Лабораторная работа №2

Задача о погоне. Вариант №38

Щербак Маргарита Романовна
НПИбд-02-21
Студ. билет: 1032216537

2024

RUDN

Цель работы

Рассмотреть пример построения математических моделей для выбора правильной стратегии при решении задач поиска. С помощью примера научиться решать задачи такого типа. Ознакомиться с основами языков программирования Julia и OpenModelica. Освоить библиотеки этих языков, необходимые для визуализации данных и решения дифференциальных уравнений. Применить полученные знания к решению задачи о погоне.

Задание. Задача о погоне

Я выполняю свой вариант лабораторной работы №38 по данной формуле:

$(N_{student} mod K_{ofvariants})$ + 1 = (1032216537 % 70) + 1 = 38.

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 19 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 5.1 раза больше скорости браконьерской лодки.

Задачи

1. Записать уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найти точку пересечения траектории катера и лодки.

Теоретическое введение

Scilab - интерактивная система для численных вычислений, анализа данных и визуализации результатов, обеспечивающая удобное решение математических задач разной сложности, включая уравнения, обработку сигналов и построение графиков.

Julia - высокоуровневый язык программирования для эффективных математических вычислений и программирования общего назначения.

Теоретическое введение

Тангенциальная скорость – это составляющая вектора скорости, перпендикулярная линии, соединяющей источник и наблюдателя. Она измеряется через угловое перемещение источника.

Радиальная скорость – это проекция скорости точки на прямую, соединяющую её с выбранным началом координат.

Полярная система координат – двумерная система координат, в которой каждая точка на плоскости определяется полярным углом и полярным радиусом.

Момент отсчета времени — момент первого рассеивания тумана. Введем полярные координаты с центром в точке обнаружения лодки браконьеров и осью, проходящей через точку нахождения катера береговой охраны (рис.1). Тогда начальные координаты катера (19; 0).

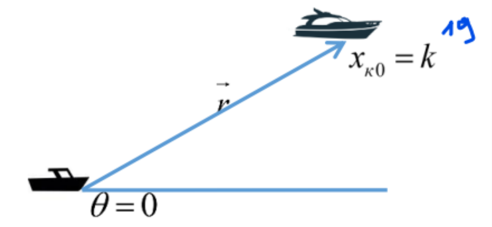


Рис. 1: Положение катера и лодки в начальный момент времени

Построение математической модели

Траектория катера должна соответствовать тому, чтобы он всегда находился на одном расстоянии от полюса, чтобы пересечь траекторию лодки. Катер береговой охраны сначала движется прямолинейно, чтобы сравняться с расстоянием до полюса лодки браконьеров, затем движется вокруг полюса с такой же скоростью, как лодка. Расстояние x, с которого катер начнет движение вокруг полюса, находится из уравнения времени, которое они потратят на пройденное расстояние.

Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x, а катер $19 - x$ (или $19 + x$, в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как x/v или $(19 - x)/5,1v$ (во втором случае $(19 + x)/5,1v$).Тогда неизвестное расстояние x можно найти из следующего уравнения:

$\frac{x}{v}$=$\frac{19-x}{5,1v}$ в первом случае

или

$\frac{x}{v}$=$\frac{19+x}{5,1v}$ во втором случае

Отсюда мы найдем два значения x_1 = $\frac{190}{61}$, x_2 = $\frac{190}{41}$.

Раскладываем скорость катера на две составляющие: v_r - радиальная скорость и v_τ - тангенциальная скорость (рис. 2). Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса, v_r = $\frac{dr}{dt}$. Полагаем, что $\frac{dr}{dt}$ = v. Тангенциальная скорость равна v_τ = r $\frac{d\Theta}{dt}$

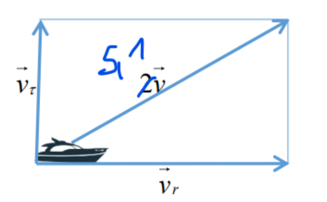


Рис. 2: Разложение скорости катера на тангенциальную и радиальную составляющие

Из рисунка видно: v_τ = $\sqrt{26.01v^2 - v^2}$= $v\sqrt{25.01}$ Тогда получаем: $r\,\frac{d\Theta}{dt}$ = $v\sqrt{25.01}$.

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r\frac{d\Theta}{dt} = v\sqrt{25.01} \end{cases}$$

с начальными условиями

$$\begin{cases} \Theta_0 = 0 \\ r_0 = \frac{19}{6,1} \end{cases}$$

или

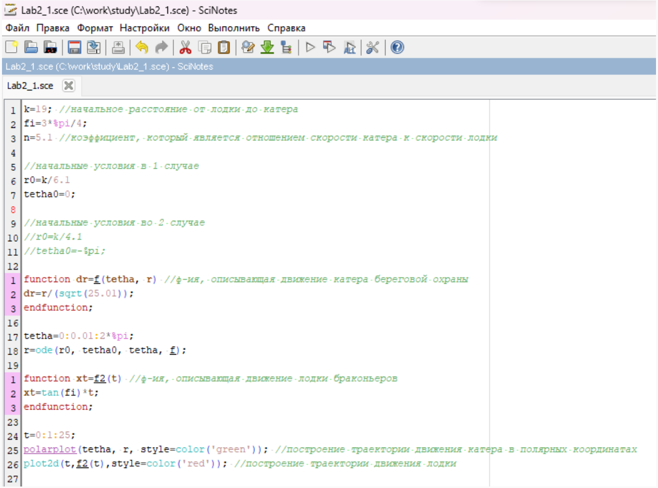
$$\begin{cases} \Theta_0 = -\pi \\ r_0 = \frac{19}{4,1} \end{cases}$$

Исключая из полученной системы производную по t, можно перейти к следующему уравнению (с прежними начальными условиями):

$\frac{dr}{d\Theta} = \frac{r}{\sqrt{25.01}}$

Решением этого уравнения с заданными начальными условиями и будет являться траектория движения катера в полярных координатах.

Код в Scilab. Код представлен для двух случаев (рис.3).




```
k=19; //начальное расстояние от лодки до катера
fi=3*%pi/4;
n=5.1 //коэффициент, который является отношением скорости катера к скорости лодки

//начальные условия в 1 случае
r0=k/6.1
tetha0=0;

//начальные условия во 2 случае
//r0=k/4.1
//tetha0=-%pi;

function dr=f(tetha, r) //ф-ия, описывающая движение катера береговой охраны
dr=r/(sqrt(25.01));
endfunction;

tetha=0:0.01:2*%pi;
r=ode(r0, tetha0, tetha, f);

function xt=f2(t) //ф-ия, описывающая движение лодки браконьеров
xt=tan(fi)*t;
endfunction;

t=0:1:25;
polarplot(tetha, r, style=color('green')); //построение траектории движения катера в полярных координатах
plot2d(t,f2(t),style=color('red')); //построение траектории движения лодки
```

Рис. 3: Код в Scilab

Определила траектории катера (green) и лодки (red) для 1 случая (рис.4)

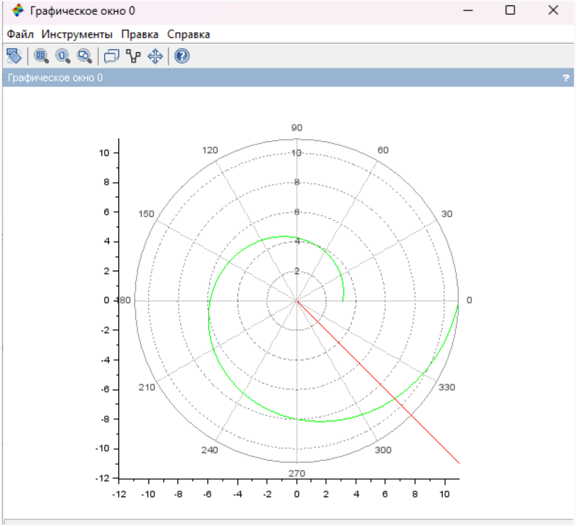


Рис. 4: Траектория катера и лодки (1 случай)

Определила точку пересечения катера и лодки для 1 случая (рис.5)

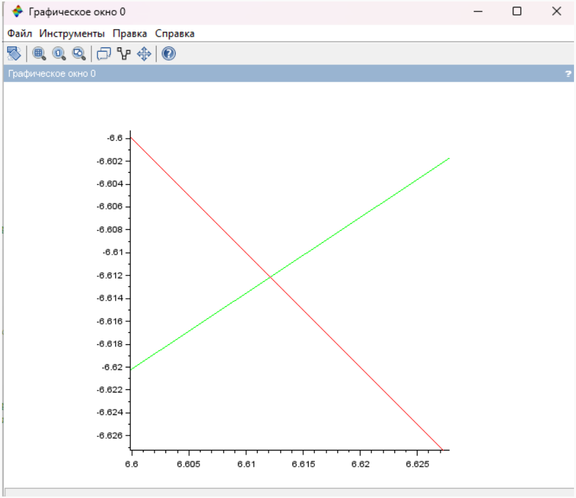


Рис. 5: Точка пересечения катера и лодки (1 случай) $(6.6121; -6.6122)$

Определила траектории катера (green) и лодки (red) для 2 случая (рис.6)

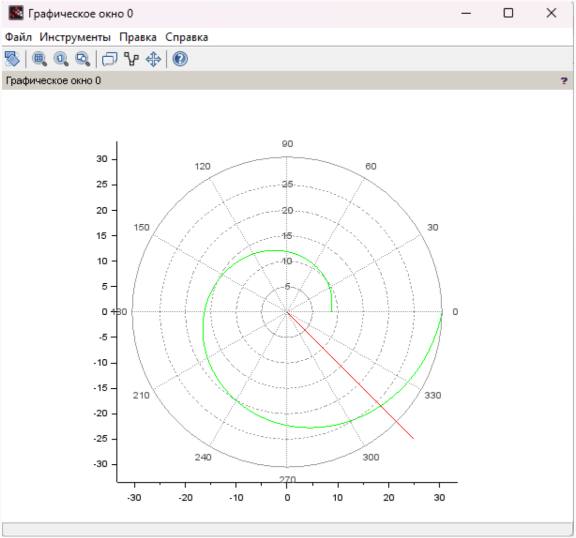


Рис. 6: Траектория катера и лодки (2 случай)

Определила точку пересечения катера и лодки для 2 случая (рис.7)

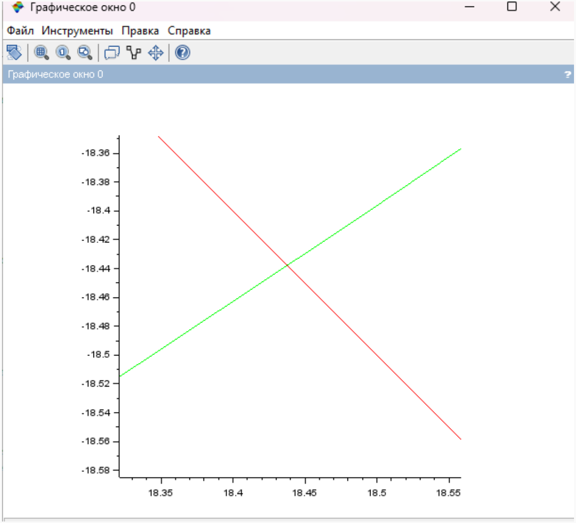


Рис. 7: Точка пересечения катера и лодки (2 случай) $(18.4378; -18.4378)$

Анализ полученных результатов

Так, были построены графики для обоих случаев. На них получилось отрисовать трактерию катера, траекторию лодки и получилось наглядно найти их точки пересечения. Задача о погоне решена.

Вывод

Таким образом, в ходе ЛР№2 я рассмотрела пример построения математических моделей для выбора правильной стратегии при решении задач поиска. С помощью примера научилась решать задачи такого типа. Изучила основы языков программирования Julia и OpenModelica. Освоены библиотеки этих языков, которые используются для построения графиков и решения дифференциальных уравнений. Поскольку OpenModelica не работает с полярными координатами, она пока что не была использована в данной лабораторной работе.

Список литературы. Библиография

1. Scilab documentation. [Электронный ресурс]. M. URL: Scilab documentation (Дата обращения: 15.02.2024).
2. Документация по Julia. [Электронный ресурс]. M. URL: Julia 1.10 Documentation (Дата обращения: 15.02.2024).
3. Документация по OpenModelica. [Электронный ресурс]. M. URL: openmodelica (Дата обращения: 15.02.2024).
4. Решение дифференциальных уравнений. [Электронный ресурс]. M. URL: wolframalpha (Дата обращения: 15.02.2024).