

Отчёт по лабораторной работе №7

Математическое моделирование

Эффективность рекламы. Вариант №38

Щербак Маргарита Романовна, НПИбд-02-21

2024

Содержание

Цель работы	4
Теоретическое введение	5
Выполнение лабораторной работы	7
Задание. Вариант 38	7
Julia	7
OpenModelica	14
Анализ и сравнение результатов	18
Выводы	19
Список литературы	20

Список иллюстраций

1	код на Julia для 1 случая	8
2	график распространения рекламы для 1 случая	9
3	код на Julia для 2 случая	10
4	график распространения рекламы для 2 случая	11
5	Максимальное значение	12
6	код на Julia для 3 случая	13
7	график распространения рекламы для 3 случая	14
8	код в OpenModelica	15
9	график распространения рекламы для 1 случая	16
10	график распространения рекламы для 2 случая	16
11	график распространения рекламы для 3 случая	17

Цель работы

Рассмотреть математическую модель распространения рекламы. С помощью рассмотренной модели и теоретических сведений научиться строить модели такого типа.

Теоретическое введение

Организуется рекламная кампания нового товара или услуги. Необходимо, чтобы прибыль будущих продаж с избытком покрывала издержки на рекламу. Вначале расходы могут превышать прибыль, поскольку лишь малая часть потенциальных покупателей будет информирована о новинке. Затем, при увеличении числа продаж, возрастает и прибыль, и, наконец, наступит момент, когда рынок насытится, и рекламировать товар станет бесполезным.

Предположим, что торговыми учреждениями реализуется некоторая продукция, о которой в момент времени t из числа потенциальных покупателей N знает лишь n покупателей. Для ускорения сбыта продукции запускается реклама по радио, телевидению и другим средствам массовой информации. После запуска рекламной кампании информация о продукции начнет распространяться среди потенциальных покупателей путем общения друг с другом. Таким образом, после запуска рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о продукции людей пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей о нем не знающих.

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами. Считаем, что $\frac{dn}{dt}$ – скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить, t – время, прошедшее с начала рекламной кампании, $n(t)$ – число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем, это описывается следующим образом: $\alpha_1(t)(N - n(t))$, где N – общее число потенциальных платежеспособных покупателей, $\alpha_1(t) > 0$ характеризует интенсивность рекламной кампании (зависит от затрат на рекламу в данный момент времени). Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию

среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. са-
рафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной $\alpha_2(t)n(t)(N - n(t))$,
которая увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре. Математическая
модель распространения рекламы описывается уравнением:

$$\frac{dn}{dt} = (\alpha_1(t) + \alpha_2(t)n(t))(N - n(t)).$$

При $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$ получается модель типа модели Мальтуса [malthus_model].

В обратном случае, при $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$ получаем уравнение логистической кривой.

Выполнение лабораторной работы

Задание. Вариант 38

Построить график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением:

1. $\frac{dn}{dt} = (0.25 + 0.000075n(t))(N - n(t))$

2. $\frac{dn}{dt} = (0.000075 + 0.25n(t))(N - n(t))$

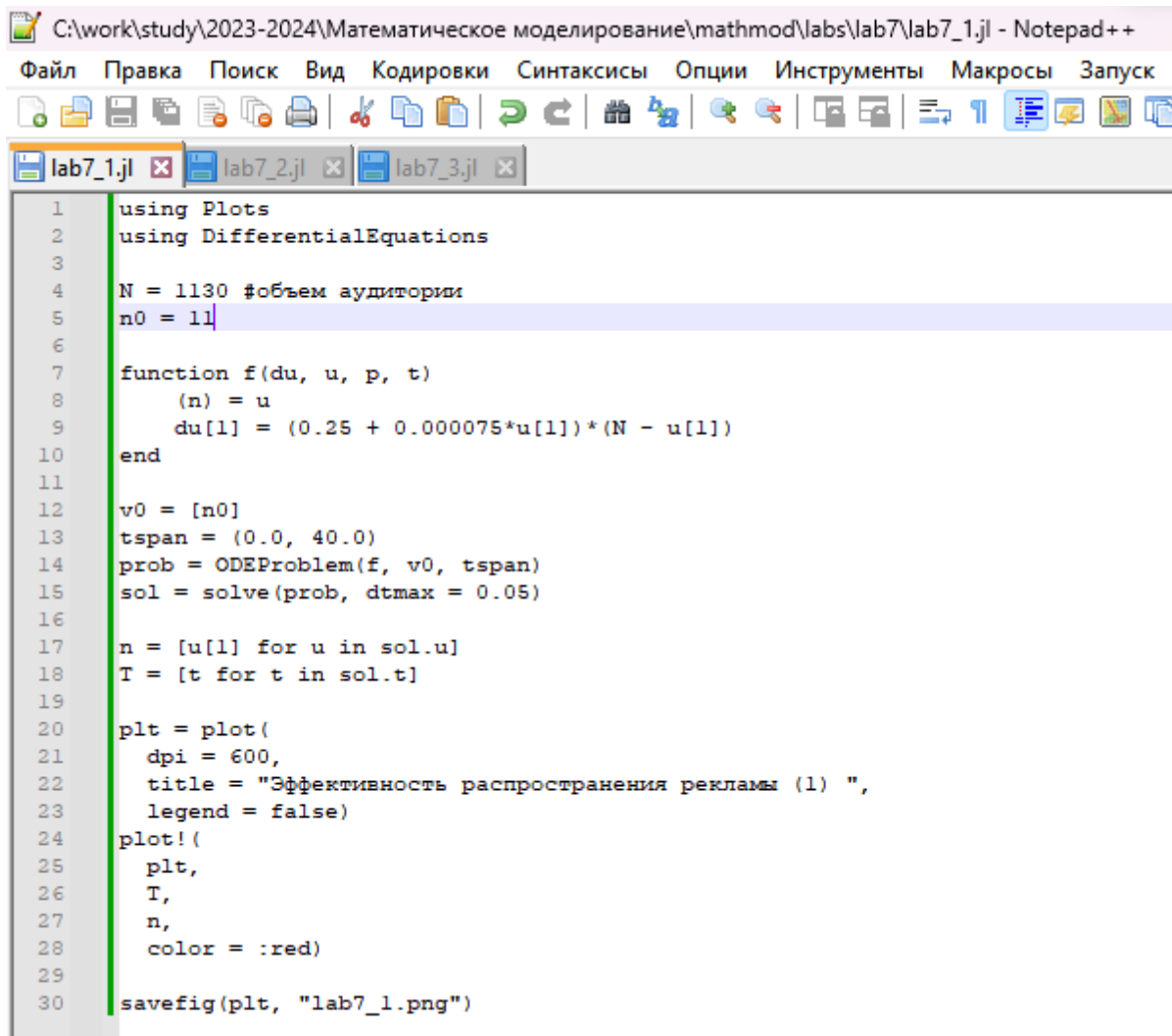
3. $\frac{dn}{dt} = (0.25\sin(t) + 0.75 * t * n(t))(N - n(t))$

При этом объем аудитории $N = 1130$, в начальный момент о товаре знает 11 человек. Для случая 2 определить, в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

Julia

Julia – это высокоуровневый язык программирования с динамической типизацией, созданный для эффективных математических вычислений и написания программ общего назначения [@julialang]. Для решения дифференциального уравнения, описанного в постановке задачи лабораторной работы, можно использовать библиотеку DifferentialEquations. Для построения графиков можно воспользоваться библиотекой Plots.

Код программы для первого случая $\frac{dn}{dt} = (0.25 + 0.000075n(t))(N - n(t))$ (рис.1):



```
1 using Plots
2 using DifferentialEquations
3
4 N = 1130 #объем аудитории
5 n0 = 11
6
7 function f(du, u, p, t)
8     (n) = u
9     du[1] = (0.25 + 0.000075*u[1])*(N - u[1])
10 end
11
12 v0 = [n0]
13 tspan = (0.0, 40.0)
14 prob = ODEProblem(f, v0, tspan)
15 sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
16
17 n = [u[1] for u in sol.u]
18 T = [t for t in sol.t]
19
20 plt = plot(
21     dpi = 600,
22     title = "Эффективность распространения рекламы (1) ",
23     legend = false)
24 plot!(
25     plt,
26     T,
27     n,
28     color = :red)
29
30 savefig(plt, "lab7_1.png")
```

Рис. 1: код на Julia для 1 случая

График показывает изменение числа людей, видящих рекламу, с течением времени (рис.2). В данном случае $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$, следовательно, получаем модель типа модели Мальтуса.

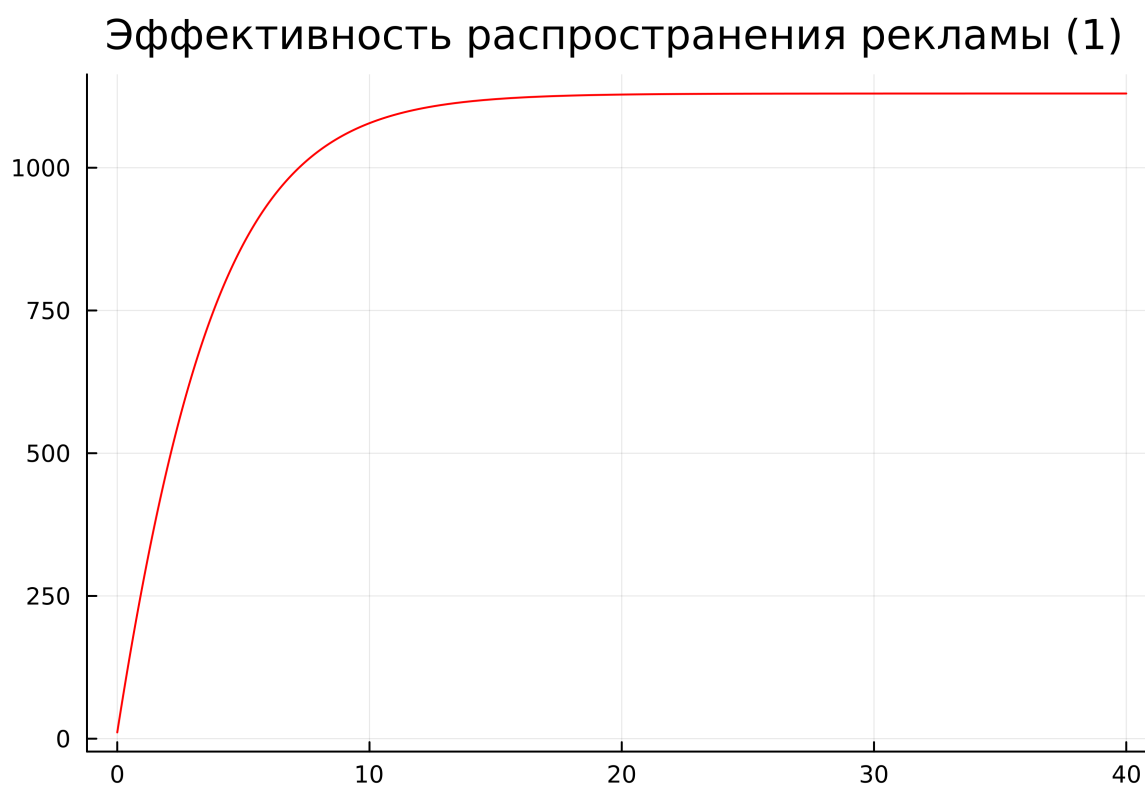


Рис. 2: график распространения рекламы для 1 случая

Код программы для второго случая $\frac{dn}{dt} = (0.000075 + 0.25n(t))(N - n(t))$ (рис.3):

```
C:\work\study\2023-2024\Математическое моделирование\mathmod\labs\lab7\lab7_2.jl - Notepad++
Файл  Правка  Поиск  Вид  Кодировки  Синтаксисы  Опции  Инструменты  Макросы  Запуск

lab7_1.jl  lab7_2.jl  lab7_3.jl

1  using Plots
2  using DifferentialEquations
3
4  N = 1130 #объем аудитории
5  n0 = 11
6
7  function f(du, u, p, t)
8      (n) = u
9      du[1] = (0.000075 + 0.25*u[1])*(N - u[1])
10 end
11
12 v0 = [n0]
13 tspan = (0.0, 0.1)
14 prob = ODEProblem(f, v0, tspan)
15 sol = solve(prob)
16
17 n = [u[1] for u in sol.u]
18 T = [t for t in sol.t]
19
20 plt = plot(
21     dpi = 600,
22     title = "Эффективность распространения рекламы (2) ",
23     legend = false)
24 plot!(
25     plt,
26     T,
27     n,
28     color = :red)
29
30 savefig(plt, "lab7_2.png")
31
```

Рис. 3: код на Julia для 2 случая

График описывает динамику распространения рекламы (рис.4). В данном случае $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$, следовательно, получаем уравнение логистической кривой.

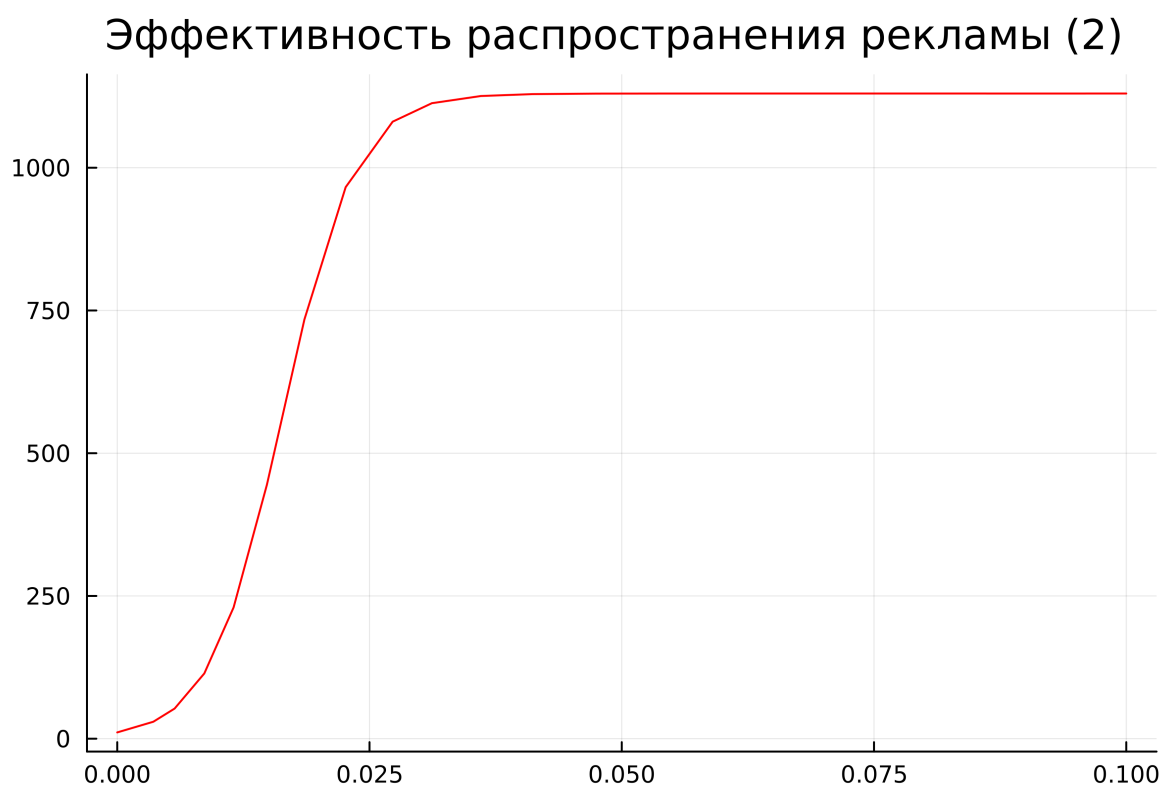


Рис. 4: график распространения рекламы для 2 случая

Определим, в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение (рис.5).

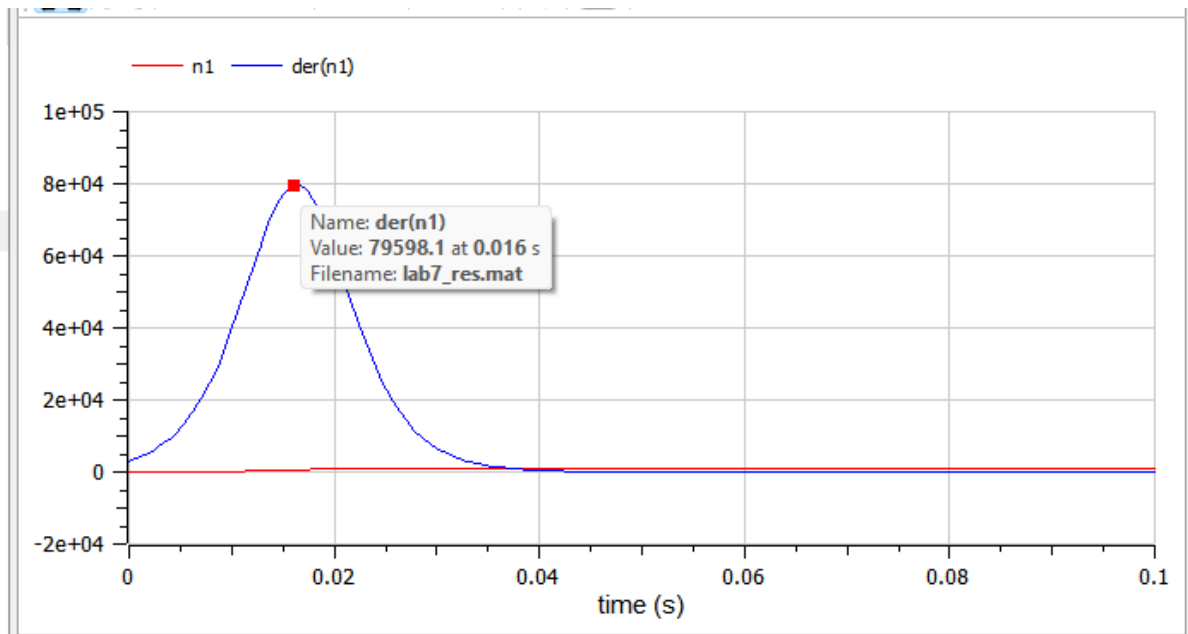
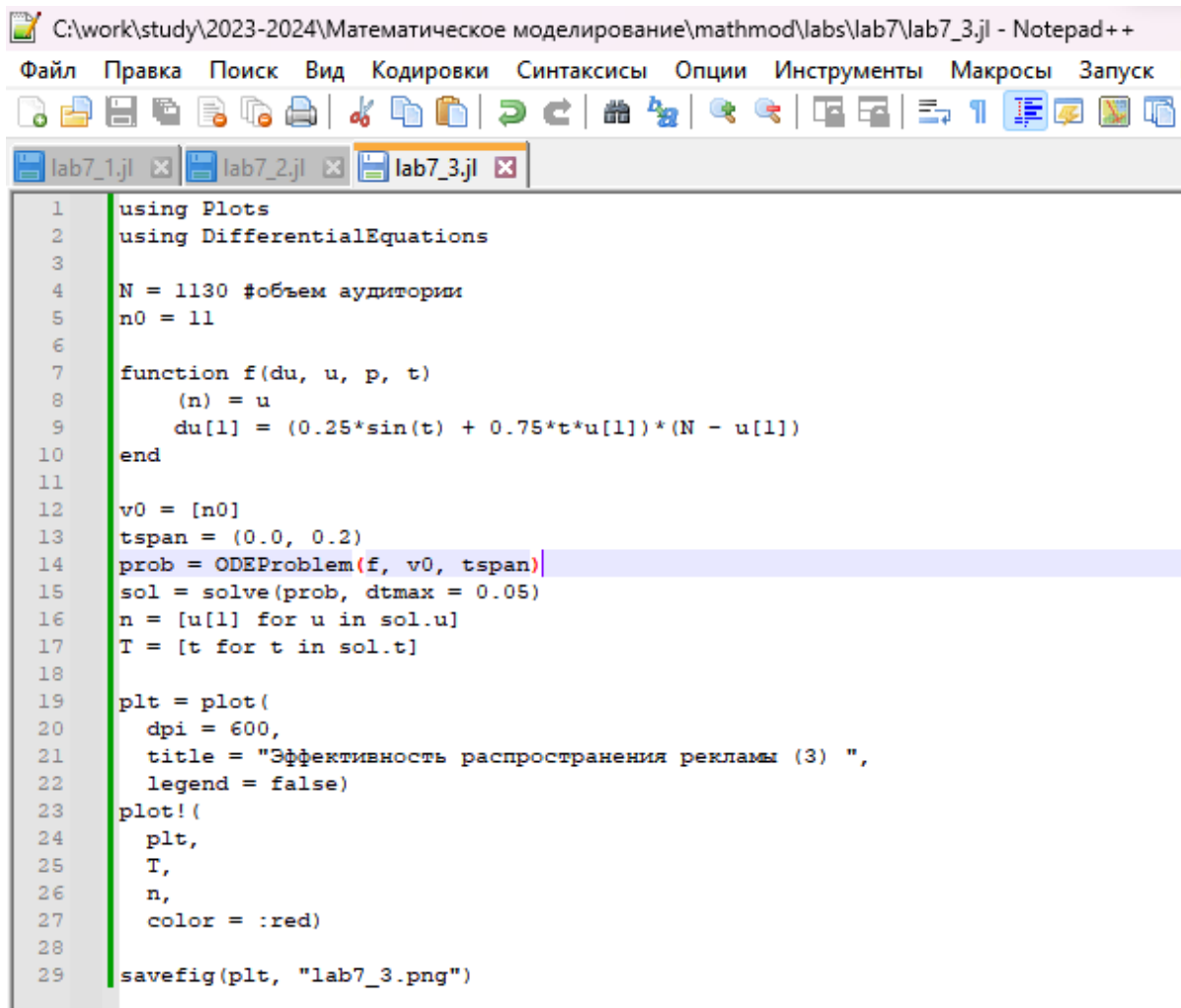


Рис. 5: Максимальное значение

Код программы для третьего случая $\frac{dn}{dt} = (0.25 \sin(t) + 0.75 * t * n(t))(N - n(t))$ (рис.6):



```
1 using Plots
2 using DifferentialEquations
3
4 N = 1130 #объем аудитории
5 n0 = 11
6
7 function f(du, u, p, t)
8     (n) = u
9     du[1] = (0.25*sin(t) + 0.75*t*u[1])*(N - u[1])
10 end
11
12 v0 = [n0]
13 tspan = (0.0, 0.2)
14 prob = ODEProblem(f, v0, tspan)
15 sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
16 n = [u[1] for u in sol.u]
17 T = [t for t in sol.t]
18
19 plt = plot(
20     dpi = 600,
21     title = "Эффективность распространения рекламы (3) ",
22     legend = false)
23 plot!(
24     plt,
25     T,
26     n,
27     color = :red)
28
29 savefig(plt, "lab7_3.png")
```

Рис. 6: код на Julia для 3 случая

График описывает динамику распространения рекламы (рис.7).

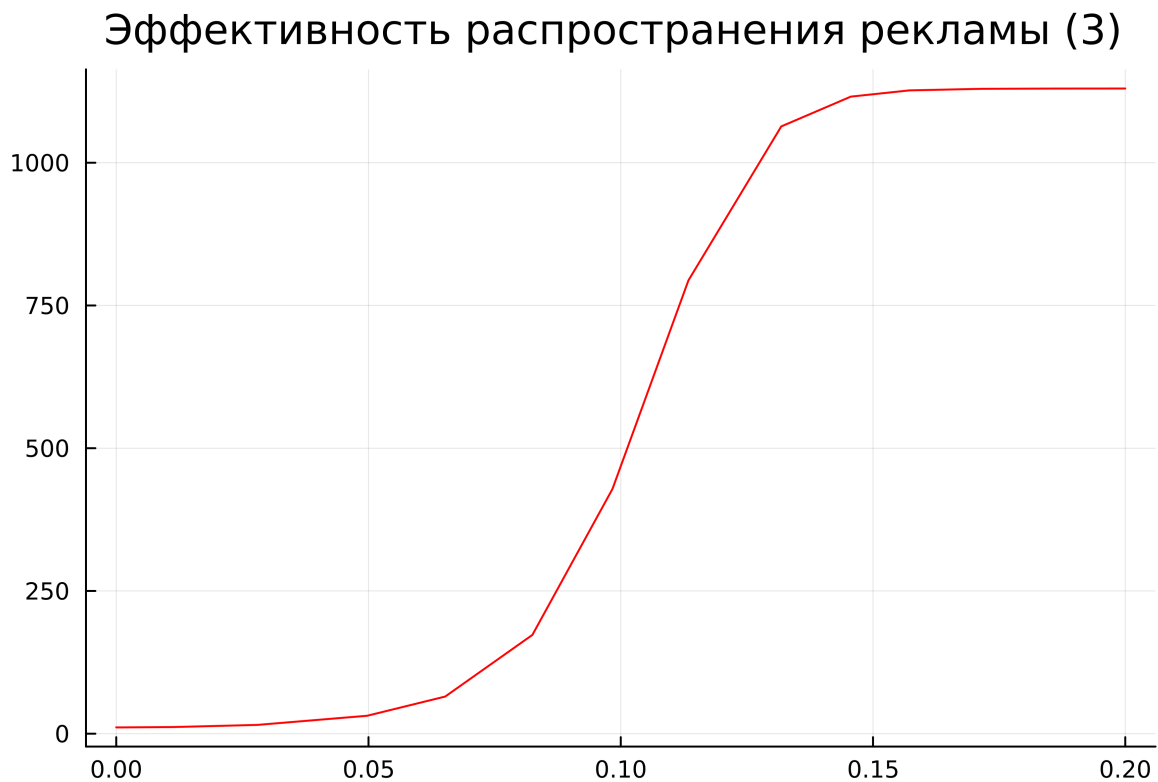
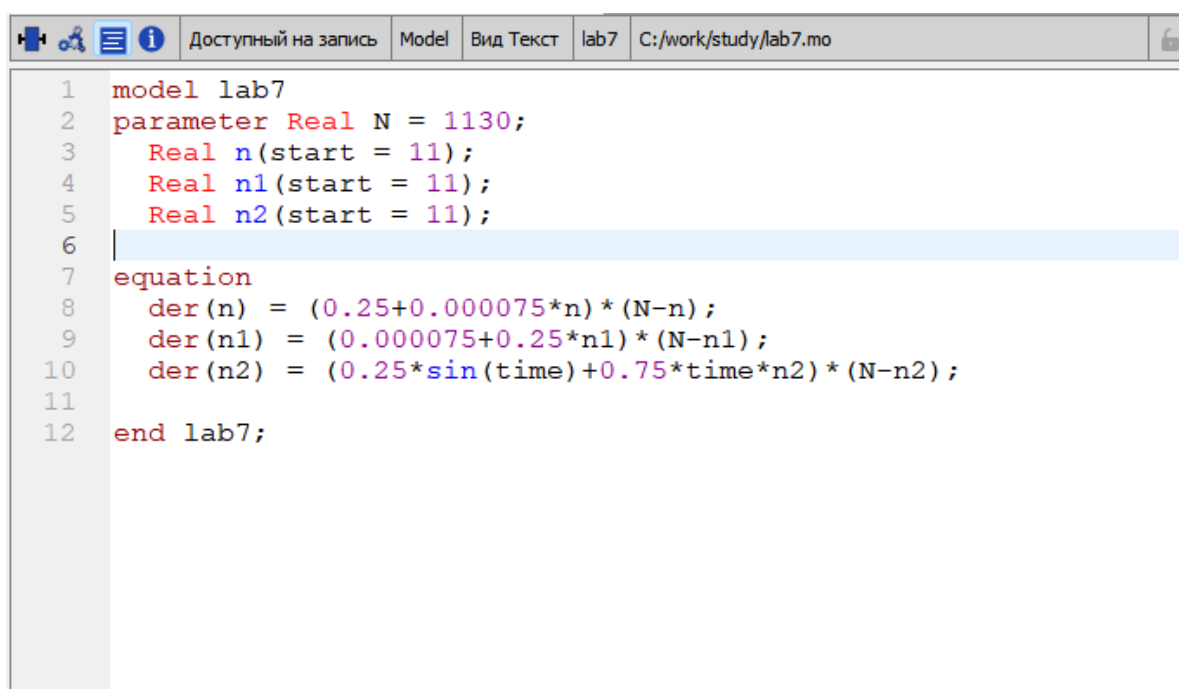


Рис. 7: график распространения рекламы для 3 случая

OpenModelica

OpenModelica – это свободное программное обеспечение для моделирования и анализа сложных динамических систем, основанное на языке Modelica. OpenModelica приближается по функциональности к таким инструментам, как Matlab Simulink и Scilab xCos, но обладает более удобным представлением системы уравнений [[@modelica](#)]. Написала код в OpenModelica (рис.8).



```
1 model lab7
2   parameter Real N = 1130;
3   Real n(start = 11);
4   Real n1(start = 11);
5   Real n2(start = 11);
6
7   equation
8     der(n) = (0.25+0.000075*n) * (N-n);
9     der(n1) = (0.000075+0.25*n1) * (N-n1);
10    der(n2) = (0.25*sin(time)+0.75*time*n2) * (N-n2);
11
12 end lab7;
```

Рис. 8: код в OpenModelica

Код описывает три различных модели динамики распространения рекламы в аудитории (рис.9 - рис.11).

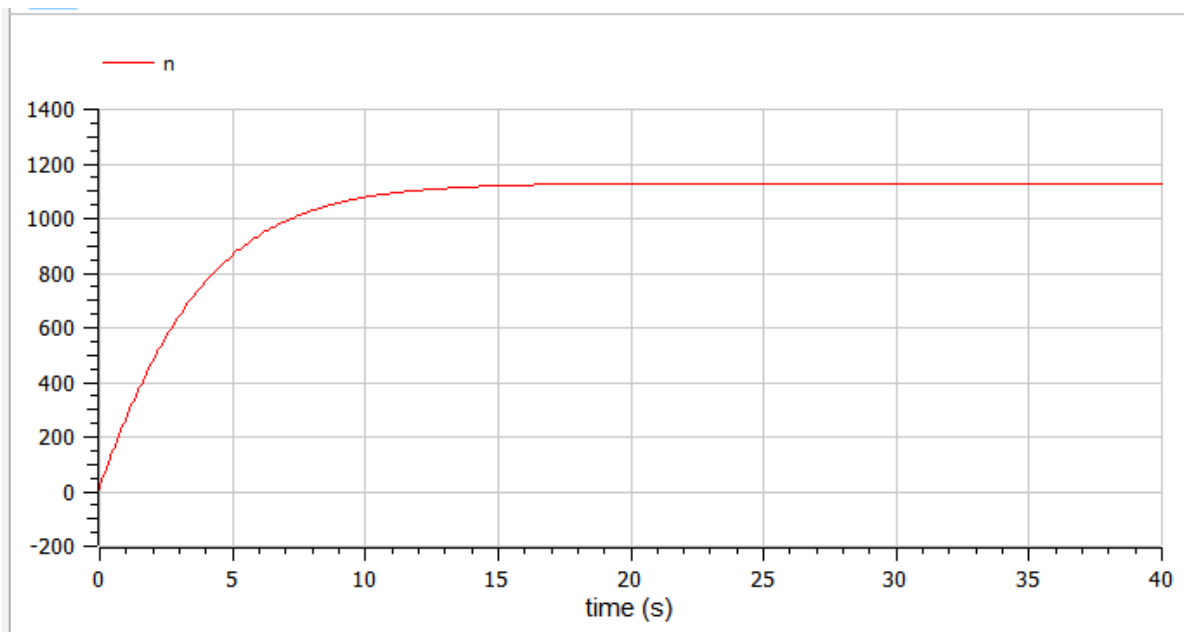


Рис. 9: график распространения рекламы для 1 случая

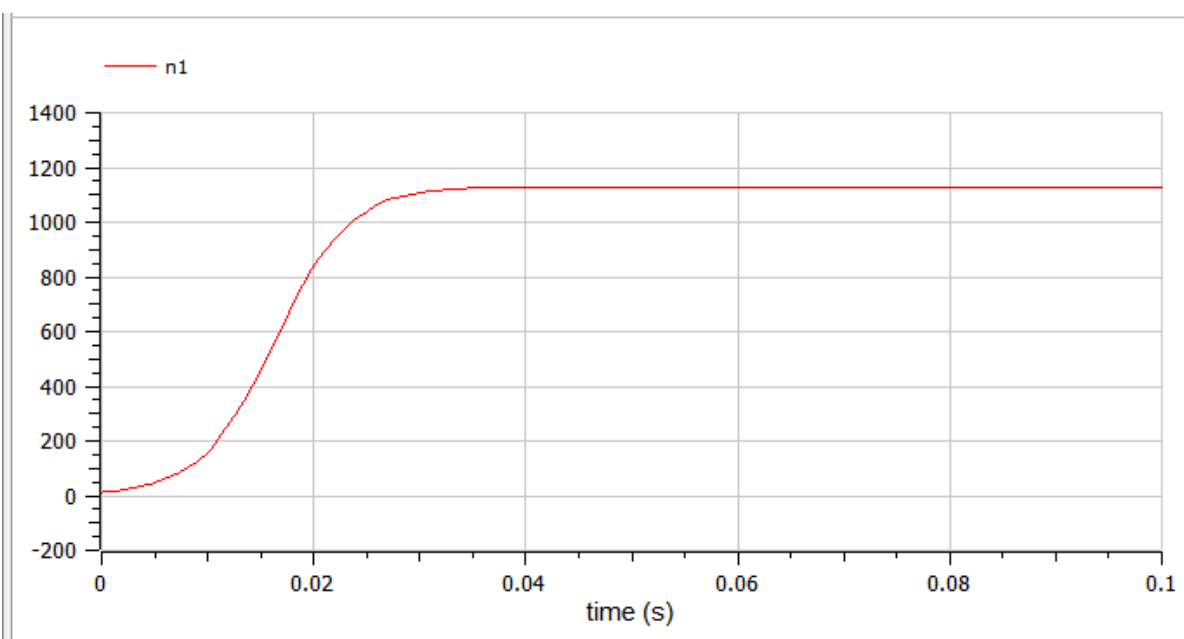


Рис. 10: график распространения рекламы для 2 случая

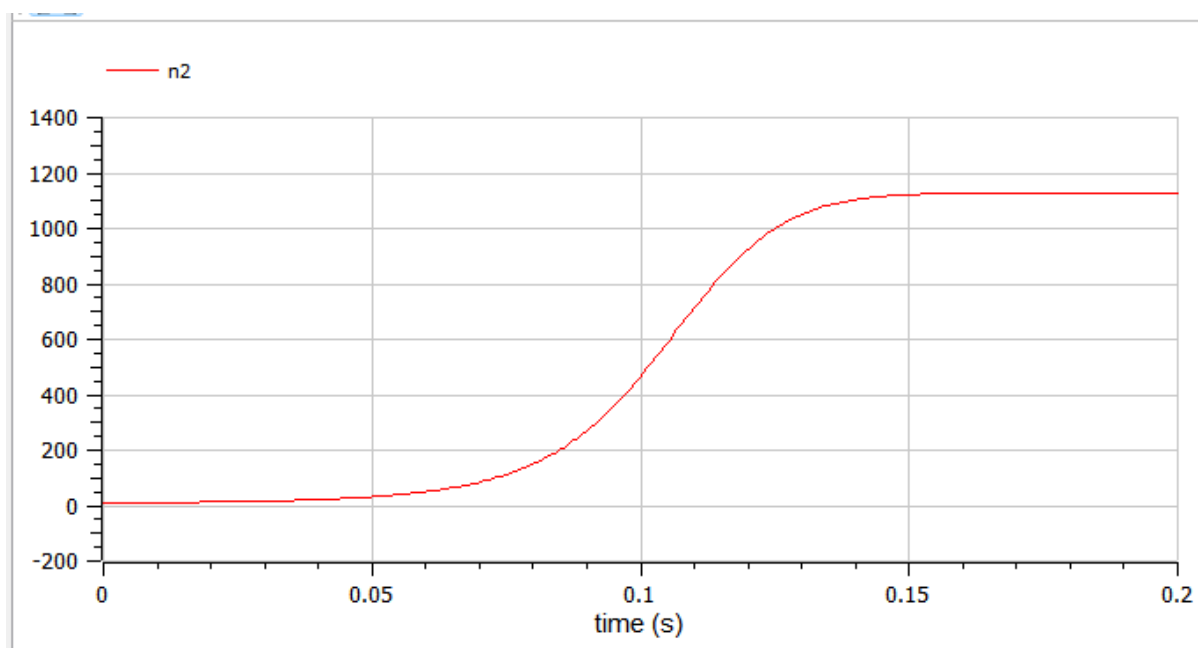


Рис. 11: график распространения рекламы для 3 случая

Анализ и сравнение результатов

В результате работы я построила графики распространения рекламы для трех случаев на языках Julia и Modelica. Графики аналогичные. Оба примера кода, написанные на Julia и Modelica, моделируют динамику распространения рекламы в аудитории. Обе модели решают дифференциальные уравнения, описывающие изменение числа людей, видящих рекламу, в зависимости от времени.

Выводы

Таким образом, в ходе ЛР№7 я рассмотрела математическую модель распространения рекламы. С помощью рассмотренной модели и теоретических сведений научилась строить модели такого типа.

Список литературы

1. The simplest mathematical models of population dynamics [Электронный ресурс]. The Malthus Model. URL: <https://clck.ru/39TKb6>.
2. Julia 1.10 Documentation [Электронный ресурс]. JuliaLang, 2023. URL: <https://docs.julialang.org/en/v1/>.
3. OpenModelica User's Guide [Электронный ресурс]. Open Source Modelica Consortium, 2024. URL: <https://openmodelica.org/doc/OpenModelicaUsersGuide/latest/>.