

Лабораторная работа №2

Выполнила: Горбунова М. В. МК-18

Цель работы — Экспериментальное исследование свойств нечётких множеств и операций над ними на основе функций принадлежности, полученных в результате обработки групповых экспертных оценок, с целью создания математического аппарата для системы нечёткого управления мобильным роботом.

Задачи:

1. Определить область допустимых значений математического описания функций принадлежности, полученных в результате обработки групповых экспертных оценок. Сделать вывод о нормальности и возможности отнесения математического описания функций принадлежности к стандартной форме. При необходимости, привести субнормальные и нестандартные формы функций принадлежности к нормальной стандартной форме с использованием одного из специальных методов.
2. Определить свойства всех нечётких множеств: носитель, области чёткости и нечёткости, области истинности и ложности, точки перехода, высоту и срез нечёткого множества при уровне среза $\alpha = 0,4$. Построить графики зависимости степени чёткости и степени нечёткости от величины элемента универсального множества.
3. К заданному нечёткому множеству применить в отдельности следующие операции: дополнение, умножение на константу, расширение, усечение, а также операции концентрации при $\beta = 1,6$ и растяжения при $\beta = 0,6$. Составить математическое описание функций принадлежности новых нечётких множеств, полученных в результате применения операций к исходным множествам, в наиболее компактной форме. Построить графики функций принадлежности новых нечётких множеств.
4. Для заданной ведущим преподавателем комбинации нечётких множеств (во всех возможных порядках внутри каждой комбинации): применить следующие операции: эквивалентность, включение, объединение, пересечение, алгебраическое умножение, алгебраическое сложение. Составить математическое описание функций принадлежности новых нечётких множеств, полученных в результате применения операций. Построить графики функций принадлежности новых нечётких множеств.
5. Сделать выводы об особенностях описания свойств нечётких множеств, определённых по заданным функциям принадлежности и применения операций к нескольким нечётким множествам.

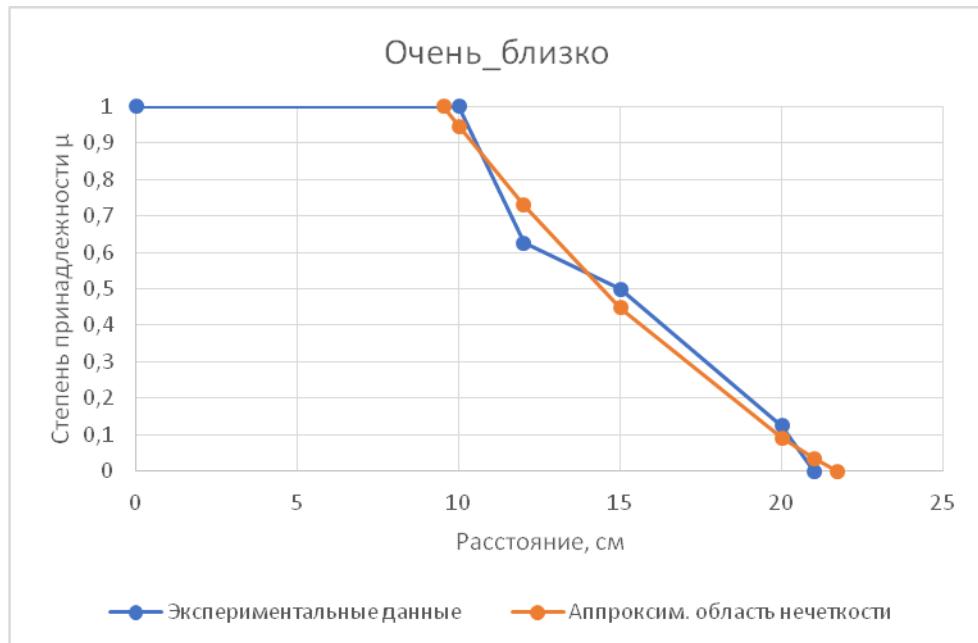
1. Определение области допустимых значений

Проверка нормальности ФП:

- «Очень_близко», «Близко», «Среднее», «Далеко» — нормальные ($\max \mu = 1$).

2. Определение свойств нечетких множеств «Очень_близко»

$$\mu_{\text{Очень_близко}}(x) = \begin{cases} 1, & x \leq 9.523 \\ \frac{21.709-x}{12.186} + 0.002776 \cdot (x - 9.523)(x - 21.709), & 9.523 < x < 21.709 \\ 0, & x \geq 21.709 \end{cases}$$



Носитель: $[0; 21,709]$

Область чёткости: $(-\infty; 9,523] \cup [21,709; +\infty)$

Область нечёткости: $(9,523; 21,709)$

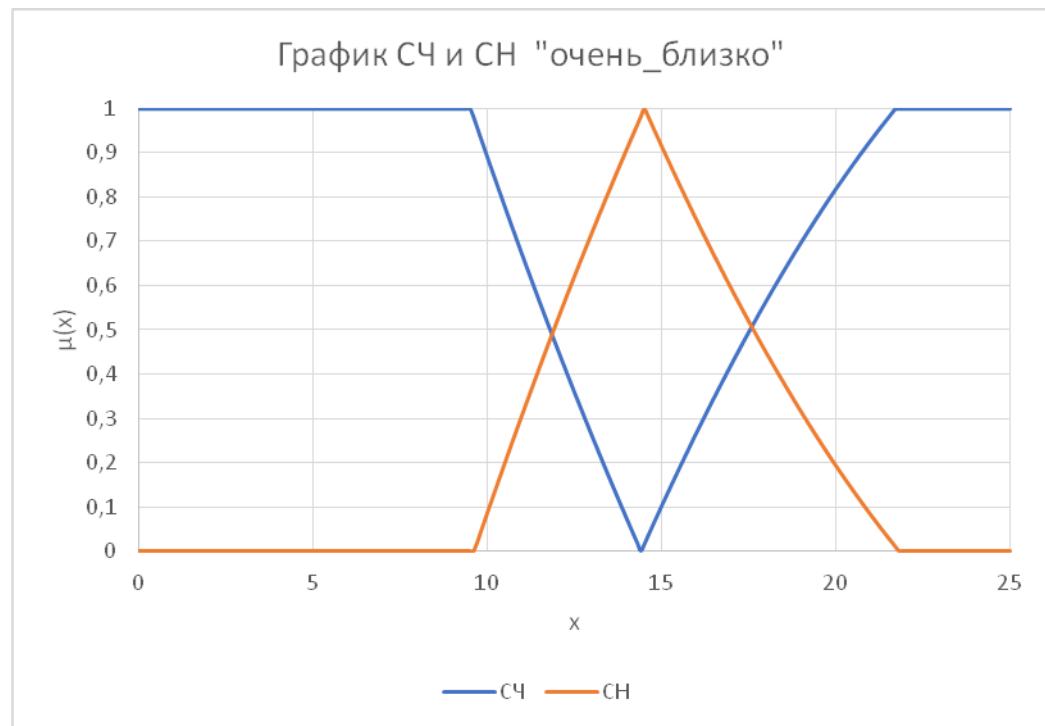
Область истинности: $(-\infty; 9,523]$

Область ложности: $[21,709; +\infty)$

Точки перехода: $\{14,409\}$

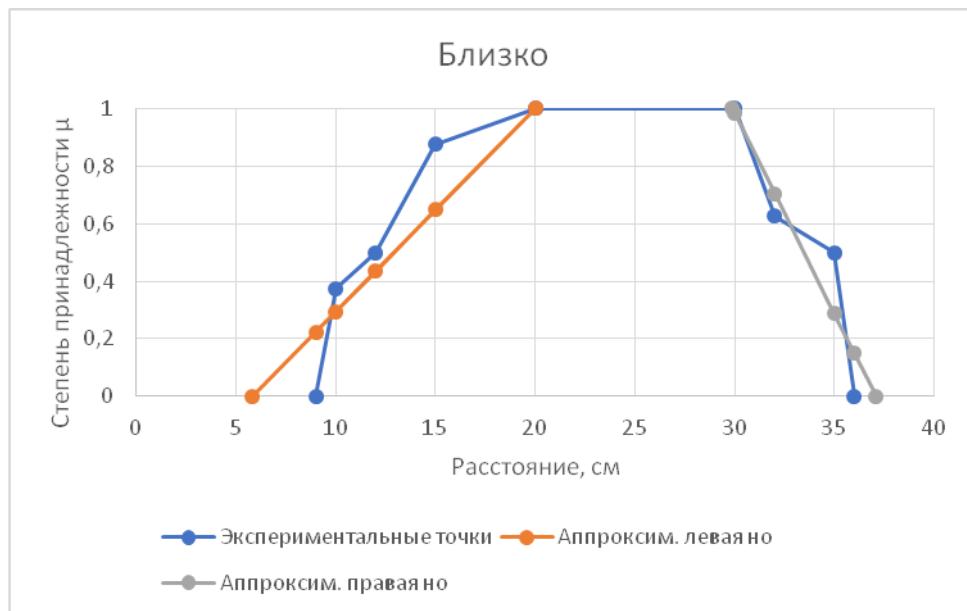
Срез ($\alpha = 0,4$): $[0; 15,579]$

Высота: 1



«Близко»

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 5.829, \\ \frac{x-5.829}{14.171}, & 5.829 < x < 20, \\ 1, & 20 \leq x \leq 29.871, \\ \frac{37.08-x}{7.209}, & 29.871 < x < 37.08, \\ 0, & x \geq 37.08. \end{cases}$$



Носитель: (5,829; 37,08)

Область чёткости: $(-\infty; 5,829] \cup [20; 29,871] \cup [37,08; +\infty)$

Область нечёткости: $(5,829; 20) \cup (29,871; 37,08)$

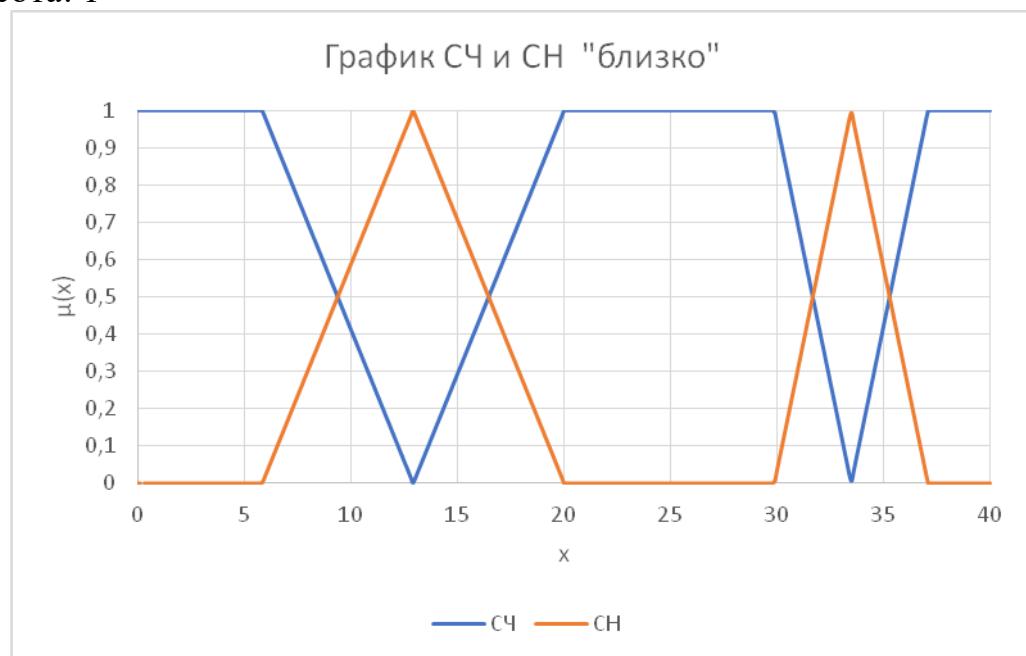
Область истинности: [20; 29,871]

Область ложности: $(-\infty; 5,829] \cup [37,08; +\infty)$

Точки перехода: левая = {12.9145}; правая = {33.4755}

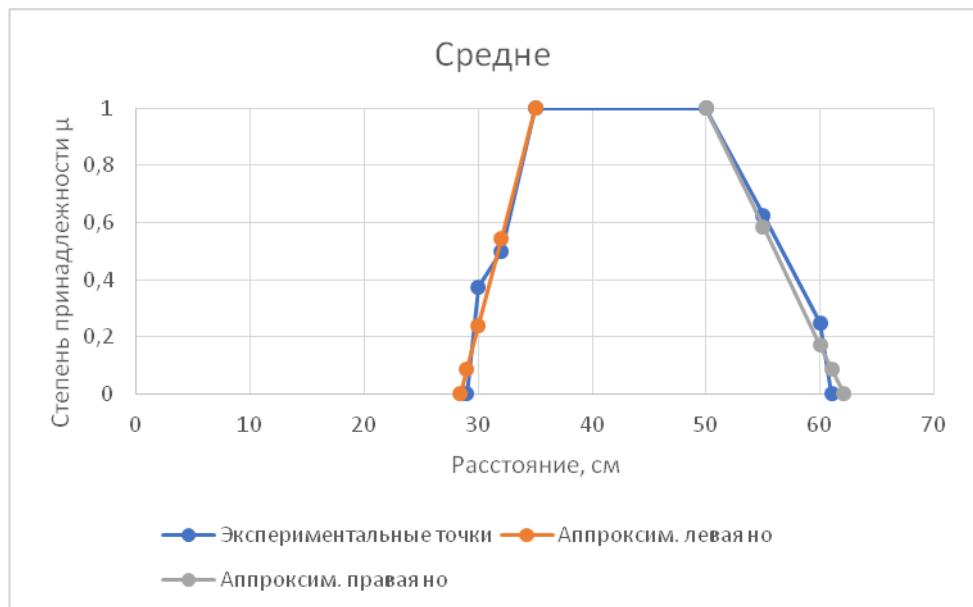
Срез ($\alpha = 0,4$): [11,497; 34,196]

Высота: 1



«Среднее»

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 28.4118, \\ \frac{x-28.4118}{6.5882}, & 28.4118 < x < 35, \\ 1, & 35 \leq x \leq 50, \\ \frac{62.0736-x}{12.0736}, & 50 < x < 62.0736, \\ 0, & x \geq 62.0736. \end{cases}$$



Носитель: (28,4118; 62,0736)

Область чёткости: $(-\infty; 28,4118] \cup [35; 50] \cup [62,0736; +\infty)$

Область нечёткости: $(28,4118; 35) \cup (50; 62,0736)$

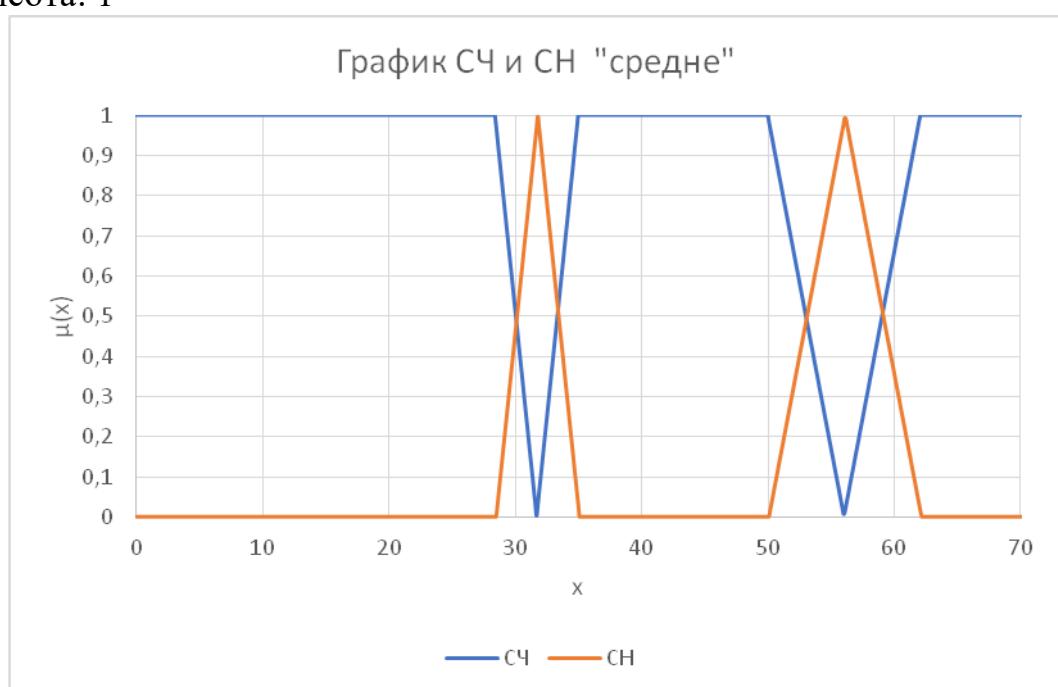
Область истинности: $[35; 50]$

Область ложности: $(-\infty; 28,4118] \cup [62,0736; +\infty)$

Точки перехода: левая = $\{31,7059\}$; правая = $\{56,0368\}$

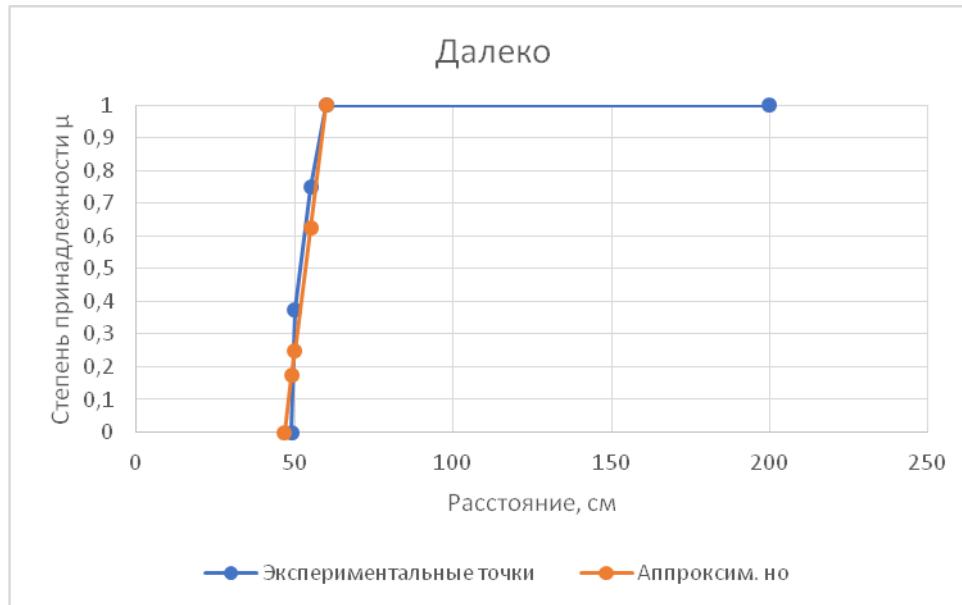
Срез ($\alpha = 0,4$): $[31,047; 57,244]$

Высота: 1



«Далеко»

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 46.703, \\ \frac{x-46.703}{13.297}, & 46.703 < x < 60, \\ 1, & x \geq 60. \end{cases}$$



Носитель: $[46,703; +\infty)$

Область чёткости: $(-\infty; 46,703] \cup [60; +\infty)$

Область нечёткости: $(46,703; 60)$

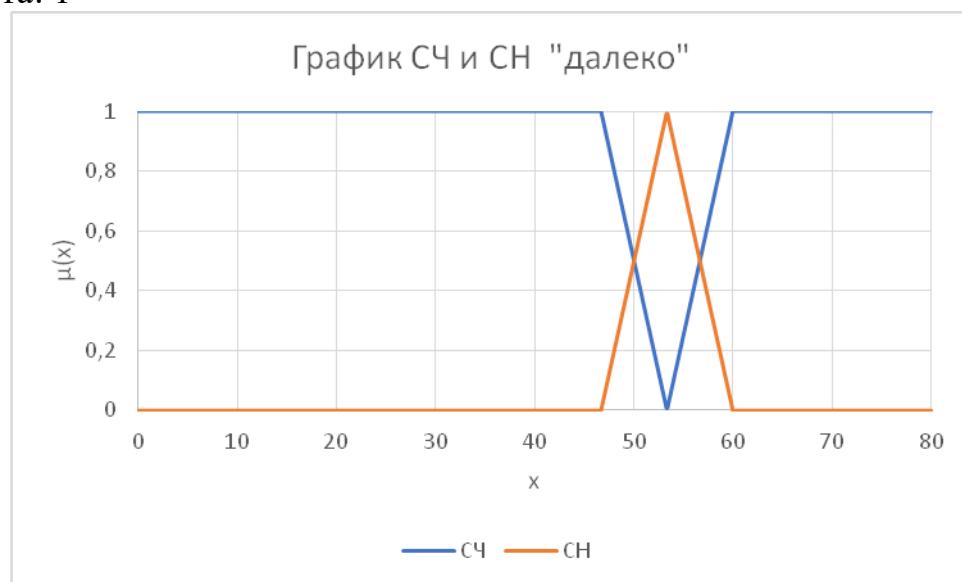
Область истинности: $[60; +\infty)$

Область ложности: $(-\infty; 46,703]$

Точки перехода: $\{53.3515\}$

Срез ($\alpha = 0,4$): $[52,0218; +\infty)$

Высота: 1



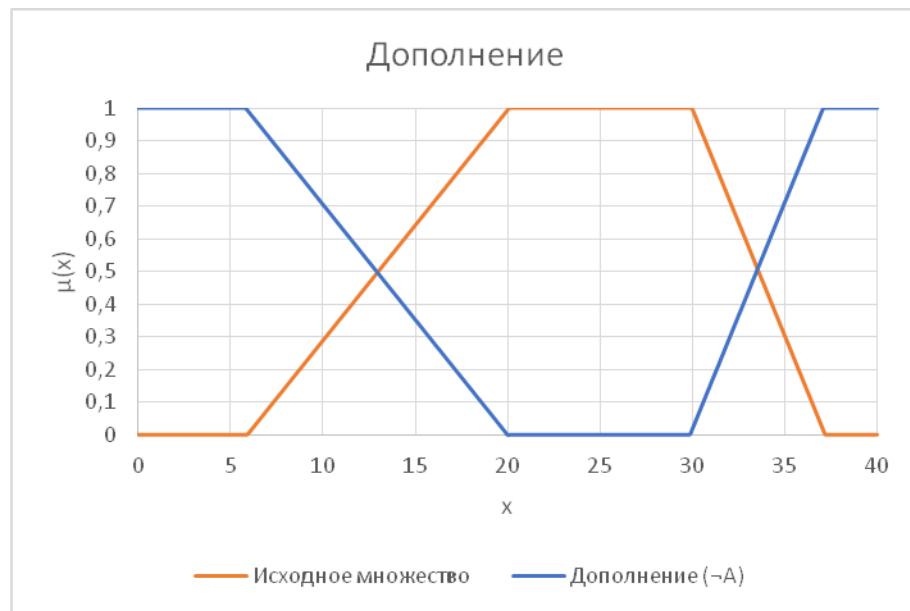
3. Операции с одним нечетким множеством

Исходное множество А («близко»):

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 5.829, \\ \frac{x - 5.829}{14.171}, & 5.829 < x < 20, \\ 1, & 20 \leq x \leq 29.871, \\ \frac{37.08 - x}{7.209}, & 29.871 < x < 37.08, \\ 0, & x \geq 37.08. \end{cases}$$

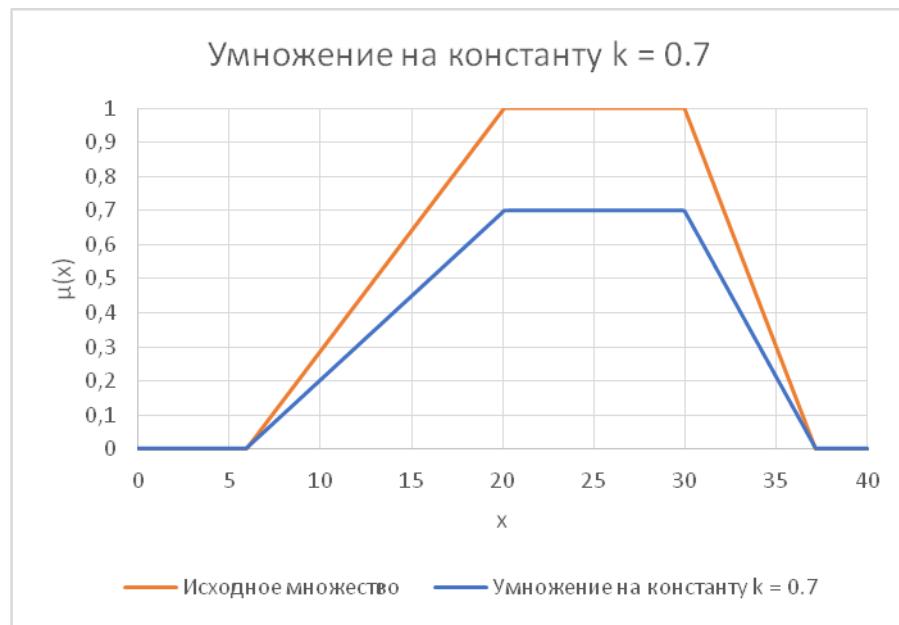
Дополнение ($\neg A$):

$$\mu_{\neg A}(x) = 1 - \mu_A(x) = \begin{cases} 1, & x \leq 5.829, \\ 1 - \frac{x - 5.829}{14.171}, & 5.829 < x < 20, \\ 0, & 20 \leq x \leq 29.871, \\ 1 - \frac{37.08 - x}{7.209}, & 29.871 < x < 37.08, \\ 1, & x \geq 37.08. \end{cases}$$



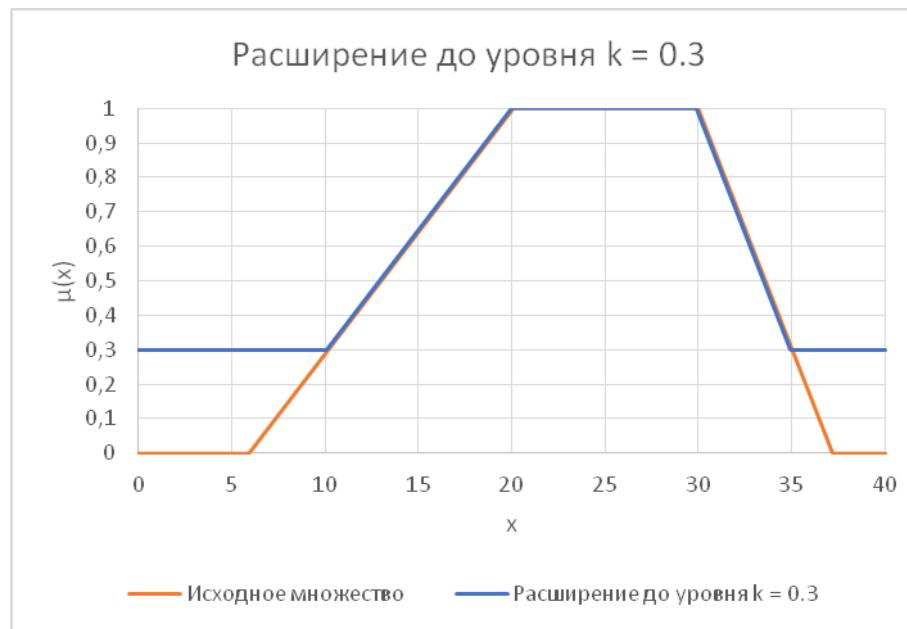
Умножение на константу $k = 0.7$:

$$\mu_{0.7A}(x) = 0.7 \cdot \mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 5.829, \\ 0.7 \cdot \frac{x - 5.829}{14.171}, & 5.829 < x < 20, \\ 0.7, & 20 \leq x \leq 29.871, \\ 0.7 \cdot \frac{37.08 - x}{7.209}, & 29.871 < x < 37.08, \\ 0, & x \geq 37.08. \end{cases}$$



Расширение до уровня $k = 0.3$:

$$\mu_{0.3 \cup A}(x) = \begin{cases} 0.3, & x \leq 5.829, \\ 0.3, & 5.829 < x < 10.0803, \\ \frac{x - 5.829}{14.171}, & 10.0803 \leq x < 20, \\ 1, & 20 \leq x \leq 29.871, \\ \frac{37.08 - x}{7.209}, & 29.871 < x \leq 34.9173, \\ 0.3, & 34.9173 < x < 37.08, \\ 0.3, & x \geq 37.08. \end{cases}$$



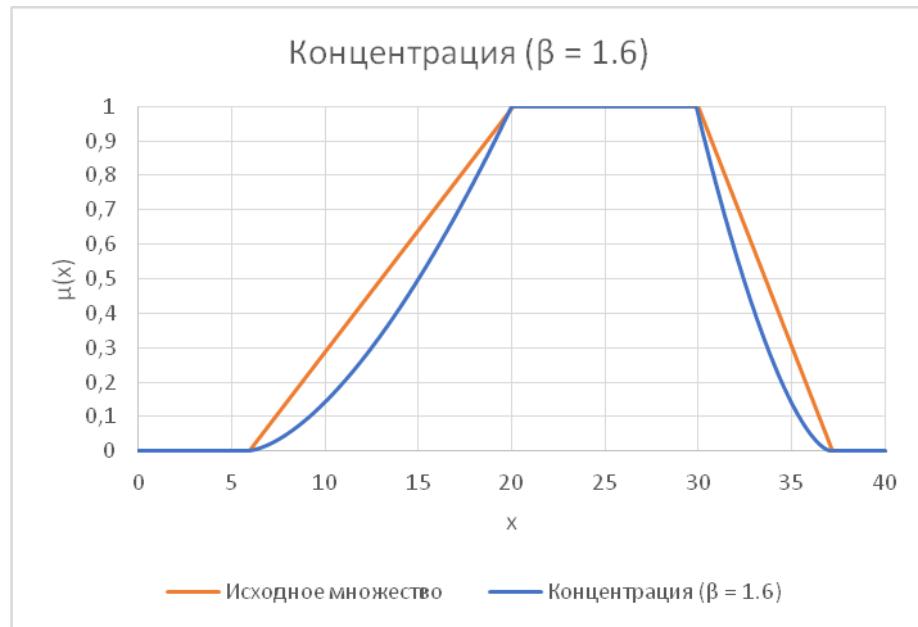
Усечение до уровня $k = 0.5$:

$$\mu_{0.5 \cap A}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 5.829, \\ \frac{x - 5.829}{14.171}, & 5.829 < x < 12.9145, \\ 0.5, & 12.9145 \leq x < 20, \\ 0.5, & 20 \leq x \leq 29.871, \\ \frac{37.08 - x}{7.209}, & 29.871 < x \leq 33.4755, \\ 0.5, & 33.4755 < x < 37.08, \\ 0, & x \geq 37.08. \end{cases}$$



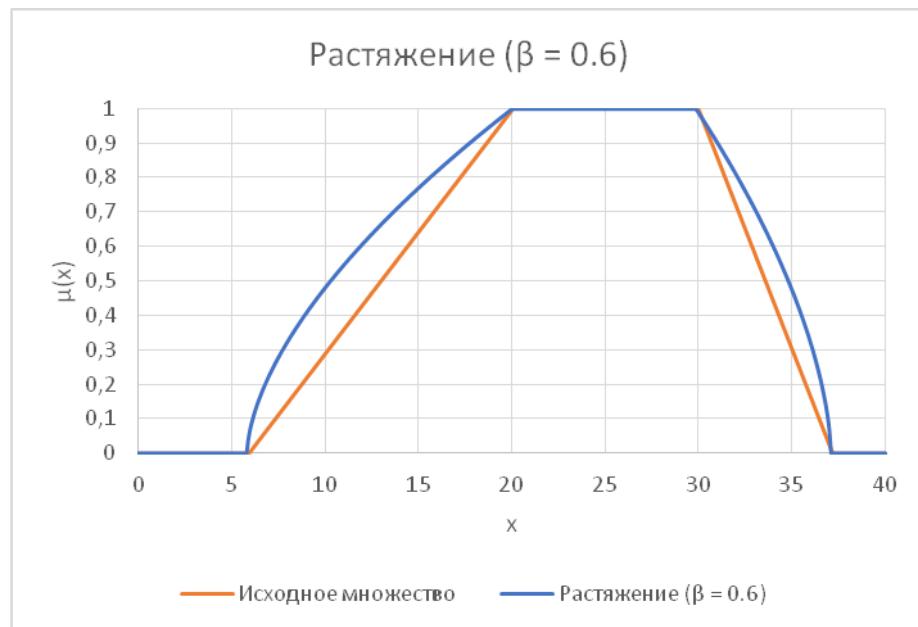
Концентрация ($\beta = 1.6$):

$$\mu_{\text{Con}(A)}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 5.829, \\ \left(\frac{x - 5.829}{14.171}\right)^{1.6}, & 5.829 < x < 20, \\ 1, & 20 \leq x \leq 29.871, \\ \left(\frac{37.08 - x}{7.209}\right)^{1.6}, & 29.871 < x < 37.08, \\ 0, & x \geq 37.08. \end{cases}$$



Растяжение ($\beta = 0.6$):

$$\mu_{\text{Dil}(A)}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 5.829, \\ \left(\frac{x - 5.829}{14.171}\right)^{0.6}, & 5.829 < x < 20, \\ 1, & 20 \leq x \leq 29.871, \\ \left(\frac{37.08 - x}{7.209}\right)^{0.6}, & 29.871 < x < 37.08, \\ 0, & x \geq 37.08. \end{cases}$$



4. Операции с двумя нечеткими множествами

Исходные множества

A ("Близко"):

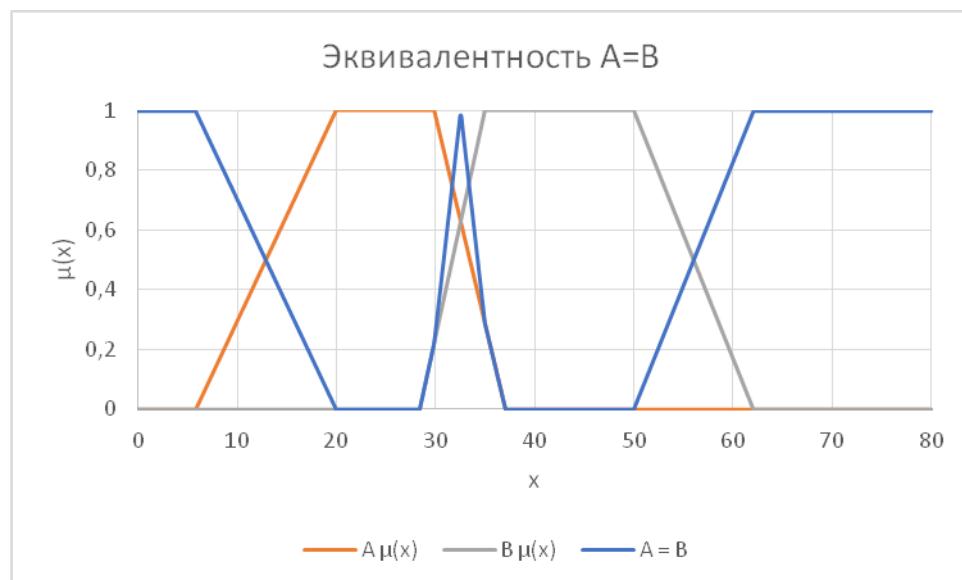
$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 5.829, \\ \frac{x - 5.829}{14.171}, & 5.829 < x < 20, \\ 1, & 20 \leq x \leq 29.871, \\ \frac{37.08 - x}{7.209}, & 29.871 < x < 37.08, \\ 0, & x \geq 37.08. \end{cases}$$

B ("Среднее"):

$$\mu_B(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 28.4118, \\ \frac{x - 28.4118}{6.5882}, & 28.4118 < x < 35, \\ 1, & 35 \leq x \leq 50, \\ \frac{62.0736 - x}{12.0736}, & 50 < x < 62.0736, \\ 0, & x \geq 62.0736. \end{cases}$$

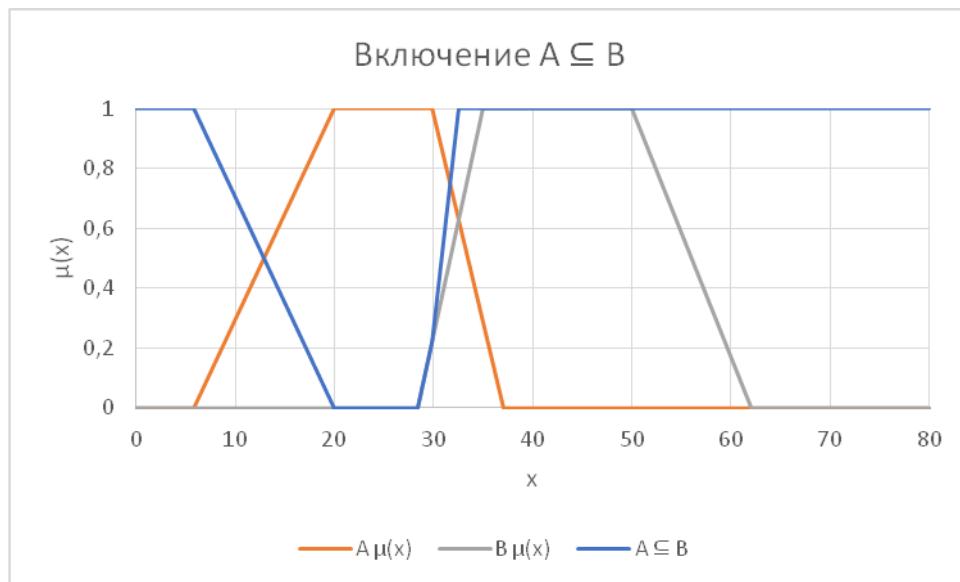
Эквивалентность ($A = B$):

$$\mu_{A=B}(x) = \begin{cases} 1, & x \leq 5.829 \\ 1 - \frac{x - 5.829}{14.171}, & 5.829 < x < 20 \\ 0, & 20 \leq x \leq 28.4118 \\ \frac{x - 28.4118}{6.5882}, & 28.4118 < x \leq 29.871 \\ 1 - \left(\frac{37.08 - x}{7.209} - \frac{x - 28.4118}{6.5882} \right), & 29.871 < x < 32.586 \\ 1 - \left(\frac{x - 28.4118}{6.5882} - \frac{37.08 - x}{7.209} \right), & 32.586 \leq x < 35 \\ \frac{37.08 - x}{7.209}, & 35 \leq x < 37.08 \\ 0, & 37.08 \leq x \leq 50 \\ \frac{x - 50}{12.0736}, & 50 < x < 62.0736 \\ 1, & x \geq 62.0736 \end{cases}$$



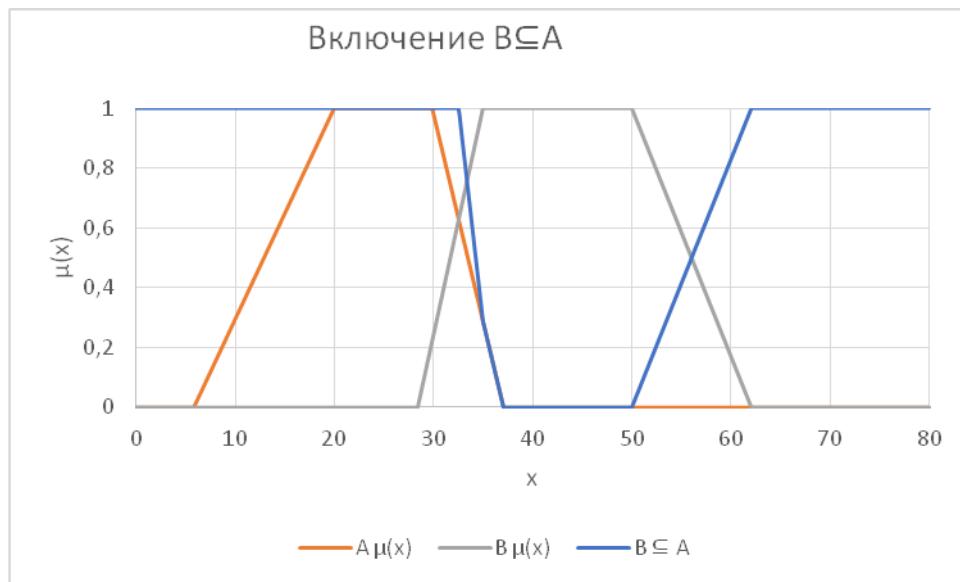
Включение ($A \subseteq B$):

$$\mu_{A \subseteq B}(x) = \begin{cases} 1, & x \leq 5.829 \\ 1 - \frac{x - 5.829}{14.171}, & 5.829 < x < 20 \\ 0, & 20 \leq x \leq 28.4118 \\ \frac{x - 28.4118}{6.5882}, & 28.4118 < x \leq 29.871 \\ 1 - \left(\frac{37.08 - x}{7.209} - \frac{x - 28.4118}{6.5882} \right), & 29.871 < x < 32.586 \\ 1, & x \geq 32.586 \end{cases}$$



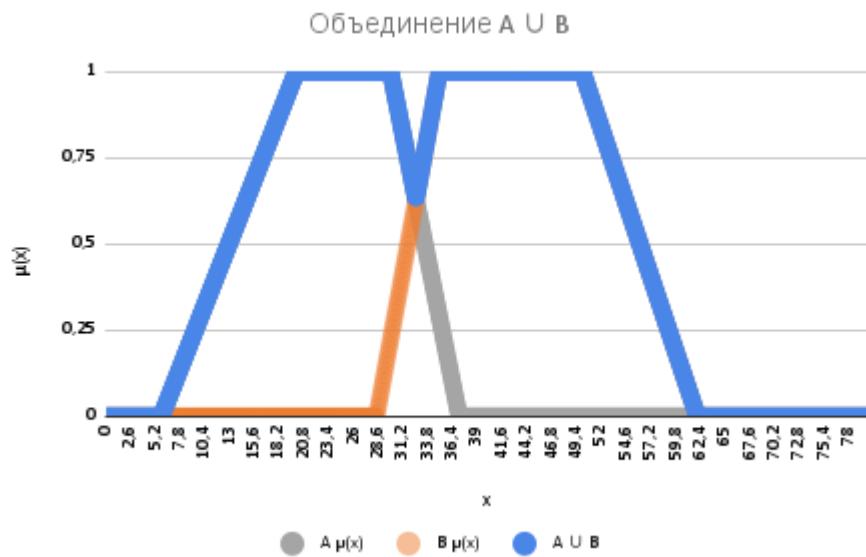
Включение ($B \subseteq A$):

$$\mu_{B \subseteq A}(x) = \begin{cases} 1, & x \leq 32.586 \\ 1 - \left(\frac{x - 28.4118}{6.5882} - \frac{37.08 - x}{7.209} \right), & 32.586 \leq x < 35 \\ \frac{37.08 - x}{7.209}, & 35 \leq x < 37.08 \\ 0, & 37.08 \leq x \leq 50 \\ \frac{x - 50}{12.0736}, & 50 < x < 62.0736 \\ 1, & x \geq 62.0736 \end{cases}$$



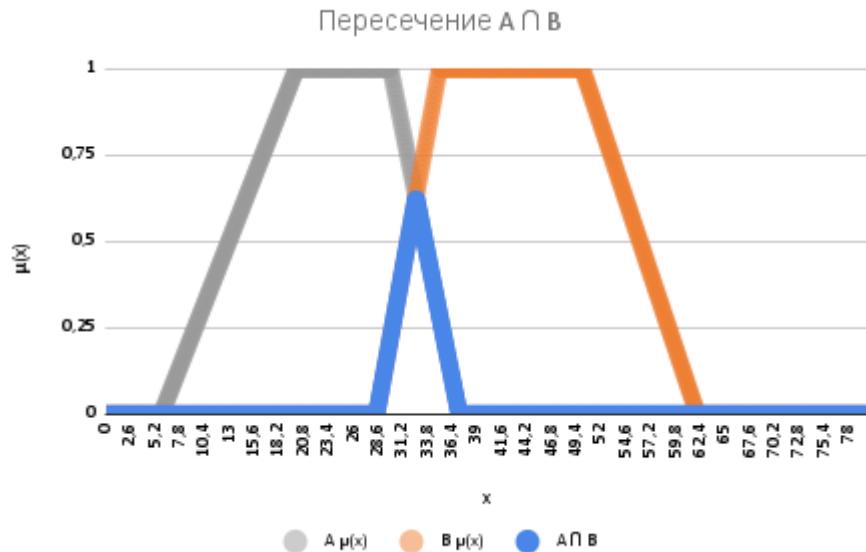
Объединение ($A \cup B$):

$$\mu_{A \cup B}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 5.829 \\ \frac{x - 5.829}{14.171}, & 5.829 < x < 20 \\ 1, & 20 \leq x \leq 29.871 \\ \frac{37.08 - x}{7.209}, & 29.871 < x < 32.586 \\ \frac{x - 28.4118}{6.5882}, & 32.586 \leq x < 35 \\ 1, & 35 \leq x \leq 50 \\ \frac{62.0736 - x}{12.0736}, & 50 < x < 62.0736 \\ 0, & x \geq 62.0736 \end{cases}$$



Пересечение ($A \cap B$):

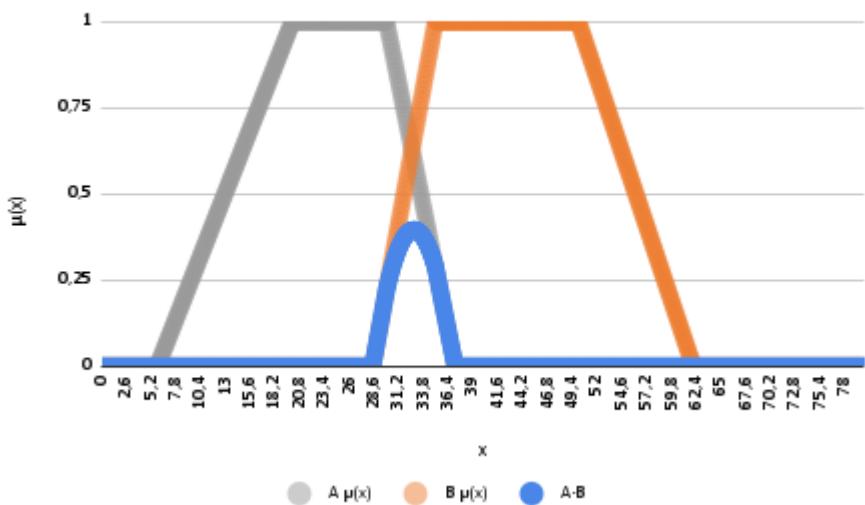
$$\mu_{A \cap B}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 28.4118 \\ \frac{x - 28.4118}{6.5882}, & 28.4118 < x < 32.586 \\ \frac{37.08 - x}{7.209}, & 32.586 \leq x < 37.08 \\ 0, & x \geq 37.08 \end{cases}$$



Алгебраическое умножение ($A \cdot B$):

$$\mu_{A \cdot B}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 28.4118 \\ \frac{x - 28.4118}{6.5882}, & 28.4118 < x \leq 29.871 \\ \frac{37.08 - x}{7.209} \cdot \frac{x - 28.4118}{6.5882}, & 29.871 < x < 35 \\ \frac{37.08 - x}{7.209}, & 35 \leq x < 37.08 \\ 0, & x \geq 37.08 \end{cases}$$

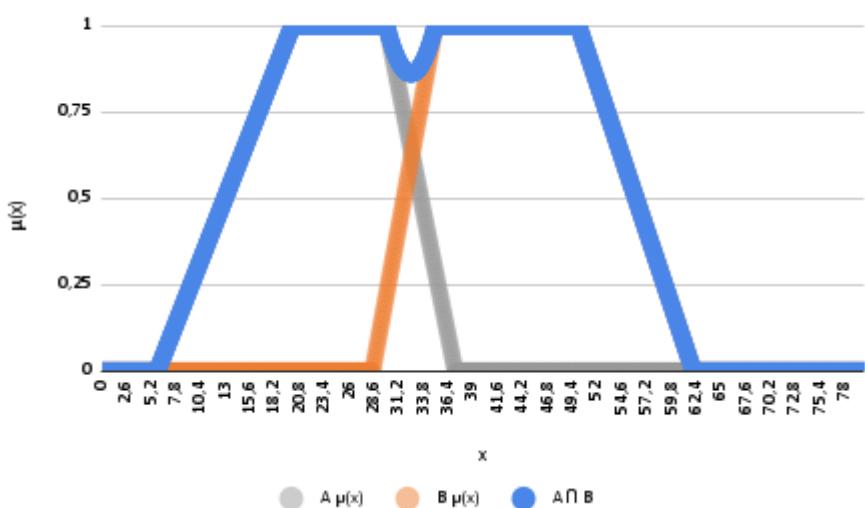
Алгебраическое умножение A•B



Алгебраическое сложение (A+B):

$$\mu_{A+B}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 5.829 \\ \frac{x - 5.829}{14.171}, & 5.829 < x < 20 \\ 1, & 20 \leq x \leq 29.871 \\ \frac{37.08 - x}{7.209} + \frac{x - 28.4118}{6.5882} - \frac{(37.08 - x)(x - 28.4118)}{7.209 \cdot 6.5882}, & 29.871 < x < 35 \\ 1, & 35 \leq x \leq 50 \\ \frac{62.0736 - x}{12.0736}, & 50 < x < 62.0736 \\ 0, & x \geq 62.0736 \end{cases}$$

Алгебраическое сложение A+B



5. Выводы

В рамках лабораторной работы был выполнен анализ нечётких множеств, заданных функциями принадлежности, построенными на основе экспертных оценок. Для множества «Очень_близко» проведена нормализация, поскольку оно являлось субнормальным. Для всех множеств определены их основные свойства: носитель, области чёткости и нечёткости, области истинности и ложности, точки перехода, α -срез при уровне 0,4 и высота. Эти характеристики позволяют формально описать смысл лингвистических термов, которые могут использоваться в системе нечёткого управления.

На примере множества «Близко» были последовательно применены операции над одним нечётким множеством: дополнение, умножение на константу, расширение, усечение, а также концентрация и растяжение с заданными коэффициентами. Для каждой операции построен график, наглядно отражающий изменение формы функции принадлежности.

Далее на примере пары множеств «Близко» и «Среднее» выполнены операции над двумя нечёткими множествами: эквивалентность, включение в обе стороны, объединение, пересечение, алгебраическое умножение и сложение. Аналитическое описание результатов этих операций потребовало построения кусочно-заданных функций с учётом зон перекрытия исходных функций принадлежности, что в ряде случаев привело к появлению нелинейных выражений и усложнению математической формы.

Проведённое исследование подтвердило, что аппарат нечётких множеств предоставляет гибкий инструментарий для формализации качественных экспертных оценок и моделирования логических условий в системах принятия решений, работающих в условиях неполноты и неопределённости данных, таких как системы управления автономными мобильными роботами.