

Отчёт по лабораторной работе №3

Математическое моделирование

Модель боевых действий. Вариант №38

Щербак Маргарита Романовна, НПИБд-02-21

2024

Содержание

Цель работы	5
Задачи	6
Теоретическое введение	7
Выполнение лабораторной работы	9
Условие задачи	9
Julia	9
OpenModelica	11
Анализ и сравнение результатов	14
Выводы	15
Список литературы	16

Список иллюстраций

1	Код для двух случаев	10
2	Модель боевых действий между регулярными войсками	11
3	Модель боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов	11
4	Код в OpenModelica	12
5	Модель боевых действий между регулярными войсками	13
6	Модель ведения боевых действий с участием регулярных войск и парти- занских отрядов	13

Список таблиц

Цель работы

Рассмотреть простейшие модели боевых действий – модели Ланчестера. С помощью рассмотренного примера научиться решать задачи такого типа.

Задачи

1. Построить графики изменения численности войск армии X и армии Y для следующих случаев:
 - Модель боевых действий между регулярными войсками;
 - Модель ведения боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов.
2. Определить победителя в каждом из случаев.

Теоретическое введение

Законы Ланчестера — математическая формула для расчета относительных сил пары сражающихся сторон — подразделений вооруженных сил [1].

Уравнения Ланчестера — это дифференциальные уравнения, описывающие зависимость между силами сражающихся сторон A и D как функцию от времени, причем функция зависит только от A и D [1].

Рассмотрим три случая ведения боевых действий:

1. Боевые действия между регулярными войсками;
2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов;
3. Боевые действия между партизанскими отрядами.

В первом случае численность регулярных войск определяется тремя факторами:

- скорость уменьшения численности войск из-за причин, не связанных с боевыми действиями (болезни, травмы, дезертирство);
- скорость потерь, обусловленных боевыми действиями противоборствующих сторон (что связано с качеством стратегии, уровнем вооружения, профессионализмом солдат и т.п.);
- скорость поступления подкрепления (задаётся некоторой функцией от времени).

В этом случае модель боевых действий между регулярными войсками описывается следующим образом:

$$\frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -c(t)x(t) - h(t)y(t) + Q(t)$$

Потери, не связанные с боевыми действиями, описывают члены $-a(t)x(t)$ и $-h(t)y(t)$, члены $-b(t)y(t)$ и $-c(t)x(t)$ отражают потери на поле боя. Коэффициенты $b(t)$ и $c(t)$

указывают на эффективность боевых действий со стороны y и x соответственно, $a(t), h(t)$ - величины, характеризующие степень влияния различных факторов на потери. Функции $P(t), Q(t)$ учитывают возможность подхода подкрепления к войскам X и Y в течение одного дня.

Во втором случае в борьбу добавляются партизанские отряды. Нерегулярные войска в отличие от постоянной армии менее уязвимы, так как действуют скрытно, в этом случае сопернику приходится действовать неизбирательно, по площадям, занимаемым партизанами. Поэтому считается, что темп потерь партизан, проводящих свои операции в разных местах на некоторой известной территории, пропорционален не только численности армейских соединений, но и численности самих партизан. В результате модель принимает вид:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t) \\ \frac{dy}{dt} &= -c(t)x(t)y(t) - h(t)y(t) + Q(t)\end{aligned}$$

В этой системе все величины имеют тот же смысл, что и в системе в 1 случае.

Модель ведение боевых действий между партизанскими отрядами с учетом предположений, сделанных в предыдущем случае, имеет вид:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -a(t)x(t) - b(t)x(t)y(t) + P(t) \\ \frac{dy}{dt} &= -h(t)y(t) - c(t)x(t)y(t) + Q(t)\end{aligned}$$

Выполнение лабораторной работы

Условие задачи

Я выполняю свой вариант лабораторной работы №38 по данной формуле $(N_{student} \bmod K_{of variants}) + 1 = (1032216537 \% 70) + 1 = 38$.

Между страной X и страной Y идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями $x(t)$ и $y(t)$. В начальный момент времени страна X имеет армию численностью 882000 человек, а в распоряжении страны Y армия численностью в 747000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты a, b, c, h постоянны. Также считаем, что $P(t)$ и $Q(t)$ - непрерывные функции.

1. Модель боевых действий между регулярными войсками:

$$\frac{dx}{dt} = -0,4x(t) - 0,67y(t) + \sin(3t) + 1$$

$$\frac{dy}{dt} = -0,77x(t) - 0,14y(t) + \cos(2t) + 2$$

2. Модель ведения боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов:

$$\frac{dx}{dt} = -0,24x(t) - 0,67y(t) + |\sin(2t)|$$

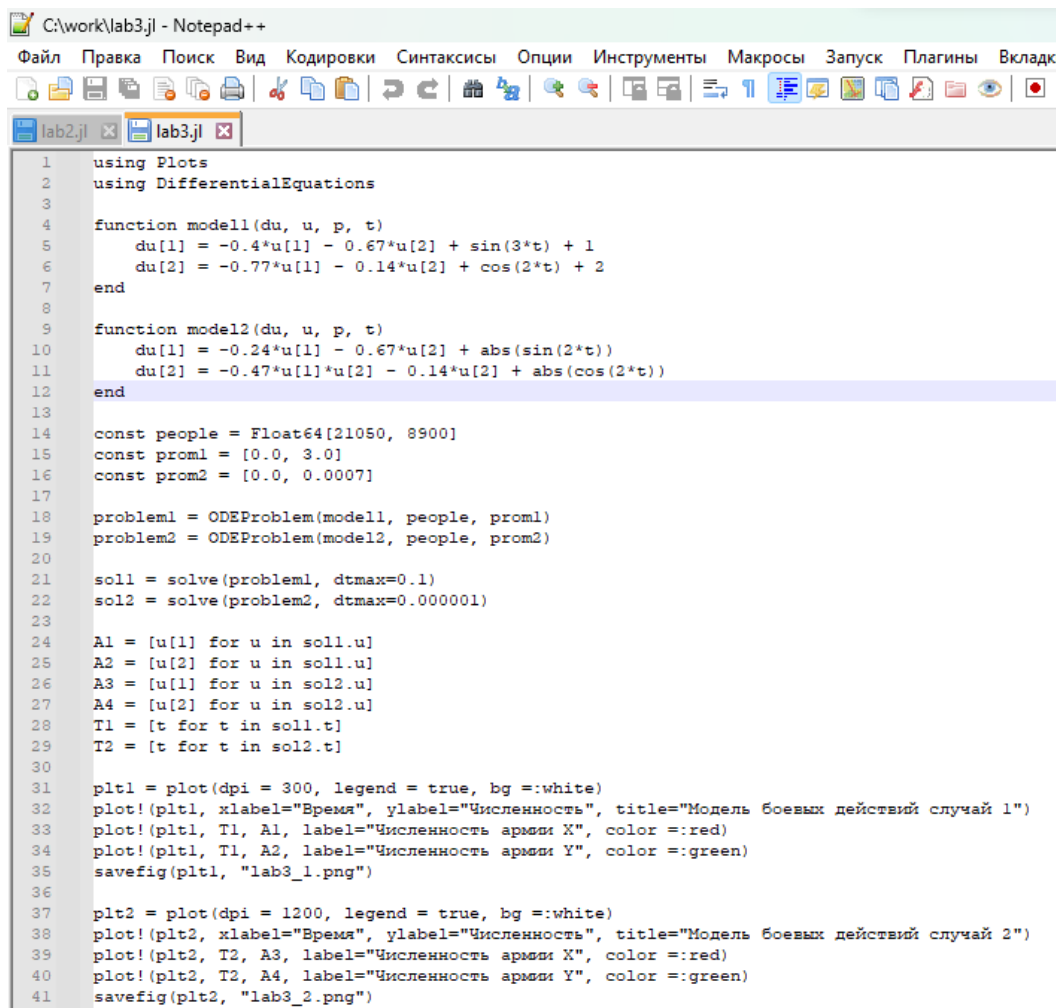
$$\frac{dy}{dt} = -0,47x(t)y(t) - 0,14y(t) + |\cos(2t)|$$

Julia

Julia – это высокоуровневый язык программирования с динамической типизацией, созданный для эффективных математических вычислений и написания программ общего

назначения [2].

Для решения дифференциального уравнения, описанного в постановке задачи лабораторной работы, можно использовать библиотеку DifferentialEquations. Для построения графиков можно воспользоваться библиотекой Plots (рис.1):



```
1 using Plots
2 using DifferentialEquations
3
4 function modell(du, u, p, t)
5     du[1] = -0.4*u[1] - 0.67*u[2] + sin(3*t) + 1
6     du[2] = -0.77*u[1] - 0.14*u[2] + cos(2*t) + 2
7 end
8
9 function model2(du, u, p, t)
10     du[1] = -0.24*u[1] - 0.67*u[2] + abs(sin(2*t))
11     du[2] = -0.47*u[1]*u[2] - 0.14*u[2] + abs(cos(2*t))
12 end
13
14 const people = Float64[21050, 8900]
15 const prom1 = [0.0, 3.0]
16 const prom2 = [0.0, 0.0007]
17
18 problem1 = ODEProblem(modell, people, prom1)
19 problem2 = ODEProblem(model2, people, prom2)
20
21 sol1 = solve(problem1, dtmax=0.1)
22 sol2 = solve(problem2, dtmax=0.000001)
23
24 A1 = [u[1] for u in sol1.u]
25 A2 = [u[2] for u in sol1.u]
26 A3 = [u[1] for u in sol2.u]
27 A4 = [u[2] for u in sol2.u]
28 T1 = [t for t in sol1.t]
29 T2 = [t for t in sol2.t]
30
31 plt1 = plot(dpi = 300, legend = true, bg =:white)
32 plot!(plt1, xlabel="Время", ylabel="Численность", title="Модель боевых действий случай 1")
33 plot!(plt1, T1, A1, label="Численность армии X", color =:red)
34 plot!(plt1, T1, A2, label="Численность армии Y", color =:green)
35 savefig(plt1, "lab3_1.png")
36
37 plt2 = plot(dpi = 1200, legend = true, bg =:white)
38 plot!(plt2, xlabel="Время", ylabel="Численность", title="Модель боевых действий случай 2")
39 plot!(plt2, T2, A3, label="Численность армии X", color =:red)
40 plot!(plt2, T2, A4, label="Численность армии Y", color =:green)
41 savefig(plt2, "lab3_2.png")
```

Рис. 1: Код для двух случаев

Получим следующие графики (рис.2 - рис.3):

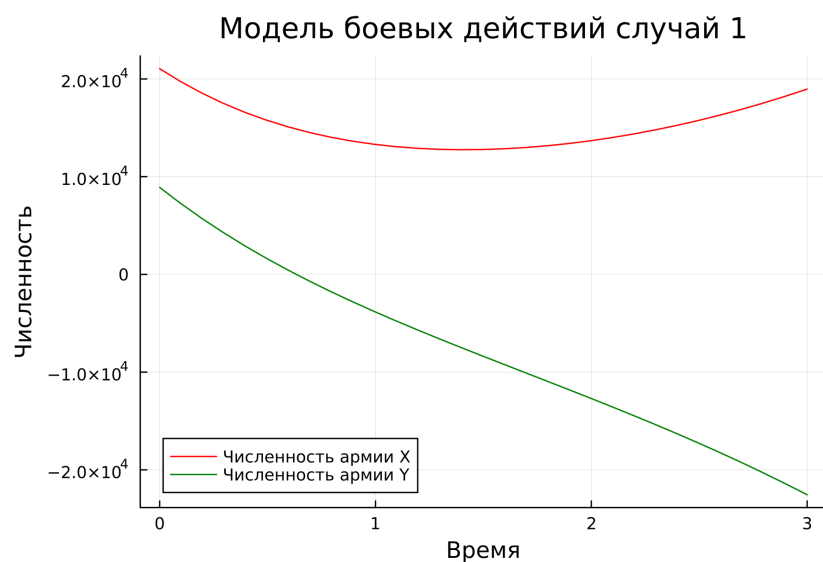


Рис. 2: Модель боевых действий между регулярными войсками

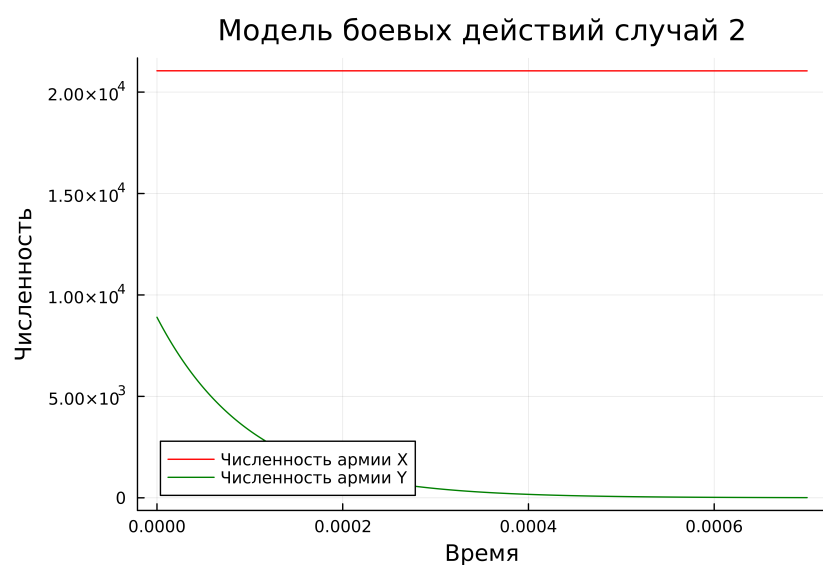
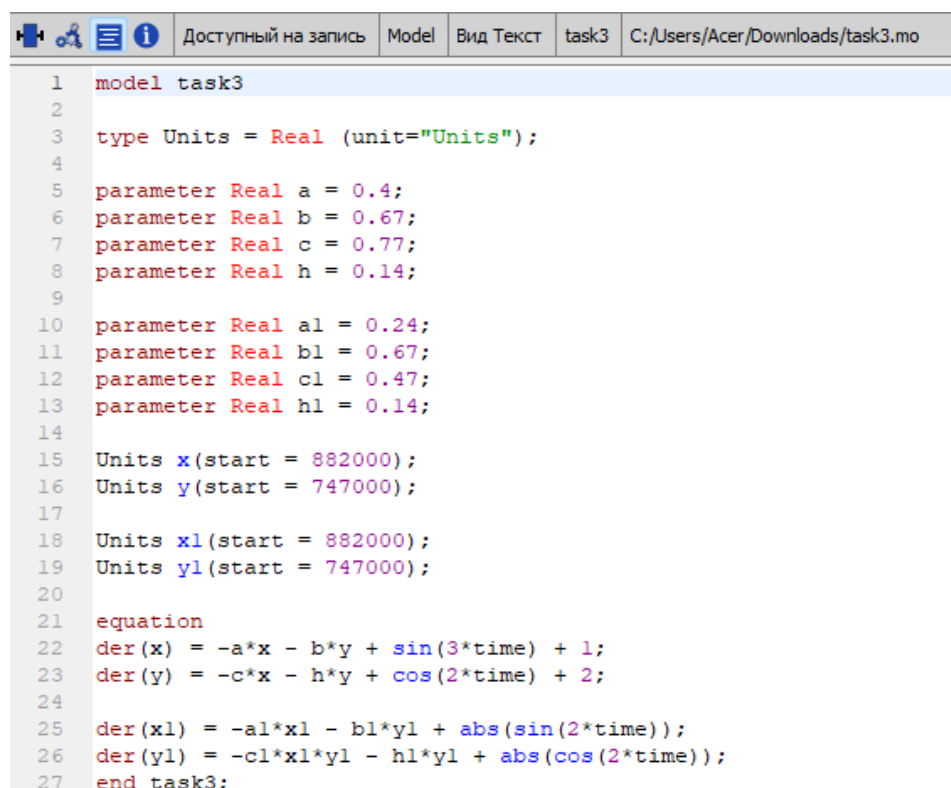


Рис. 3: Модель боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

OpenModelica

OpenModelica – это свободное программное обеспечение для моделирования и анализа сложных динамических систем, основанное на языке Modelica. OpenModelica приближа-

ется по функциональности к таким инструментам, как Matlab Simulink и Scilab xCos, но обладает более удобным представлением системы уравнений [3]. Решение задачи для двух случаев (рис.4):



```
1  model task3
2
3  type Units = Real (unit="Units");
4
5  parameter Real a = 0.4;
6  parameter Real b = 0.67;
7  parameter Real c = 0.77;
8  parameter Real h = 0.14;
9
10 parameter Real a1 = 0.24;
11 parameter Real b1 = 0.67;
12 parameter Real c1 = 0.47;
13 parameter Real h1 = 0.14;
14
15 Units x(start = 882000);
16 Units y(start = 747000);
17
18 Units x1(start = 882000);
19 Units y1(start = 747000);
20
21 equation
22 der(x) = -a*x - b*y + sin(3*time) + 1;
23 der(y) = -c*x - h*y + cos(2*time) + 2;
24
25 der(x1) = -a1*x1 - b1*y1 + abs(sin(2*time));
26 der(y1) = -c1*x1*y1 - h1*y1 + abs(cos(2*time));
27 end task3;
```

Рис. 4: Код в OpenModelica

Из рис.5 видно (1 случай), что армия x (красный цвет) выиграла армию y (синий цвет)

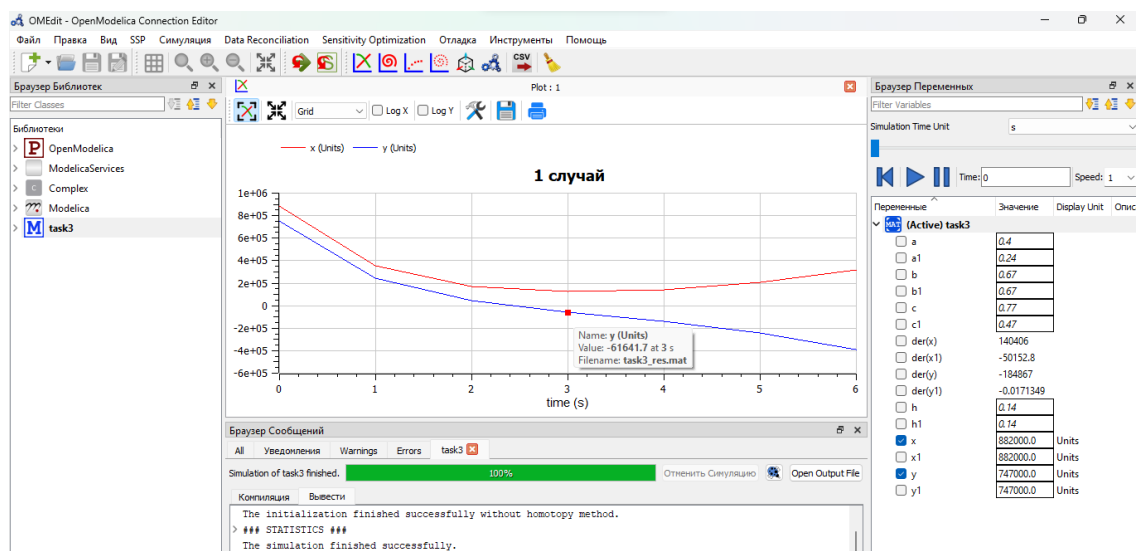


Рис. 5: Модель боевых действий между регулярными войсками

Из рис.6 видно (2 случай), что армия x (красный цвет) выиграла армию y (синий цвет)

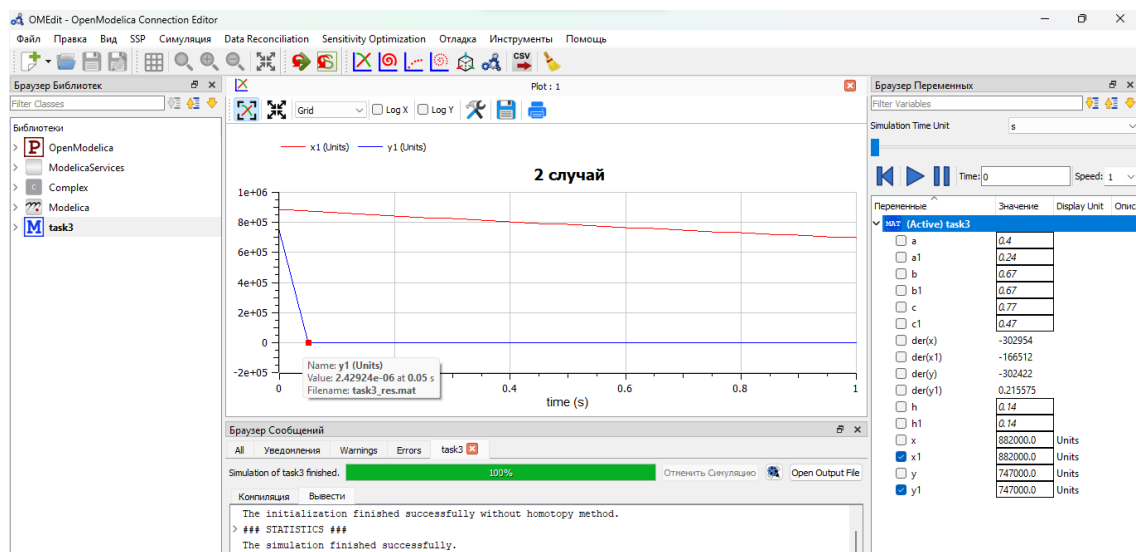


Рис. 6: Модель ведения боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

Анализ и сравнение результатов

Из анализа графиков первой модели видно, что графики, созданные с помощью Julia и OpenModelica, очень похожи друг на друга, хотя могут иметь некоторые различия из-за разных графических ресурсов и настроек масштаба. То же самое наблюдается и на графиках, отражающих столкновение регулярной армии с силами партизан во второй модели. В обоих случаях армия X выходит победителем.

Выводы

Таким образом, в ходе ЛР№3 я рассмотрела простейшие модели боевых действий – модели Ланчестера. С помощью рассмотренного примера научилась решать задачи такого типа. Смогла решить задачу о модели боевых действий, а также все поставленные задачи.

Список литературы

1. Решение дифференциальных уравнений. [Электронный ресурс]. М. URL: wolframalpha (Дата обращения: 15.02.2024).
2. Документация по Julia. [Электронный ресурс]. М. URL: Julia 1.10 Documentation (Дата обращения: 15.02.2024).
3. Документация по OpenModelica. [Электронный ресурс]. М. URL: openmodelica (Дата обращения: 15.02.2024).