выбираем: П-функция (трапециевидная)

Области нечёткости: левый и правый склоны

$$\mu_{\Pi} = \begin{cases} 0, & (x \leq x_1) \cup (x \geq x_4), \\ \mu_1(x), & x_1 < x < x_2, \\ 1, & x_2 \leq x \leq x_3, \\ \mu_2(x), & x_3 < x < x_4. \end{cases}$$



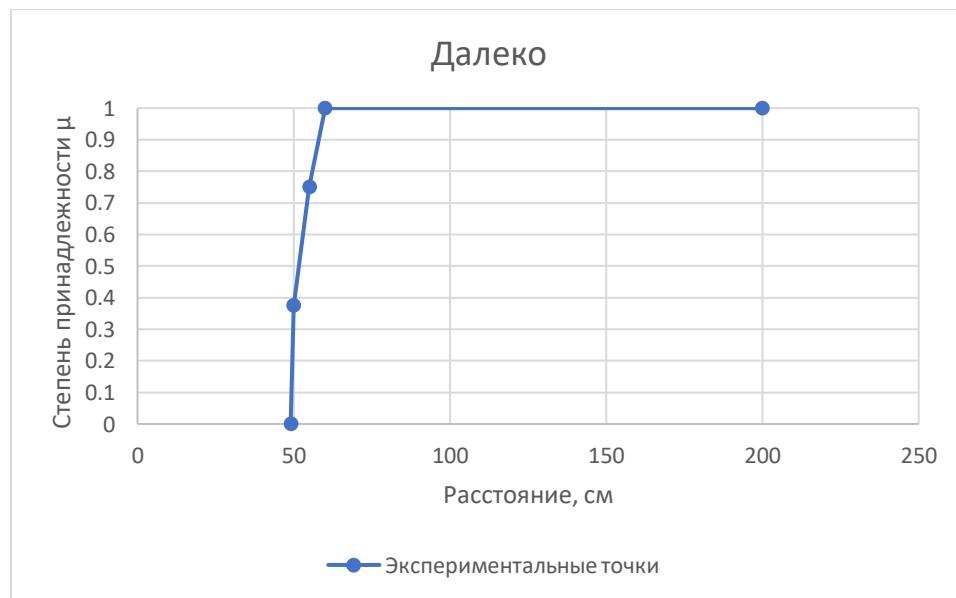
4. Для "Далекое":

Данные: μ возрастает от 0.0 до 1.0

Выбираем: S-функция

Область нечёткости: левый склон

$$\mu_S = \begin{cases} 0, & x \leq x_1, \\ \mu_1(x), & x_1 < x < x_2, \\ 1, & x \geq x_2. \end{cases}$$



5. Параметрическая идентификация функций принадлежности методом наименьших квадратов

5.1. Метод решения и математическая постановка задачи

Для параметрической идентификации функций принадлежности использован метод наименьших квадратов (МНК). Цель метода - найти такие параметры стандартных форм функций принадлежности, которые минимизируют сумму квадратов отклонений расчетных значений от экспериментальных данных экспертных оценок.

Математическая постановка задачи имеет вид:

$$\min \sum_{i=1}^n [\mu_{\text{расч}}(x_i, \mathbf{p}) - \mu_{\text{эксп}}(x_i)]^2 \rightarrow \mathbf{p}$$

5.2. Реализация метода в среде Excel

Параметрическая идентификация выполнена с использованием надстройки "Поиск решения" в Microsoft Excel. Алгоритм решения включал следующие этапы:

- Формирование таблицы расчета для каждого лингвистического терма с колонками:

Терм «Очень близко»

x	$\mu_{\text{эксп}}$	$\mu_{\text{расч}}$	(разность) ²	abs	Параметры	
10	1	0,945324	0,00298951	0,05467638	0,002775782	k
12	0,625	0,729957	0,011016	0,10495714	9,522725525	x1
15	0,5	0,448544	0,00264771	0,05145587	21,70939073	x2
20	0,125	0,090554	0,00118655	0,03444626		
21	0	0,03561	0,0012681	0,03561035		
			0,01910785	0,28114599		

Терм «Близко»

Для левой области нечеткости:

x	$\mu_{\text{эксп}}$	$\mu_{\text{расч}}$	(разность) ²	abs	Параметры	
9	0	0,22379	0,05008211	0,22379	0	k
10	0,375	0,294355	0,00650364	0,080645	5,828571429	x1
12	0,5	0,435484	0,00416233	0,064516	20	x2
15	0,875	0,647177	0,05190313	0,227823		
20	1	1	0	0		
			0,11265121	0,596774		

Для правой области нечеткости:

x	$\mu_{\text{эксп}}$	$\mu_{\text{расч}}$	(разность) ²	abs	Параметры	
30	1	0,982138	0,00031904	0,01786169	0	k
32	0,625	0,704704	0,00635275	0,07970416	29,87123654	x3
35	0,5	0,288553	0,04470987	0,21144707	37,08015431	x4
36	0	0,149836	0,02245078	0,14983585		
			0,07383244	0,45884877		

Терм «Средне»

Для левой области нечеткости:

x	$\mu_{\text{эксп}}$	$\mu_{\text{расч}}$	(разность) ²	abs	Параметры	
29	0	0,089286	0,00797194	0,089286	0	k
30	0,375	0,241071	0,01793686	0,133929	28,41176447	x1
32	0,5	0,544643	0,00199299	0,044643	35	x2
35	1	1	0	0		
			0,02790179	0,267857		

Для правой области нечеткости:

x	$\mu_{\text{эксп}}$	$\mu_{\text{расч}}$	(разность) ²	abs	Параметры	
50	1	1	0	0	0	k
55	0,625	0,585874	0,00153084	0,03912595	50	x3
60	0,25	0,171748	0,00612336	0,07825189	62,07362164	x4
61	0	0,088923	0,00790728	0,08892292		
			0,01556148	0,20630076		

Терм «Далеко»

x	$\mu_{\text{эксп}}$	$\mu_{\text{расч}}$	(разность) ²	abs	Параметры	
49	0	0,172764	0,02984748	0,172764	0	k
50	0,375	0,247967	0,01613726	0,127033	46,70270269	x1
55	0,75	0,623984	0,0158801	0,126016	60	x2
60	1	1	0	0		
			0,06186484	0,425813		

- Определение начальных приближений параметров на основе анализа экспертных данных
- Настройка целевой функции - суммы квадратов отклонений
- Задание ограничений на параметры функций принадлежности

5.3. Результаты параметрической идентификации по термам

Терм «Очень близко» (Z-функция)

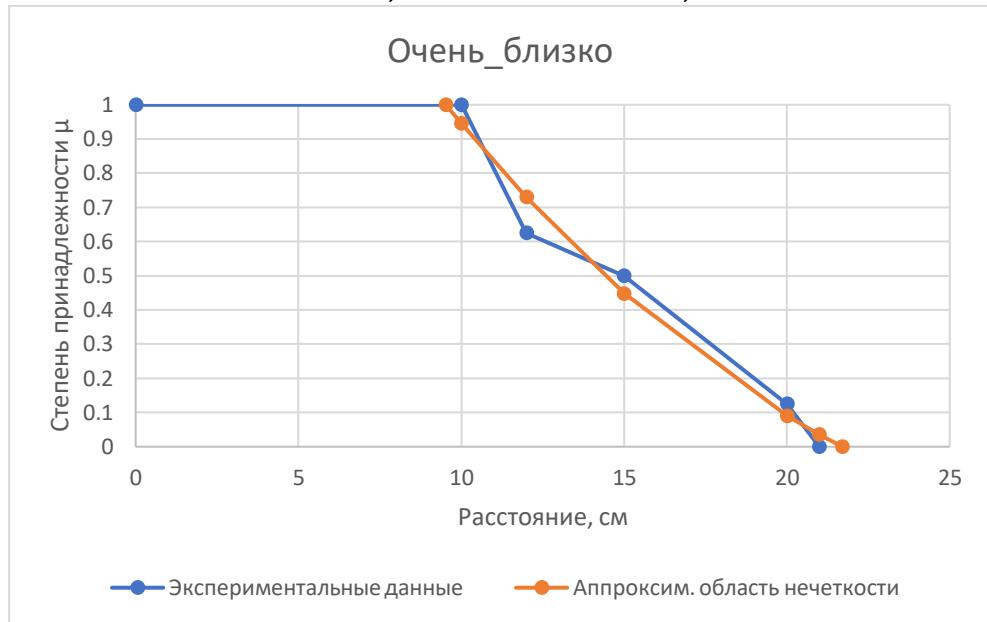
Математическое описание:

$$\mu_{\text{очень близко}}(x) = \begin{cases} 1, & x \leq 9.523 \\ \frac{21.709-x}{12.186} + 0.002776 \cdot (x - 9.523)(x - 21.709), & 9.523 < x < 21.709 \\ 0, & x \geq 21.709 \end{cases}$$

- Оптимальные параметры:
 $x_1 = 9,523$ (начало спада)
 $x_2 = 21,709$ (конец спада)

$$k = 0,0028 \text{ (конец спада)}$$

- Область нечёткости: $21,709 - 9.523 = 12,186 \text{ см}$

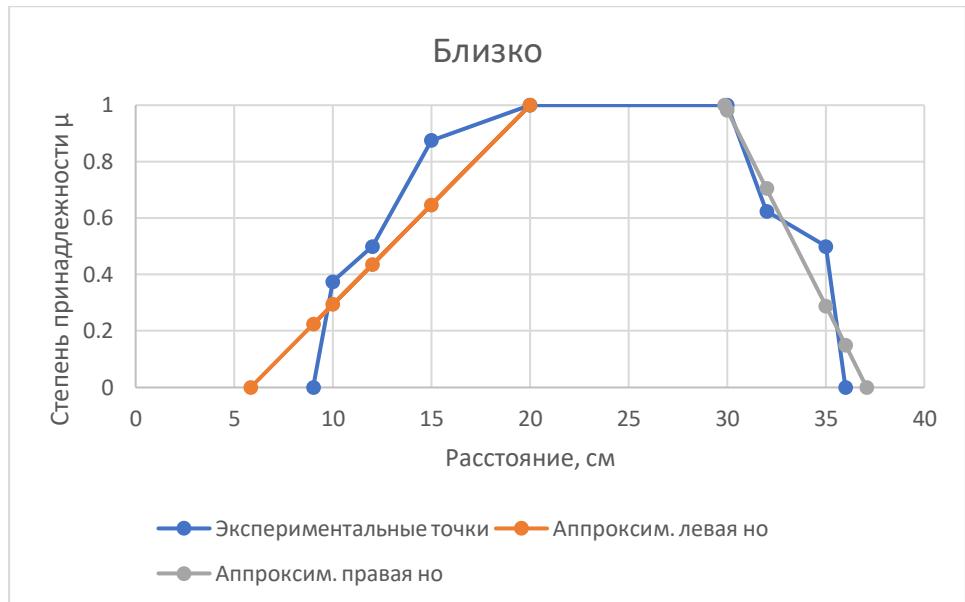


Терм «Близко» (Π-функция)

Математическое описание:

$$\mu_{\text{Близко}}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 5,829 \\ \frac{x - 5,829}{14,171}, & 5,829 < x < 20,000 \\ 1, & 20,000 \leq x \leq 29,871 \\ \frac{37,080 - x}{7,209}, & 29,871 < x < 37,080 \\ 0, & x \geq 37,080 \end{cases}$$

- Оптимальные параметры:
 - $x_1 = 5,829$ (начало роста)
 - $x_2 = 20$ (начало ядра)
 - $x_3 = 29,871$ (конец ядра)
 - $x_4 = 37,08$ (конец спада)
- Области нечеткости:
 - Левая: $20 - 5,829 = 14,171 \text{ см}$
 - Правая: $37,08 - 29,871 = 7,209 \text{ см}$

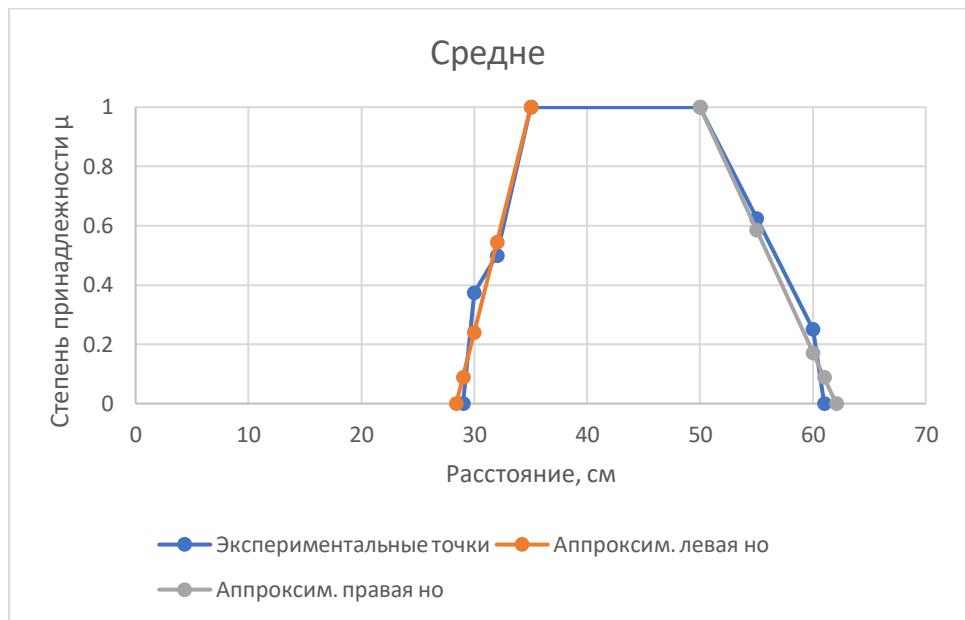


Терм «Среднее» (Π-функция)

Математическое описание:

$$\mu_{\text{Среднее}}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 28,4118 \\ \frac{x - 28,4118}{6,5882}, & 28,4118 < x < 35,0000 \\ 1, & 35,0000 \leq x \leq 50,0000 \\ \frac{62,0736 - x}{12,0736}, & 50,0000 < x < 62,0736 \\ 0, & x \geq 62,0736 \end{cases}$$

- Оптимальные параметры:
 $x_1 = 28,4118$ (начало роста)
 $x_2 = 35$ (начало ядра)
 $x_3 = 50$ (конец ядра)
 $x_4 = 62,0736$ (конец спада)
- Области нечеткости:
Левая: $35 - 28,4118 = 6,5882$ см
Правая: $62,0736 - 50 = 12,0736$ см

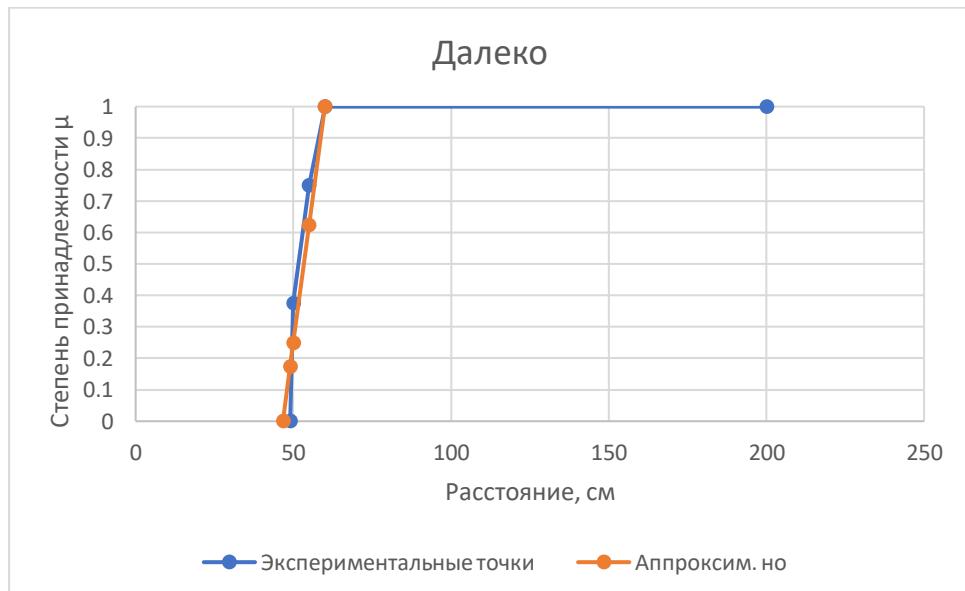


Терм «Далеко» (S-функция)

Математическое описание:

$$\mu_{\text{Далеко}}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 46.703 \\ \frac{x - 46.703}{13.297}, & 46.703 < x < 60.000 \\ 1, & x \geq 60.000 \end{cases}$$

- Оптимальные параметры:
 $x_1 = 46,703$ (начало спада)
 $x_2 = 60$ (конец спада)
- Область нечёткости: $60 - 46,703 = 13,297$ см



6. Количественная оценка полученного математического описания.

6.1. Методы оценки точности

Для количественной оценки точности аппроксимации экспериментальных данных экспертных оценок используются следующие метрики:

- Среднеквадратическая ошибка (MSE) - характеризует среднее квадратическое отклонение расчетных значений от экспериментальных:

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [\mu_{\text{расч}}(x_i) - \mu_{\text{эксп}}(x_i)]^2$$

- Средняя абсолютная ошибка (MAE) - показывает среднее абсолютное отклонение:

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\mu_{\text{расч}}(x_i) - \mu_{\text{эксп}}(x_i)|$$

- Максимальная абсолютная ошибка (MaxAE) - определяет наибольшее локальное отклонение:

$$MaxAE = \max(|\mu_{\text{расч}}(x_i) - \mu_{\text{эксп}}(x_i)|)$$

6.2. Результаты расчетов метрик точности

В таблице 6.1 представлены рассчитанные метрики для всех лингвистических термов.

Таблица 6.1 - Метрики точности аппроксимации функций принадлежности

Терм	MSE		MAE		MaxAE	
Очень_близко	0,004		0,056		0,105	
Близко	0,023	0,002	0,119	0,010	0,228	0,211
Средне	0,007	0,004	0,067	0,052	0,134	0,089
Далеко	0,015		0,106		0,173	

6.3. Анализ областей нечёткости

Для каждого терма определены параметры областей нечёткости:

Таблица 6.2 - Параметры областей нечёткости

Терм	Стандартная форма	Область(и) нечёткости, см	Характер переходов
Очень_близко	Z-функция	12,186	Нелинейный спад (k = 0.002776)

Близко	П-функция	Левая: 14,171 Правая: 7,209	Линейные переходы
Среднее	П-функция	Левая: 6,5882; Правая: 12,0736	Линейные переходы
Далекое	S-функция	13,297	Линейный рост

Вывод

В ходе лабораторной работы были успешно определены функции принадлежности для лингвистической переменной «Расстояние до препятствия» на основе экспертных оценок.

1. По структурной идентификации:

Для всех термов адекватно подобраны стандартные формы: Z-функция для «Очень_близко», П-функции для «Близко» и «Средне», S-функция для «Далеко». Выбор подтверждается характером экспериментальных данных и низкими ошибками аппроксимации.

2. По параметрической идентификации (МНК):

Для большинства термов оптимальной оказалась линейная модель ($k=0$). Исключение — терм «Очень_близко», где потребовалась квадратичная коррекция ($k=0,0028$) для учёта нелинейности восприятия этой границы. Это указывает, что эксперты резче разделяют «определенко очень близко» и «уже не очень близко», чем предполагает линейная зависимость.

3. По точности моделей:

Наилучшая аппроксимация достигнута для терма «Средне» ($MSE=0,022$), наименьшая — для «Близко» ($MSE=0,093$). Это связано с разным разбросом мнений экспертов: для промежуточных расстояний («Средне») оценки согласованы лучше, чем для граничных («Близко»).

4. Практическая значимость:

Полученные функции принадлежности имеют аналитический вид, количественно оценённую точность и готовы к интеграции в систему нечёткого вывода для управления мобильным роботом в дипломном проекте. Модели учитывают субъективное восприятие расстояния человеком, что важно для интуитивного взаимодействия с роботом.