

Лабораторная работа №8

Модель конкуренции двух фирм. Вариант №38

Щербак Маргарита Романовна

НПИбд-02-21

Студ. билет: 1032216537

2024

RUDN

Рассмотреть математическую модель конкуренции двух фирм. С помощью рассмотренной модели и теоретических сведений научиться строить модели такого типа.

В данной модели конкуренции исследуется влияние спроса, предложения, стоимости производства и оборотных средств на устойчивость функционирования фирмы, производящей продукт долговременного пользования.

Ключевые моменты:

- Цена и спрос взаимосвязаны. Предложение зависит от оборотных средств и количества потребителей.
- Цена продукта стремится к равновесию, определяемому спросом и предложением. Оборотные средства влияют на стабильность предприятия.
- Фирма может стабильно функционировать или столкнуться с банкротством в зависимости от соотношения оборотных средств и издержек.
- Параметры δ и τ определяют эффективность производства, влияя на устойчивость фирмы.

1. Построить графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 1.
2. Построить графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 2.

Для обоих случаев рассмотрим задачу со следующими начальными условиями и параметрами:

$$M_0^1=3.9, M_0^2=2.9, p_{cr}=25, N=39, q=1, \tau_1=29, \tau_2=19, \tilde{p}_1=6.9, \tilde{p}_2=15.9.$$

Рассмотрим конкуренцию двух фирм, производящих одинаковые товары в одной нише. Они могут изменять параметры производства, но не вмешиваться в цену или поведение потребителей. Учитывая незначительные постоянные издержки, динамика их продаж описывается системой уравнений:

$$\frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2$$

где

$$a_1 = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 N q}; \quad a_2 = \frac{p_{cr}}{\tau_2^2 \tilde{p}_2^2 N q}; \quad b = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 \tau_2^2 \tilde{p}_2^2 N q}; \quad c_1 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_1}{\tau_1 \tilde{p}}; \quad c_2 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_2}{\tau_2 \tilde{p}}$$

Рассмотрим модель, где помимо экономических факторов влияния, учитываются социально-психологические факторы, такие как предпочтения потребителей. Для взаимодействия двух фирм в этой модели используется следующая система уравнений:

$$\frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \left(\frac{b}{c_1} + 0.00083 \right) M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2$$

Выполнение лабораторной работы

Код программы для первого случая (рис.1).

```
C:\work\study\2023-2024\Математическое моделирование\mathmod\labs\lab8\lab8_1.jl - Notepad++
Файл  Правка  Поиск  Вид  Кодировки  Синтаксис  Опции  Инструменты  Макросы  Запуск  Плагины
[Icons]
lab8_1.jl
1  using Plots
2  using DifferentialEquations
3
4  # начальные параметры
5  kr = 25
6  t1 = 29
7  p1 = 6.9
8  t2 = 19
9  p2 = 16.9
10 N = 39
11 q = 1
12
13 a1 = kr / (t1 * t1 * p1 * p1 * N * q)
14 a2 = kr / (t2 * t2 * p2 * p2 * N * q)
15 b = kr / (t1 * t1 * t2 * t2 * p1 * p1 * p2 * p2 * N * q)
16 c1 = (kr - p1) / (t1 * p1)
17 c2 = (kr - p2) / (t2 * p2)
18
19
20 function f(du, u, p, τ)
21     M1, M2 = u
22     du[1] = u[1] - b / c1*u[1] * u[2] - a1 / c1*u[1] * u[1]
23     du[2] = c2 / c1*u[2] - b / c1*u[1] * u[2] - a2 / c1*u[2] * u[2]
24 end
25
26 v0 = [3.9, 2.9] # начальные условия
27 tspan = (0.0, 40.0)
28 prob = ODEProblem(f, v0, tspan)
29 sol = solve(prob, dtmax = 0.08)
30 M1 = [u[1] for u in sol.u]
31 M2 = [u[2] for u in sol.u]
32 T = [t for t in sol.t]
33
34 plt = plot(
35     dpi = 600,
36     legend = true)
37
38 plot!(plt, T, M1, label = "Оборотные средства фирмы 1", color = :green)
39
40 plot!(plt, T, M2, label = "Оборотные средства фирмы 2", color = :red)
41
42 savefig(plt, "lab8_1.png")
```

Рис. 1: код на Julia для 1 случая

По графику видно, что рост оборотных средств предприятий идет независимо друг от друга. Каждая фирма достигает свое максимальное значение объема продаж и остается на рынке с этим значением, то есть каждая фирма захватывает свою часть рынка потребителей, которая не изменяется (рис.2).

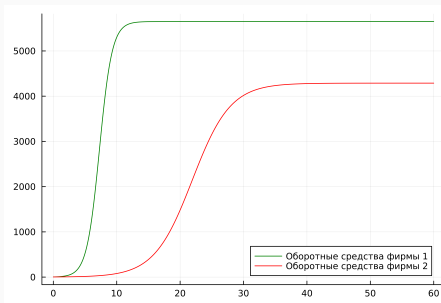
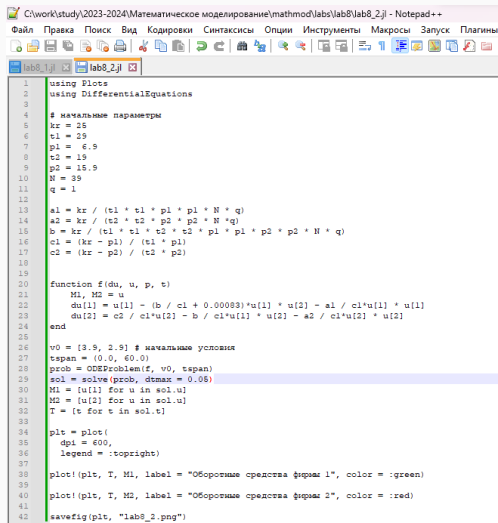


Рис. 2: график конкуренции двух фирм для 1 случая, построенный на языке Julia

Выполнение лабораторной работы

Код программы для второго случая (рис.3).



```
1 using Plots
2 using DifferentialEquations
3
4 # начальные параметры
5 kr = 25
6 t1 = 29
7 p1 = 6.9
8 t2 = 19
9 p2 = 15.9
10 N = 39
11 q = 1
12
13 a1 = kr / (t1 * t1 * p1 * p1 * N * q)
14 a2 = kr / (t2 * t2 * p2 * p2 * N * q)
15 b = kr / (t1 * t1 * t2 * t2 * p1 * p1 * p2 * p2 * N * q)
16 c1 = (kr - p1) / (t1 * p1)
17 c2 = (kr - p2) / (t2 * p2)
18
19
20 function f(du, u, p, t)
21     M1, M2 = u
22     du[1] = u[1] - (b / c1 + 0.00083)*u[1] * u[2] - a1 / c1*u[1] * u[1]
23     du[2] = c2 / c1*u[2] - b / c1*u[1] * u[2] - a2 / c1*u[2] * u[2]
24 end
25
26 v0 = [3.9, 2.9] # начальные условия
27 tspan = (0.0, 60.0)
28 prob = ODEProblem(f, v0, tspan)
29 sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
30 M1 = [u[1] for u in sol.u]
31 M2 = [u[2] for u in sol.u]
32 T = [t for t in sol.t]
33
34 plt = plot(
35     dpi = 600,
36     legend = :topright)
37
38 plot!(plt, T, M1, label = "Оборотные средства фирмы 1", color = :green)
39
40 plot!(plt, T, M2, label = "Оборотные средства фирмы 2", color = :red)
41
42 savefig(plt, "lab8_2.png")
```

Рис. 3: код на Julia для 2 случая

Выполнение лабораторной работы

По графику видно, что первая фирма, несмотря на начальный рост, достигнув своего максимального объема продаж, начинает нести убытки и, в итоге, терпит банкротство. Динамика роста объемов оборотных средств второй фирмы остается без изменения: достигнув максимального значения, остается на этом уровне (рис.4).

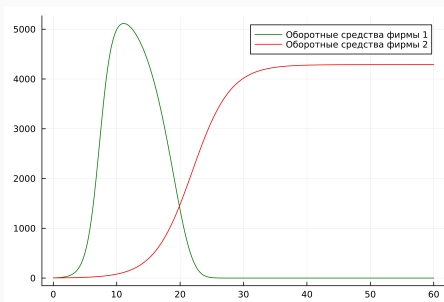


Рис. 4: график конкуренции двух фирм для 2 случая, построенный на языке Julia

Выполнение лабораторной работы

Код описывает математическую модель конкуренции двух фирм (рис.5).

+	o	o	i	Доступный на запись	Model	Вид Текст	lab8	C:/work/lab8.mo
---	---	---	---	---------------------	-------	-----------	------	-----------------

```
1  model lab8
2    parameter Real pcr = 25;
3    parameter Real N = 39;
4    parameter Real q = 1;
5    parameter Real t1 = 29;
6    parameter Real t2 = 19;
7    parameter Real p1 = 6.9;
8    parameter Real p2 = 15.9;
9    parameter Real k = 0.00083;
10   Real M1(start = 3.9);
11   Real M2(start = 2.9);
12   Real M12(start = 3.9);
13   Real M22(start = 2.9);
14   Real a1;
15   Real a2;
16   Real b;
17   Real c1;
18   Real c2;
19   equation
20     a1 = pcr/(t1*t1*p1*p1*N*q);
21     a2 = pcr/(t2*t2*p2*p2*N*q);
22     b = pcr/(t1*t1*p1*p1*t2*t2*p2*p2*N*q);
23     c1 = (pcr-p1)/(t1*p1);
24     c2 = (pcr-p2)/(t2*p2);
25
26     der(M1) = M1-(b/c1)*M1*M2-a1/c1*M1*M1;
27     der(M2) = c2/c1*M2-b/c1*M1*M2-a2/c1*M2*M2;
28     der(M12) = M12-(b/c1+k)*M12*M22-a1/c1*M12*M12;
29     der(M22) = c2/c1*M22-b/c1*M12*M22-a2/c1*M22*M22;
30   end lab8;
```

Рис. 5: код в OpenModelica

Графики конкуренции двух фирм для двух случаев (рис.6 - рис.7)

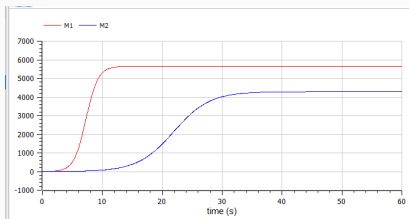


Рис. 6: 1 случай

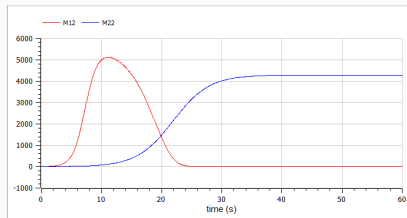


Рис. 7: 2 случай

В результате работы я построила графики изменения оборотных средств для двух фирм для случаев, когда конкурентная борьба ведётся только рыночными методами и когда помимо экономического фактора влияния используются еще и социально-психологические факторы на языках Julia и Modelica. Графики идентичны.

Таким образом, в ходе ЛР№8 я рассмотрела математическую модель конкуренции двух фирм. С помощью рассмотренной модели и теоретических сведений научилась строить модели такого типа.

1. Mathematical models of the competitive environment [Электронный ресурс]. 2018. St. Petersburg State University. URL: <https://clck.ru/39bh2e>.
2. Julia 1.10 Documentation [Электронный ресурс]. JuliaLang, 2023. URL: <https://docs.julialang.org/en/v1/>.
3. OpenModelica User's Guide [Электронный ресурс]. Open Source Modelica Consortium, 2024. URL: <https://openmodelica.org/doc/OpenModelicaUsersGuide/latest/>.