

Лабораторная работа №3

Модель боевых действий. Вариант №38

Щербак Маргарита Романовна

НПИбд-02-21

Студ. билет: 1032216537

2024

RUDN

Рассмотреть простейшие модели боевых действий – модели Ланчестера.
С помощью рассмотренного примера научиться решать задачи такого типа.

Между страной X и страной Y идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями $x(t)$ и $y(t)$. В начальный момент времени страна X имеет армию численностью 882000 человек, а в распоряжении страны Y армия численностью в 747000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты a , b , c , h постоянны. Также считаем, что $P(t)$ и $Q(t)$ - непрерывные функции.

1. Модель боевых действий между регулярными войсками:

$$\frac{dx}{dt} = -0,4x(t) - 0,67y(t) + \sin(3t) + 1$$

$$\frac{dy}{dt} = -0,77x(t) - 0,14y(t) + \cos(2t) + 2$$

2. Модель ведения боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов:

$$\frac{dx}{dt} = -0,24x(t) - 0,67y(t) + |\sin(2t)|$$

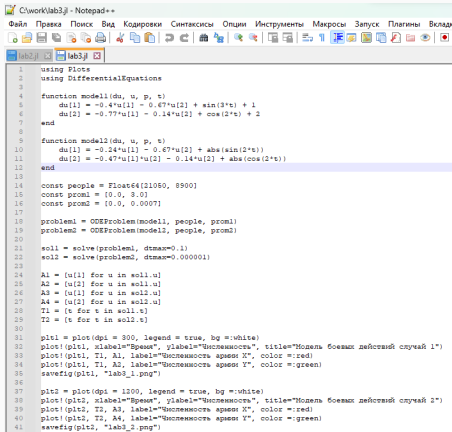
$$\frac{dy}{dt} = -0,47x(t)y(t) - 0,14y(t) + |\cos(2t)|$$

1. Построить графики изменения численности войск армии X и армии Y для следующих случаев:
 - Модель боевых действий между регулярными войсками;
 - Модель ведения боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов.
2. Определить победителя в каждом из случаев.

Законы Ланчестера — математические формулы, созданные для определения относительных сил противоборствующих сторон в военных ситуациях. Они были описаны в статье М. П. Осипова в 1915 году, а затем доработаны Ф. У. Ланчестером в 1916 году во время первой мировой войны. Уравнения Ланчестера - это система дифференциальных уравнений, описывающих изменение сил во время конфликта.

Выполнение лабораторной работы. Julia

Для решения дифференциального уравнения используем библиотеку DifferentialEquations. Для построения графиков воспользуемся библиотекой Plots (рис.1):



```
1 using Plots
2 using DifferentialEquations
3
4 function model1(du, u, p, t)
5     du[1] = -0.4*u[1] - 0.67*u[2] + sin(3*t) + 1
6     du[2] = -0.77*u[1] - 0.14*u[2] + cos(2*t) + 2
7 end
8
9 function model2(du, u, p, t)
10     du[1] = -0.24*u[1] - 0.67*u[2] + abs(sin(2*t))
11     du[2] = -0.67*u[1]*u[2] - 0.14*u[2] + abs(cos(2*t))
12 end
13
14 const people = Float64(21050, 8900)
15 const prom1 = [0.0, 3.0]
16 const prom2 = [0.0, 0.0007]
17
18 problem1 = ODEProblem(model1, people, prom1)
19 problem2 = ODEProblem(model2, people, prom2)
20
21 sol1 = solve(problem1, dtmax=0.1)
22 sol2 = solve(problem2, dtmax=0.000001)
23
24 A1 = [u[1] for u in sol1.u]
25 A2 = [u[2] for u in sol1.u]
26 A3 = [u[1] for u in sol2.u]
27 A4 = [u[2] for u in sol2.u]
28 T1 = [t for t in sol1.t]
29 T2 = [t for t in sol2.t]
30
31 plt1 = plot(dpi = 300, legend = true, bg = :white)
32 plot!(plt1, xlabel="Время", ylabel="Численность", title="Модель боевых действий случай 1")
33 plot!(plt1, T1, A1, label="Численность армян X", color = :red)
34 plot!(plt1, T1, A2, label="Численность армян Y", color = :green)
35 savefig(plt1, "lab3_1.png")
36
37 plt2 = plot(dpi = 1200, legend = true, bg = :white)
38 plot!(plt2, xlabel="Время", ylabel="Численность", title="Модель боевых действий случай 2")
39 plot!(plt2, T2, A3, label="Численность армян X", color = :red)
40 plot!(plt2, T2, A4, label="Численность армян Y", color = :green)
41 savefig(plt2, "lab3_2.png")
```

Рис. 1: Код для двух случаев

Получим следующие графики (рис.2 - рис.3):

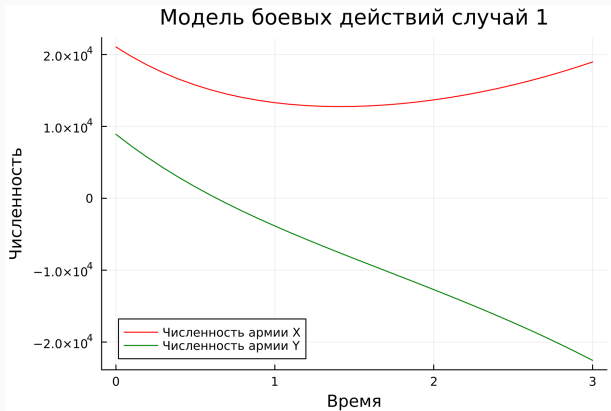


Рис. 2: Модель боевых действий между регулярными войсками

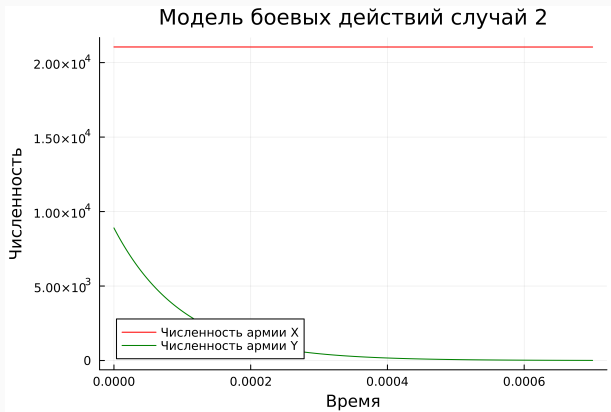
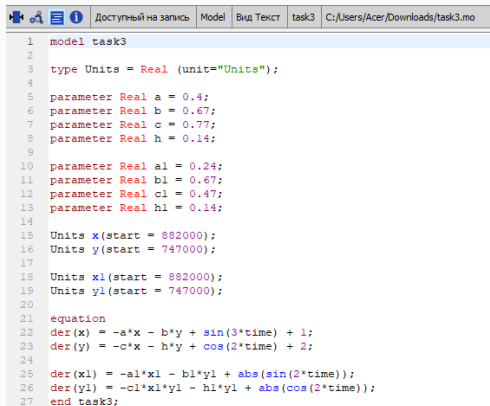


Рис. 3: Модель боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

Выполнение лабораторной работы. OpenModelica

OpenModelica – это свободное программное обеспечение для моделирования и анализа сложных динамических систем, основанное на языке Modelica. Решение задачи для двух случаев (рис.4):



```
1 model task3
2
3   type Units = Real (unit="Units");
4
5   parameter Real a = 0.4;
6   parameter Real b = 0.67;
7   parameter Real c = 0.77;
8   parameter Real h = 0.14;
9
10  parameter Real a1 = 0.24;
11  parameter Real b1 = 0.67;
12  parameter Real c1 = 0.47;
13  parameter Real h1 = 0.14;
14
15  Units x(start = 882000);
16  Units y(start = 747000);
17
18  Units x1(start = 882000);
19  Units y1(start = 747000);
20
21  equation
22    der(x) = -a*x - b*y + sin(3*time) + 1;
23    der(y) = -c*x - h*y + cos(2*time) + 2;
24
25    der(x1) = -a1*x1 - b1*y1 + abs(sin(2*time));
26    der(y1) = -c1*x1*y1 - h1*y1 + abs(cos(2*time));
27  end task3;
```

Рис. 4: Код в OpenModelica

Выполнение лабораторной работы. OpenModelica

Из рис.5 видно (1 случай), что армия x (красный цвет) выиграла армию y (синий цвет)

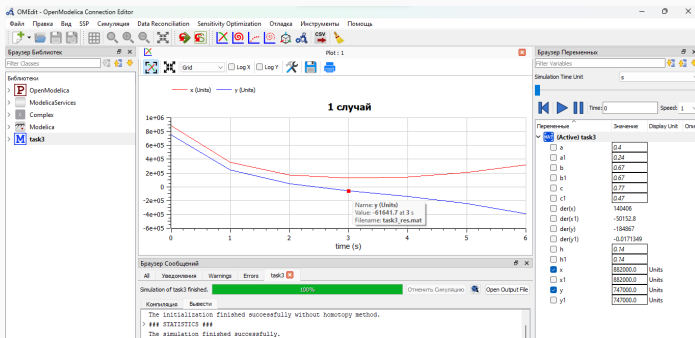


Рис. 5: Модель боевых действий между регулярными войсками

Выполнение лабораторной работы. OpenModelica

Из рис.6 видно (2 случай), что армия x (красный цвет) выиграла армию y (синий цвет)

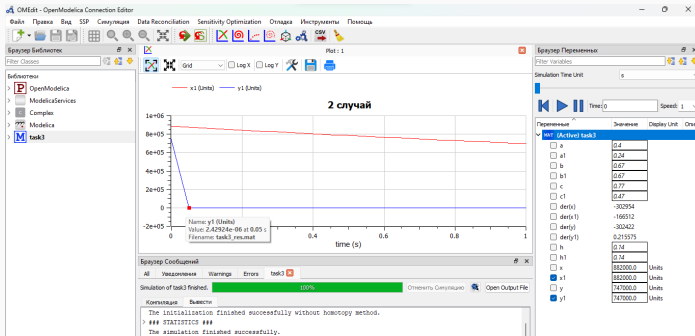


Рис. 6: Модель ведения боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

Из анализа графиков первой модели видно, что графики, созданные с помощью Julia и OpenModelica, очень похожи друг на друга, хотя могут иметь некоторые различия из-за разных графических ресурсов и настроек масштаба. То же самое наблюдается и на графиках, отражающих столкновение регулярной армии с силами партизан во второй модели. В обоих случаях армия X выходит победителем.

Таким образом, в ходе ЛР№3 я рассмотрела простейшие модели боевых действий – модели Ланчестера. С помощью рассмотренного примера научилась решать задачи такого типа. Смогла решить задачу о модели боевых действий, а также все поставленные задачи.

1. Законы Ланчестера. [Электронный ресурс]. М. URL: Законы Осипова — Ланчестера (Дата обращения: 18.02.2024).
2. Решение дифференциальных уравнений. [Электронный ресурс]. М. URL: wolframalpha (Дата обращения: 18.02.2024).
3. Документация по Julia. [Электронный ресурс]. М. URL: Julia 1.10 Documentation (Дата обращения: 18.02.2024).
4. Modelica: Language Specification. - 308 с. [Электронный ресурс]. М. URL: Language Specification (Дата обращения: 18.02.2024).