Отчёт по лабораторной работе №3 Математическое моделирование

Модель боевых действий. Вариант №38

Щербак Маргарита Романовна, НПИбд-02-21

2024

Содержание

Список иллюстраций

Цель работы

Рассмотреть простейшие модели боевых действий – модели Ланчестера. С помощью рассмотренного примера научиться решать задачи такого типа.

Задачи

1. Построить графики изменения численности войск армии X и армии Y для следующих случаев:

- Модель боевых действий между регулярными войсками;
- Модель ведения боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов.

2. Определить победителя в каждом из случаев.

Теоретическое введение

Законы Ланчестера — математическая формула для расчета относительных сил пары сражающихся сторон — подразделений вооруженных сил [1].

Уравнения Ланчестера — это дифференциальные уравнения, описывающие зависимость между силами сражающихся сторон A и D как функцию от времени, причем функция зависит только от A и D [1].

Рассмотрим три случая ведения боевых действий:

1. Боевые действия между регулярными войсками;
2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов;
3. Боевые действия между партизанскими отрядами.

В первом случае численность регулярных войск определяется тремя факторами:

- скорость уменьшения численности войск из-за причин, не связанных с боевыми действиями (болезни, травмы, дезертирство);
- скорость потерь, обусловленных боевыми действиями противоборствующих сторон (что связанно с качеством стратегии, уровнем вооружения, профессионализмом солдат и т.п.);
- скорость поступления подкрепления (задаётся некоторой функцией от времени).

В этом случае модель боевых действий между регулярными войсками описывается следующим образом:

$\frac{dx}{dt}=-a(t)x(t)-b(t)y(t)+P(t)$

$\frac{dy}{dt}=-c(t)x(t)-h(t)y(t)+Q(t)$

Потери, не связанные с боевыми действиями, описывают члены $-a(t)x(t)$ и $-h(t)y(t)$, члены $-b(t)y(t)$ и $-c(t)x(t)$ отражают потери на поле боя. Коэффициенты $b(t)$ и $c(t)$

указывают на эффективность боевых действий со стороны y и x соответственно, $a(t), h(t)$ - величины, характеризующие степень влияния различных факторов на потери. Функции $P(t), Q(t)$ учитывают возможность подхода подкрепления к войскам X и Y в течение одного дня.

Во втором случае в борьбу добавляются партизанские отряды. Нерегулярные войска в отличии от постоянной армии менее уязвимы, так как действуют скрытно, в этом случае сопернику приходится действовать неизбирательно, по площадям, занимаемым партизанами. Поэтому считается, что темп потерь партизан, проводящих свои операции в разных местах на некоторой известной территории, пропорционален не только численности армейских соединений, но и численности самих партизан. В результате модель принимает вид:

$$\frac{dx}{dt}=-a(t)x(t)-b(t)y(t)+P(t)$$
$$\frac{dy}{dt}=-c(t)x(t)y(t)-h(t)y(t)+Q(t)$$

В этой системе все величины имеют тот же смысл, что и в системе в 1 случае.

Модель ведение боевых действий между партизанскими отрядами с учетом предположений, сделанных в предыдущем случае, имеет вид:

$$\frac{dx}{dt}=-a(t)x(t)-b(t)x(t)y(t)+P(t)$$
$$\frac{dy}{dt}=-h(t)y(t)-c(t)x(t)y(t)+Q(t)$$

Выполнение лабораторной работы

Условие задачи

Я выполняю свой вариант лабораторной работы №38 по данной формуле $(N_{student} mod K_{ofvariants})$ + 1 = (1032216537 % 70) + 1 = 38.

Между страной X и страной Y идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями $x(t)$ и $y(t)$. В начальный момент времени страна X имеет армию численностью 882000 человек, а в распоряжении страны Y армия численностью в 747000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты a, b, c, h постоянны. Также считаем, что $P(t)$ и $Q(t)$ - непрерывные функции.

1. Модель боевых действий между регулярными войсками:

$\frac{dx}{dt}$=$-0,4x(t) - 0,67y(t) + sin(3t) + 1$
$\frac{dy}{dt}$=$-0,77x(t) - 0,14y(t) + cos(2t) + 2$

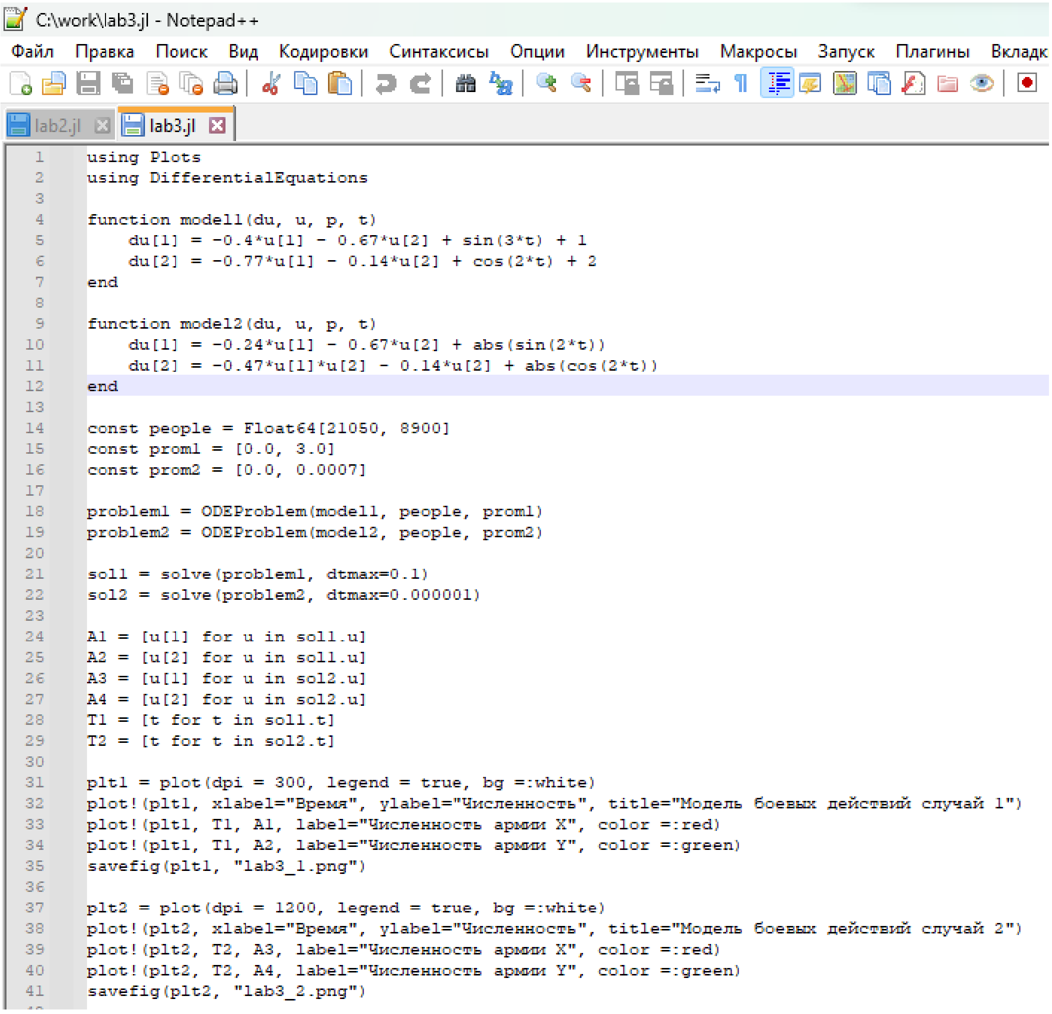
2. Модель ведения боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов:

$\frac{dx}{dt}$=$-0,24x(t) - 0,67y(t) + |sin(2t)|$
$\frac{dy}{dt}$=$-0,47x(t)y(t) - 0,14y(t) + |cos(2t)|$

Julia

Julia – это высокоуровневый язык программирования с динамической типизацией, созданный для эффективных математических вычислений и написания программ общего назначения [2].

Для решения дифференциального уравнения, описанного в постановке задачи лабораторной работы, можно использовать библиотеку DifferentialEquations. Для построения графиков можно воспользоваться библиотекой Plots (рис.1):



```
using Plots
using DifferentialEquations

function model1(du, u, p, t)
    du[1] = -0.4*u[1] - 0.67*u[2] + sin(3*t) + 1
    du[2] = -0.77*u[1] - 0.14*u[2] + cos(2*t) + 2
end

function model2(du, u, p, t)
    du[1] = -0.24*u[1] - 0.67*u[2] + abs(sin(2*t))
    du[2] = -0.47*u[1]*u[2] - 0.14*u[2] + abs(cos(2*t))
end

const people = Float64[21050, 8900]
const prom1 = [0.0, 3.0]
const prom2 = [0.0, 0.0007]

problem1 = ODEProblem(model1, people, prom1)
problem2 = ODEProblem(model2, people, prom2)

sol1 = solve(problem1, dtmax=0.1)
sol2 = solve(problem2, dtmax=0.000001)

A1 = [u[1] for u in sol1.u]
A2 = [u[2] for u in sol1.u]
A3 = [u[1] for u in sol2.u]
A4 = [u[2] for u in sol2.u]
T1 = [t for t in sol1.t]
T2 = [t for t in sol2.t]

plt1 = plot(dpi = 300, legend = true, bg =:white)
plot!(plt1, xlabel="Время", ylabel="Численность", title="Модель боевых действий случай 1")
plot!(plt1, T1, A1, label="Численность армии X", color =:red)
plot!(plt1, T1, A2, label="Численность армии Y", color =:green)
savefig(plt1, "lab3_1.png")

plt2 = plot(dpi = 1200, legend = true, bg =:white)
plot!(plt2, xlabel="Время", ylabel="Численность", title="Модель боевых действий случай 2")
plot!(plt2, T2, A3, label="Численность армии X", color =:red)
plot!(plt2, T2, A4, label="Численность армии Y", color =:green)
savefig(plt2, "lab3_2.png")
```

Рис. 1: Код для двух случаев

Получим следующие графики (рис.2 - рис.3):

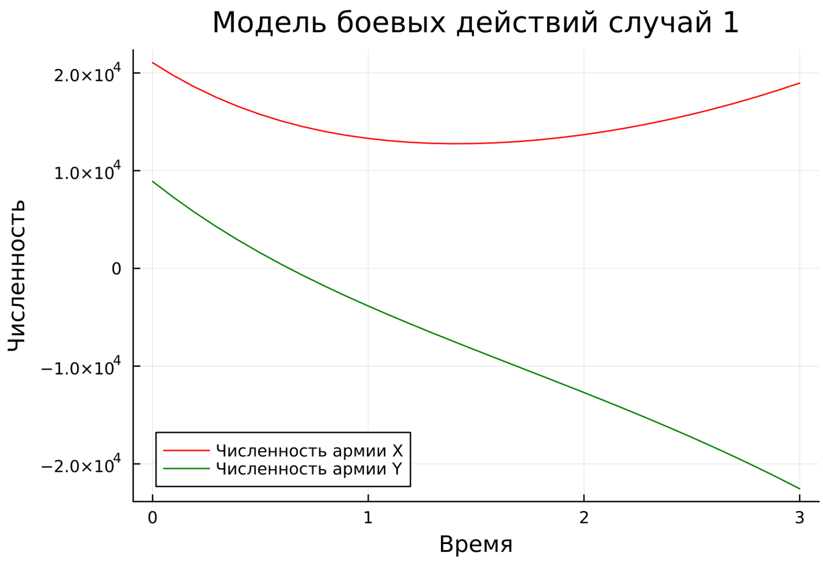


Рис. 2: Модель боевых действий между регулярными войсками

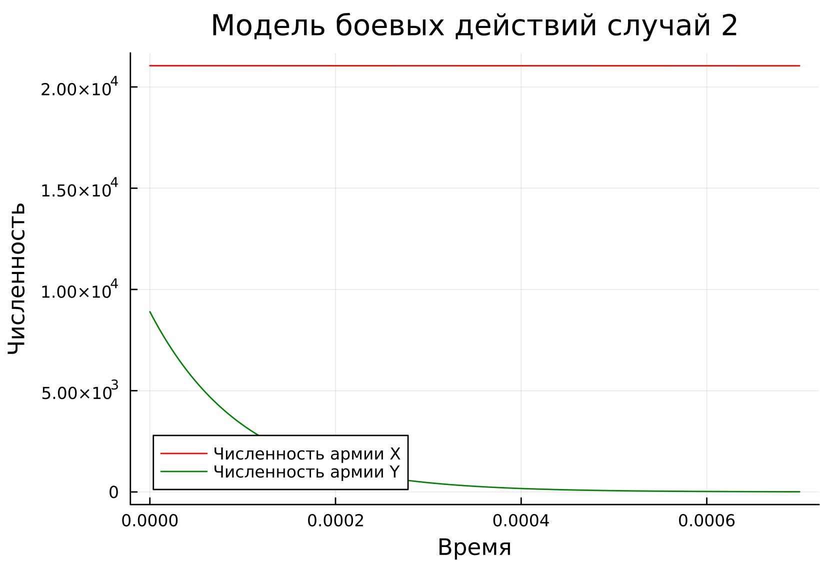


Рис. 3: Модель боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

OpenModelica

OpenModelica – это свободное программное обеспечение для моделирования и анализа сложных динамических систем, основанное на языке Modelica. OpenModelica приближается по функциональности к таким инструментам, как Matlab Simulink и Scilab xCos, но обладает более удобным представлением системы уравнений [3]. Решение задачи для двух случаев (рис.4):

Доступный на запись | Model | Вид Текст | task3 | C:/Users/Acer/Downloads/task3.mo

```
model task3

type Units = Real (unit="Units");

parameter Real a = 0.4;
parameter Real b = 0.67;
parameter Real c = 0.77;
parameter Real h = 0.14;

parameter Real a1 = 0.24;
parameter Real b1 = 0.67;
parameter Real c1 = 0.47;
parameter Real h1 = 0.14;

Units x(start = 882000);
Units y(start = 747000);

Units x1(start = 882000);
Units y1(start = 747000);

equation
der(x) = -a*x - b*y + sin(3*time) + 1;
der(y) = -c*x - h*y + cos(2*time) + 2;

der(x1) = -a1*x1 - b1*y1 + abs(sin(2*time));
der(y1) = -c1*x1*y1 - h1*y1 + abs(cos(2*time));
end task3;
```

Рис. 4: Код в OpenModelica

Из рис.5 видно (1 случай), что армия x (красный цвет) выиграла армию y (синий цвет)

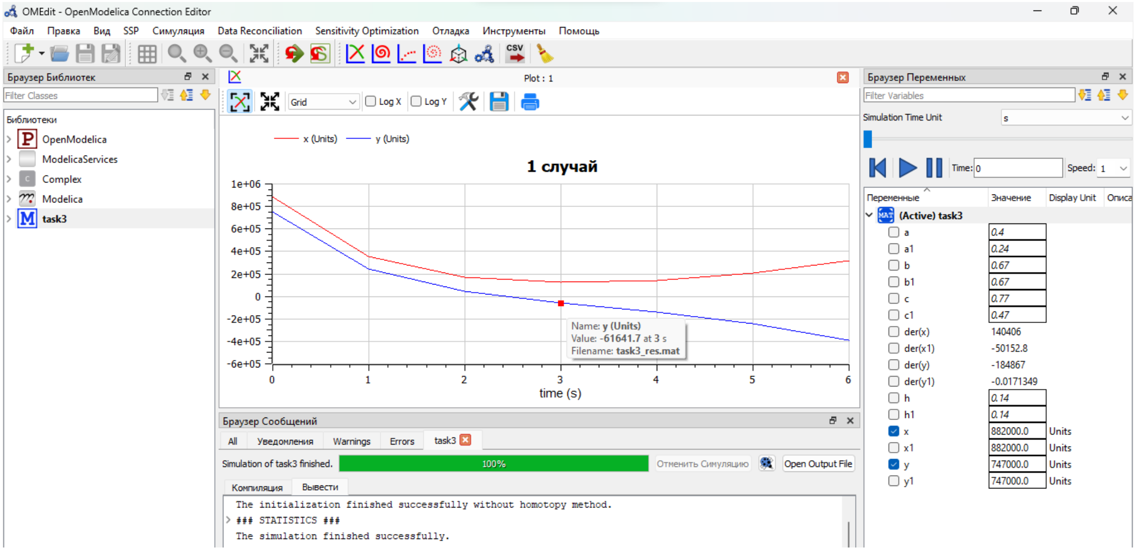


Рис. 5: Модель боевых действий между регулярными войсками

Из рис.6 видно (2 случай), что армия x (красный цвет) выиграла армию y (синий цвет)

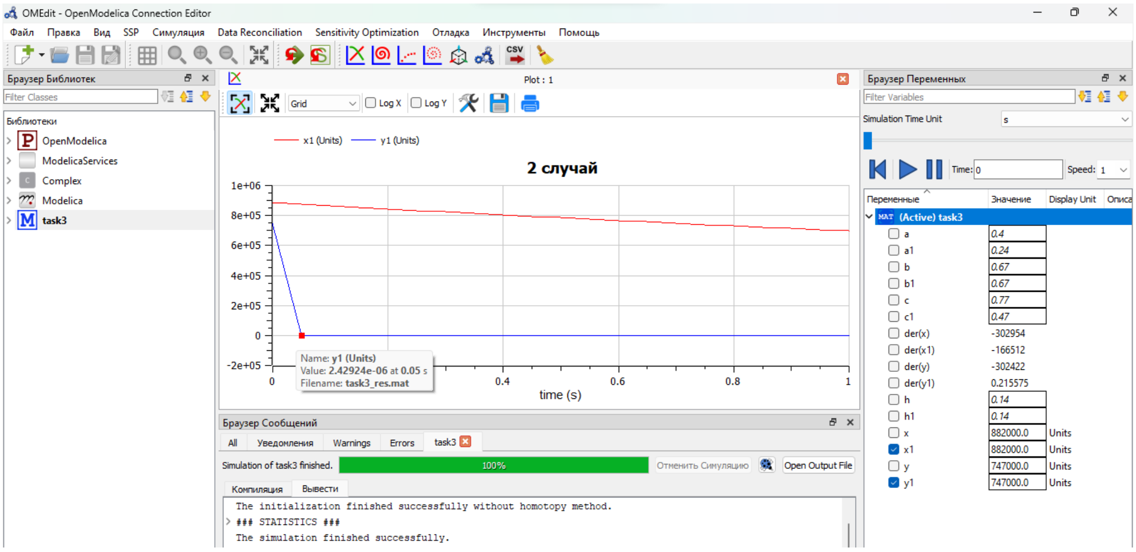


Рис. 6: Модель ведения боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

Анализ и сравнение результатов

Из анализа графиков первой модели видно, что графики, созданные с помощью Julia и OpenModelica, очень похожи друг на друга, хотя могут иметь некоторые различия из-за разных графических ресурсов и настроек масштаба. То же самое наблюдается и на графиках, отражающих столкновение регулярной армии с силами партизан во второй модели. В обоих случаях армия X выходит победителем.

Выводы

Таким образом, в ходе ЛР№3 я рассмотрела простейшие модели боевых действий – модели Ланчестера. С помощью рассмотренного примера научилась решать задачи такого типа. Смогла решить задачу о модели боевых действий, а также все поставленные задачи.

Список литературы

1. Решение дифференциальных уравнений. [Электронный ресурс]. M. URL: wolframalpha (Дата обращения: 15.02.2024).

2. Документация по Julia. [Электронный ресурс]. M. URL: Julia 1.10 Documentation (Дата обращения: 15.02.2024).

3. Документация по OpenModelica. [Электронный ресурс]. M. URL: openmodelica (Дата обращения: 15.02.2024).