

Лабораторная работа №4

Модель гармонических колебаний. Вариант №38

Щербак Маргарита Романовна

НПИбд-02-21

Студ. билет: 1032216537

2024

RUDN

Изучить понятие гармонического осциллятора, рассмотреть модели линейного гармонического осциллятора, построить фазовый портрет и найти решение уравнения гармонического осциллятора. С помощью рассмотренного примера научиться решать задачи такого типа для разных случаев.

Линейный гармонический осциллятор представляет из себя дифференциальное уравнение, которое в теории колебаний выступает в качестве основной модели. Гармонический осциллятор представляет собой систему, которая при отклонении от положения равновесия подвергается воздействию возвращающей силы F , пропорциональной величине отклонения x .

Гармоническое колебание является типом колебательного движения, при котором параметры движения (такие как смещение, скорость, ускорение и т. д.) изменяются в соответствии с гармоническим законом, описываемым синусоидальной или косинусоидальной функцией.

1. Изучить понятие гармонического осциллятора
2. Ознакомиться с уравнением свободных колебаний гармонического осциллятора
3. Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения на языках Julia и Modelica гармонического осциллятора для следующих случаев:
 - Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы;
 - Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы;
 - Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы.

Задание. Модель гармонических колебаний

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев:

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 21x = 0$$

2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 2.2\dot{x} + 2.3x = 0$$

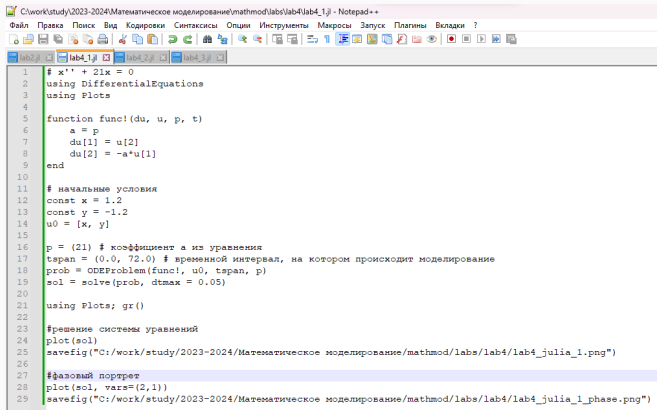
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

$$\ddot{x} + 2.4\dot{x} + 2.5x = 0.2\sin(2.6t)$$

На интервале $t \in [0; 72]$ (шаг 0.05) с начальными условиями $x_0 = 1.2$, $y_0 = -1.2$

Выполнение лабораторной работы (1 случай). Julia

Код программы и результаты (рис.1 - рис.3):



```
1 # x'' + 21x = 0
2 using DifferentialEquations
3 using Plots
4
5 function func!(du, u, p, t)
6     a = p
7     du[1] = u[2]
8     du[2] = -a*u[1]
9 end
10
11 # начальные условия
12 const x = 1.2
13 const y = -1.2
14 u0 = [x, y]
15
16 p = (21) # коэффициент a из уравнения
17 tspan = (0.0, 72.0) # временной интервал, на котором происходит моделирование
18 prob = ODEProblem(func!, u0, tspan, p)
19 sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
20
21 using Plots; gr()
22
23 #решение системы уравнений
24 plot(sol)
25 savefig("C:/work/study/2023-2024/Математическое моделирование/mathmod/labs/lab4/lab4_julia_1.png")
26
27 #фазовый портрет
28 plot(sol, vars=(2,1))
29 savefig("C:/work/study/2023-2024/Математическое моделирование/mathmod/labs/lab4/lab4_julia_1_phase.png")
```

Рис. 1: Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

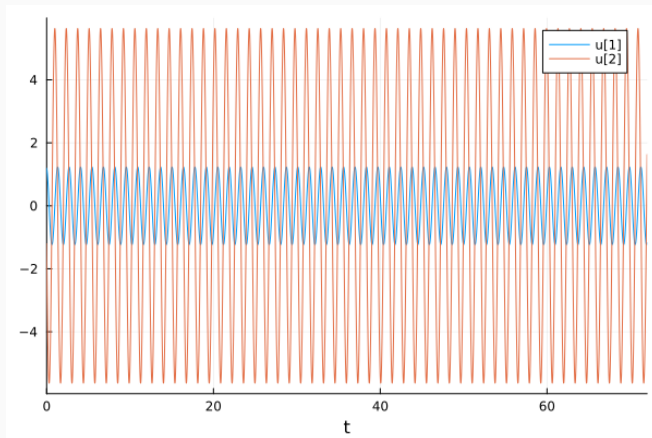


Рис. 2: Решение уравнения для колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

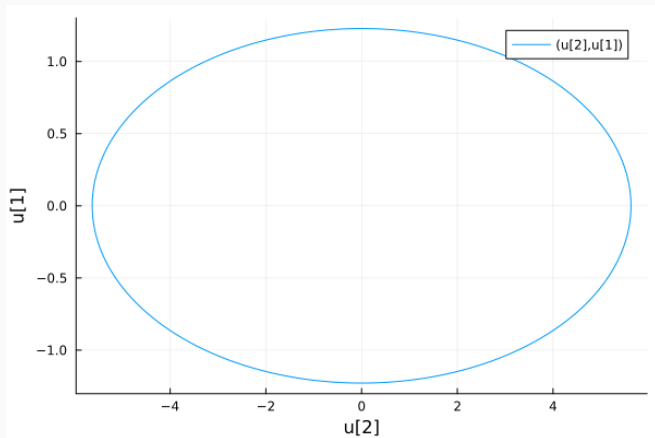
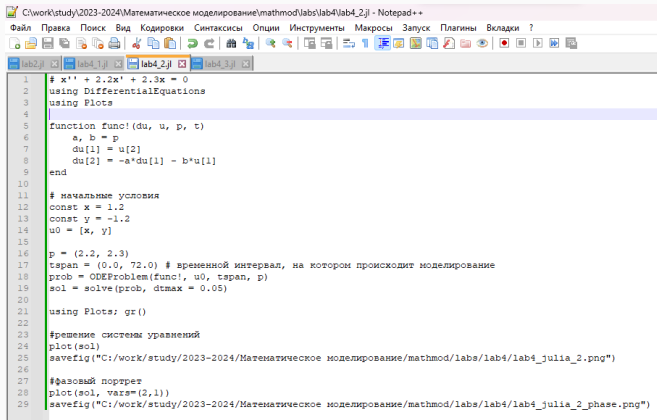


Рис. 3: Фазовый портрет для колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

Выполнение лабораторной работы (2 случай). Julia

Код программы и результаты (рис.4 - рис.6):



```
1 # x'' + 2.2x' + 2.3x = 0
2 using DifferentialEquations
3 using Plots
4
5 function func!(du, u, p, t)
6     a, b = p
7     du[1] = u[2]
8     du[2] = -a*du[1] - b*u[1]
9 end
10
11 # начальные условия
12 const x = 1.2
13 const y = -1.2
14 u0 = [x, y]
15
16 p = (2.2, 2.3)
17 tspan = (0.0, 72.0) # временной интервал, на котором происходит моделирование
18 prob = ODEProblem(func!, u0, tspan, p)
19 sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
20
21 using Plots; gr()
22
23 #решение системы уравнений
24 plot(sol)
25 savefig("C:/work/study/2023-2024/Математическое моделирование/mathmod/labs/lab4/lab4_julia_2.png")
26
27 #фазовый портрет
28 plot(sol, vars=(2,1))
29 savefig("C:/work/study/2023-2024/Математическое моделирование/mathmod/labs/lab4/lab4_julia_2_phase.png")
```

Рис. 4: Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

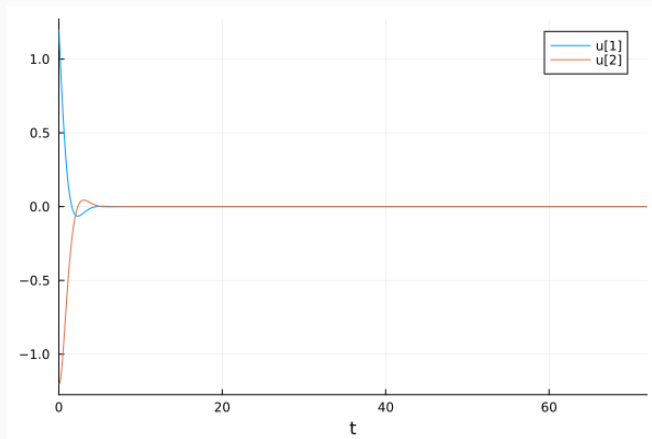


Рис. 5: Решение уравнения для колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

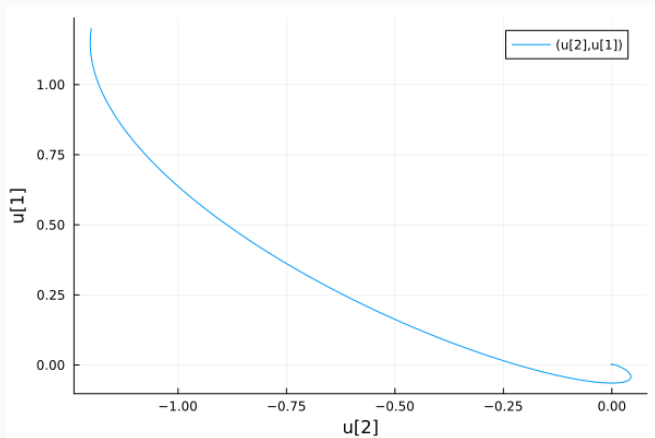
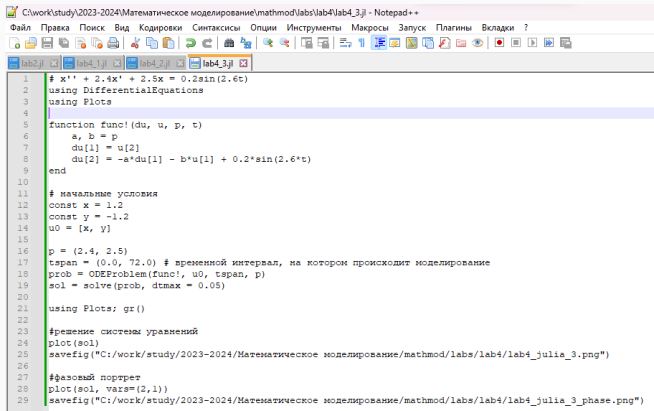


Рис. 6: Фазовый портрет для колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

Код программы и результаты (рис.7 - рис.9):



```
1 # x'' + 2.4x' + 2.5x = 0.2sin(2.6t)
2 using DifferentialEquations
3 using Plots
4
5 function func!(du, u, p, t)
6     a, b = p
7     du[1] = u[2]
8     du[2] = -a*u[1] - b*u[1] + 0.2*sin(2.6*t)
9 end
10
11 # начальные условия
12 const x = 1.2
13 const y = -1.2
14 u0 = [x, y]
15
16 p = (2.4, 2.5)
17 tspan = (0.0, 72.0) # временной интервал, на котором происходит моделирование
18 prob = ODEProblem(func!, u0, tspan, p)
19 sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
20
21 using Plots; gr()
22
23 # решение системы уравнений
24 plot(sol)
25 savefig("C:/work/study/2023-2024/Математическое моделирование/mathmod/labs/lab4/lab4_julia_3.png")
26
27 # фазовый портрет
28 plot(sol, vars=(2,1))
29 savefig("C:/work/study/2023-2024/Математическое моделирование/mathmod/labs/lab4/lab4_julia_3_phase.png")
```

Рис. 7: Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

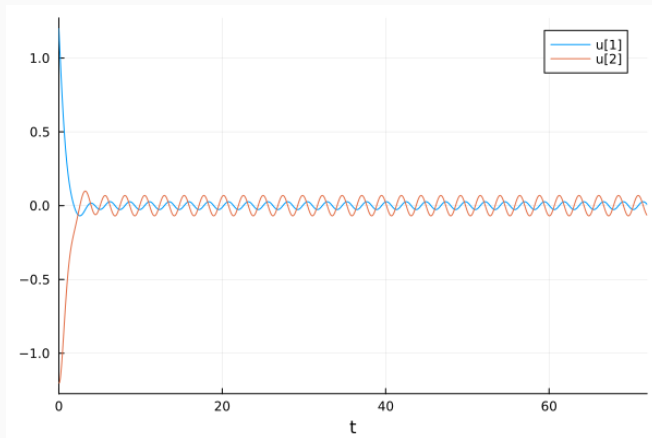


Рис. 8: Решение уравнения для колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

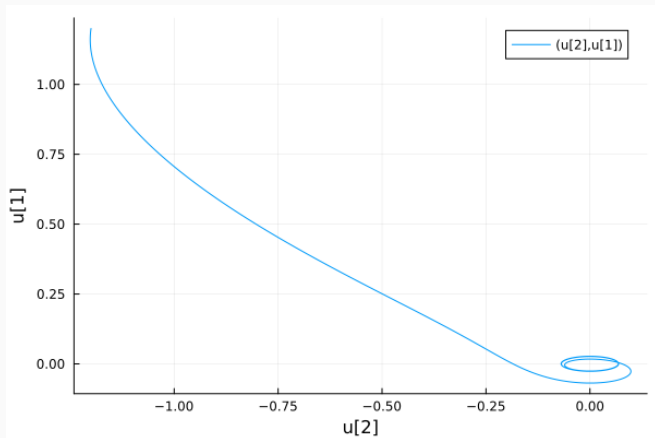


Рис. 9: Фазовый портрет для колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

Написала код для 3х случаев в OpenModelica (рис.10).

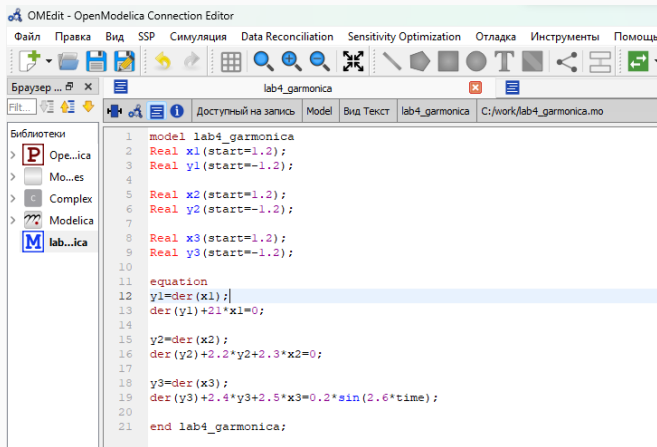


Рис. 10: Код в OpenModelica для 3 случаев

Задала параметры симуляции (рис.11).

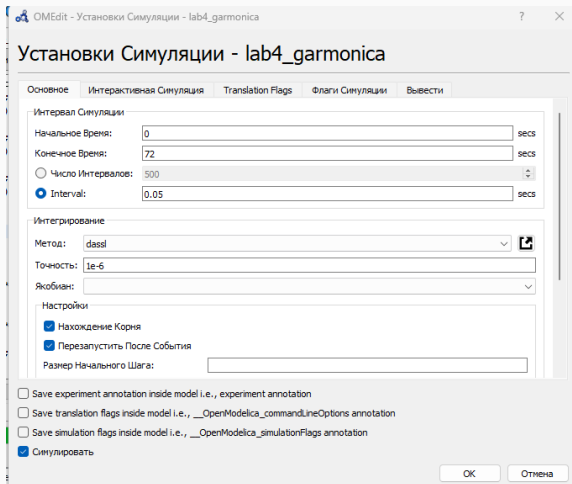


Рис. 11: Параметры симуляции

Выполнение лабораторной работы (1 случай). OpenModelica

Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы (рис.12 - рис.13).

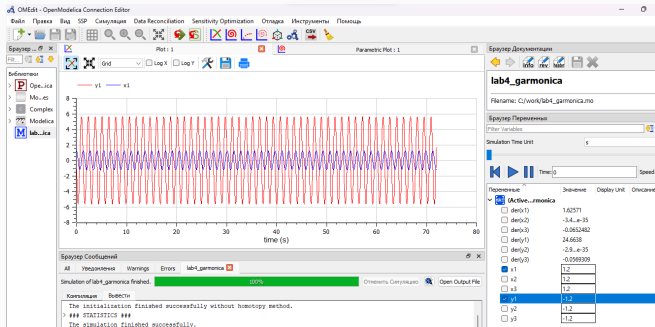


Рис. 12: Решение уравнения для колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

Выполнение лабораторной работы (1 случай). OpenModelica

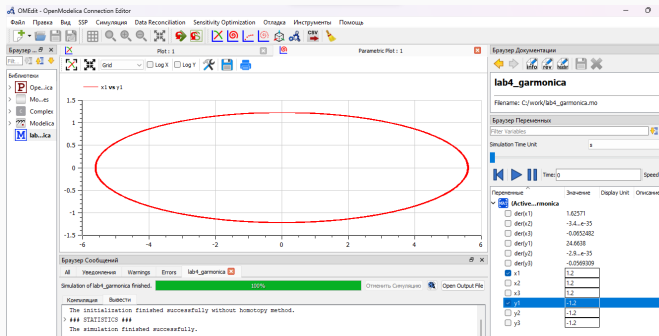


Рис. 13: Фазовый портрет для колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

Выполнение лабораторной работы (2 случай). OpenModelica

Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы (рис.14 - рис.15).

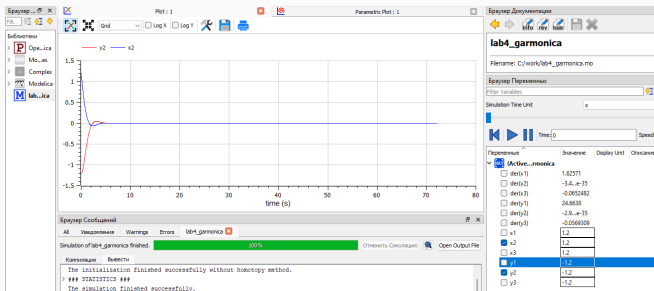


Рис. 14: Решение уравнения для колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

Выполнение лабораторной работы (2 случай). OpenModelica

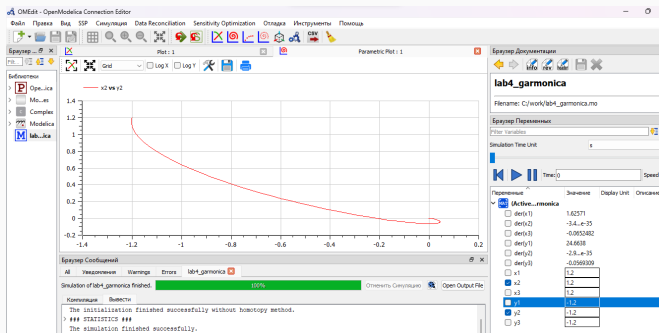


Рис. 15: Фазовый портрет для колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

Выполнение лабораторной работы (3 случай). OpenModelica

Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы (рис.16 - рис.17).

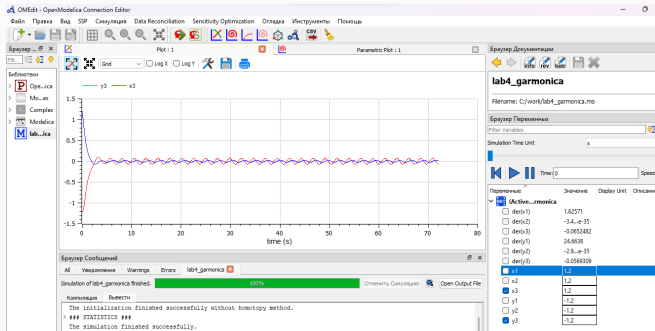


Рис. 16: Решение уравнения для колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

Выполнение лабораторной работы (3 случай). OpenModelica

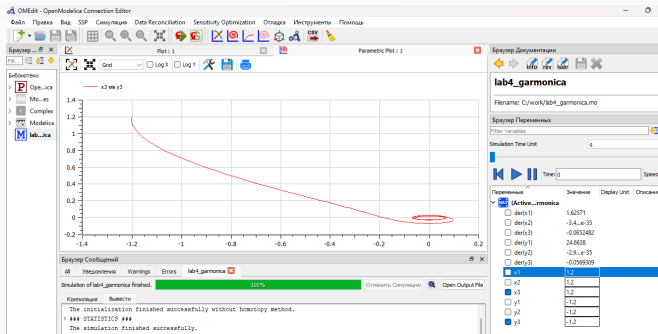


Рис. 17: Фазовый портрет для колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

В результате работы я создала три модели колебаний, каждая из которых включает в себя два графика, используя языки программирования Julia и Modelica. Моделирование колебаний на языке Modelica требует меньше строк кода по сравнению с аналогичным моделированием на Julia.

Таким образом, в ходе ЛРН№4 я изучила понятие гармонического осциллятора, рассмотрела модели линейного гармонического осциллятора, построила фазовый портрет и нашла решение уравнения гармонического осциллятора на языках Julia и Modelica в 3 случаях.

1. Бутиков И. Е. Собственные колебания линейного осциллятора. Учебное пособие [Электронный ресурс]. М. URL: Собственные колебания линейного осциллятора (Дата обращения: 20.02.2024).
2. Документация по Julia. [Электронный ресурс]. М. URL: Julia 1.10 Documentation (Дата обращения: 20.02.2024).
3. Документация по OpenModelica. [Электронный ресурс]. М. URL: openmodelica (Дата обращения: 20.02.2024).
4. Решение дифференциальных уравнений. [Электронный ресурс]. М. URL: wolframalpha (Дата обращения: 20.02.2024).