

COMPLEXITES

Dans les fichiers qui travaillent directement sur les graphes, un graphe G est créé au début du fichier. Sa matrice d'adjacence et sa liste d'adjacence aussi. Elles sont créées avec une complexité en $O(m)$ où m est le nombre d'arêtes du graphe G. Par la suite l'utilisation de ces outils ne sera plus qu'en $O(1)$.

Les graphes sur lesquels nous travaillons sont des graphes simples, c'est-à-dire sans boucles ni arêtes multiples. Le degré maximum d'un sommet est donc $n-1$ où **n est le nombre de sommet de G**.

FICHER FONCTIONS_GENERALES:

- **FONCTION CAPITALES_FRONTALIERES :**

Une seule instruction qui retourne la valeur d'un dictionnaire (liste d'adjacence) pour une clé donnée.

Complexité : $O(1)$

- **FONCTION IS_CAPITALES_FRONTALIERES :**

Instruction conditionnelle qui est en $O(1)$ (vérification d'une valeur à un emplacement précis dans une liste de liste)

Les instructions dans le if et dans le else sont en $O(1)$ (affectation)

Complexité : $O(1)$

- **FONCTION NB_CHAINE_LONGUEUR_DONNEE :**

Fonction en $O(n^3)$ puis instruction en $O(1)$

Complexité : $O(n^3)$

- **FONCTION CHAINE_LONGUEUR2 :**

Plusieurs instructions élémentaires sont en $O(1)$. On boucle sur les sommets adjacents au sommet de départ puis sur les sommets adjacents à chaque sommet adjacent au sommet de départ. Soit $d(\text{départ})$, le degré du sommet de départ et $d(\text{départ}[i])$ le degré du sommet i adjacents au sommet de départ. Donc la complexité de l'algorithme est $d(\text{départ}) * \text{moy}(d(\text{départ}[i]))$ où peut s'écrire aussi $\sum(d(\text{départ}[i]))$.

Complexité : $O(\sum(d(\text{départ}[i])))$

- **FONCTION PLUS_COURTE_DISTANCE :**

Première instruction en $O(1)$, l'algorithme peut s'arrêter là. Mais s'il continue :

La suite des affectations est en $O(1)$. Première boucle est en $O(d(\text{départ}))$ où $d(\text{départ})$ est le degré du sommet de départ.

Puis, boucle sur le nombre de sommets présents dans une liste. Il y a au maximum n sommets qui peuvent être présents dans cette liste donc $O(n)$. Dans cette boucle il y a un second while qui boucle sur le degré de chaque sommet de la liste. Au max degré = $n-1$. Dans cette seconde boucle est présente une instruction conditionnelle qui vérifie la présence d'une valeur dans une liste, liste de taille au maximum n. Donc cette instruction est en $O(n)$

On se trouve alors avec le schéma suivant :

Boucle en $O(d(\text{départ}))$

Boucle en $O(n)$

Boucle en $O(n)$

Instruction en $O(n)$

Donc dans le pire des cas l'algorithme contient n^3 instructions.

La complexité maximum de l'algorithme semble être $O(\max(d(\text{départ}), n^3))$.

Complexité : $O(n^3)$

FICHER FONCTIONS_DISTANCES:

- **FONCTION DISTANCES_CAPITALES_FRONTALIERES :**

Création d'un dictionnaire en $O(1)$, création d'une liste à partir de la liste d'adjacence correspondant à un sommet i en $O(1)$, boucle sur cette liste afin d'associer dans le dictionnaire une valeur à chaque élément de la liste. Notons $d(i)$ le degré du sommet i .

Complexité : $O(d(i))$

- **FONCTION DISTANCES_MIN_CAPITALES_FRONTALIERES :**

Création d'une liste à partir de la fonction `distances_capitales_frontalieres` en $O(d(i))$. Trie de la liste en $O(d(i) \cdot \log(d(i)))$ puisque la taille de notre liste est $d(i)$.

Complexité : $O(d(i) + d(i) \cdot \log(d(i))) = O(d(i) \cdot \log(d(i)))$

- **FONCTION DISTANCES_INFERIEURES_CAPITALES_FRONTALIERES :**

Même principe que `distances_capitales_frontalieres` avec une condition supplémentaire en $O(1)$

Complexité : $O(d(i))$

- **FONCTION DISTANCE_TRAJET :**

Boucle sur le nombre de capitales présentes dans la liste. Soit k le nombre d'éléments présents dans la liste, alors l'algorithme est en $O(k)$ puisque le reste des instructions est élémentaire.

Complexité : $O(k)$

FICHER FONCTIONS_DUREES :

- **ACCESSIBLE_CAPITALS(DEPART,DUREE) :**

L'initialisation se fait en $O(1)$.

La seule boucle de l'algorithme s'effectue sur l'ensemble des sommets du graphe, soit en n itérations.

La complexité du corps de boucle est en $O(1)$.

Donc la complexité de la boucle est en $O(n \cdot 1) = O(n)$.

Finalement, la complexité globale de l'algorithme est en $O(\max(1, n))$ donc en $O(n)$.

- **BORDER_CAPITALS(CAPITALE) :**

L'initialisation se fait en $O(1)$.

La seule boucle de l'algorithme s'effectue sur l'ensemble des sommets du graphe, soit en n itérations.

La complexité du corps de boucle est en $O(1)$.

Donc la complexité de la boucle est en $O(n \cdot 1) = O(n)$.

Finalement, la complexité globale de l'algorithme est en $O(\max(1, n))$ donc en $O(n)$.

- **NEAREST_BORDER_CAPITALS(CAPITALE) :**

La fonction comporte 5 lignes.

Trois d'entre elles sont en $O(1)$.

La seconde ligne utilise la fonction `border_capitals` donc est en $O(n)$.

La troisième ligne consiste à trier un dictionnaire créé par la fonction `border_capitals`. La taille de ce dictionnaire correspond au degré du sommet entré en paramètre. Notons-le $d(i)$. Donc ce tri est en $O(d(i)\log(d(i)))$.

Donc l'algorithme est en $O(\max(d(i)*\log(d(i)), n))$

- `EXIST_PATH_BETWEEN_TWO_CAPITALS(LIST_OF_CAPITALS)` :

Cette fonction contient 3 lignes, toutes en $O(1)$. Donc cette fonction est en $O(1)$.

- `PATH_DURATION_BETWEEN_TWO_CAPITALS(CAPITALE1, CAPITALES2)` :

L'initialisation se fait en $O(1)$.

La seule boucle de l'algorithme s'effectue sur la liste entrée en paramètre. Notons k le nombre d'éléments de la liste, avec k un entier naturel.

Le corps de boucle utilise une fonction en $O(1)$.

Les autres instructions de ce corps de boucle sont en $O(1)$

Donc la complexité du corps de boucle est en $O(1)$.

Cela implique que la complexité de la boucle est en $O(k*1) = O(k)$.

Finalement, l'algorithme est en $O(\max(1,k))$ donc en $O(k)$.

FICHER FONCTIONS_DUREES_VISITE :

- `FONCTION DUREE_VISITE_INFERIEUR_A` :

Initialisation du dico en $O(1)$. Boucle sur les sommets de notre graphe. A l'intérieur de la boucle instruction en $O(1)$.

Complexité : $O(n)$

- `FONCTION DUREE_VISITE_EGALE_A` :

Pareil que fonction `duree_visite_inferieur_a`.

Complexité : $O(n)$

- `FONCTION DUREE_VISITE_INFERIEUR_A` :

Pareil que fonction `duree_visite_inferieur_a`.

Complexité : $O(n)$

- `FONCTION DUREE_SEJOUR` :

Boucle sur le nombre de capitale de la liste entrée en paramètre. Soit k la taille de la liste.

Complexité : $O(k)$

- `FONCTION DUREE_VISITE_SEJOUR` :

Instruction en $O(1)$

Complexité : $O(1)$

FICHER OUTILS_MATRICES:

- `FONCTION PUISSANCE2_MATRICE_ADJACENCE` :

L'algorithme contient 3 boucles imbriquées. Chacune est en $O(n)$, où n est le nombre de sommets de notre graphe, puisqu'elles bouclent sur le nombre de sommets de notre matrice d'adjacence.

Complexité : $O(n^3)$

- **FONCTION PRODUIT_MATRICE1 :**

Même principe que fonction puissance2_matrice_adjacence.
Complexité : $O(n^3)$

- **FONCTION PRODUIT_MATRICE2 :**

Même principe que fonction puissance2_matrice_adjacence.
Complexité : $O(n^3)$

- **FONCTION PUISSANCE_MATRICE_ADJACENCE :**

Première instruction en $O(n^3)$. Puis boucle effectuée x fois qui contient une instruction en $O(n^3)$. x représente l'entier entré en paramètre auquel on soustrait 2.
Complexité : $O(x \cdot n^3)$

FICHER FONCTIONS_INFOS_CAPITALES :

- **FONCTION LECTURE_DANS_FICHER(NOM_FICHER) :**

La fonction est en $O(n)$ où n est le nombre de capitale de notre fichier car toutes les lignes sont constantes, et certaines sont répétées n fois par le « for » qui est un temps linéaire.

- **FONCTION INFOS_INITIALISATION() :**

Cette fonction reprend la fonction précédente, elle est donc aussi en $O(n)$.

- **FONCTION AFFICHE_CAPITALE(CAPITALE) :**

Cette fonction est en $O(1)$ car afficher une information est un temps constant.

- **FONCTION AFFICHE_LIS_OBJET_CAPITALE(LISTE_CAPITALE) :**

Cette fonction est en $O(n)$ où n est le nombre de capitale de notre fichier car elle contient un « for » et sinon que des lignes de temps constant.

- **FONCTION AFFICHE_LIS_CAPITALE(LISTE) :**

Cette fonction contient une boucle en $O(k)$ où k est le nombre d'éléments de la liste prise en paramètre. Dans cette boucle on fait appel à la fonction index_capitale qui est en $O(n)$ donc la complexité de l'algorithme est en $O(k \cdot n)$.

- **FONCTION LISTE_CAPITALE() :**

Cette fonction est en $O(n)$ où n est le nombre de capitale de notre fichier car elle contient un « for » qui boucle sur notre liste de capitale puis des instructions élémentaires.

- **FONCTION INDEX_CAPITALE :**

Cette fonction est en $O(n)$ où n est le nombre de capitale de notre fichier car elle utilise la fonction .index(i) qui est en $O(n)$.

- **FONCTION CHOIX_INFOS() :**

Cette fonction est en $O(1)$ car afficher une information est un temps constant.

- FONCTION CHOIX_CAPITALE() :

Cette fonction est en $O(1)$ car retourne une information en temps constant.