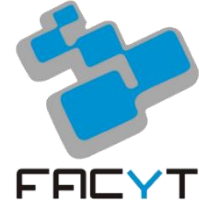




Universidad de Carabobo
Facultad Experimental de Ciencias y Tecnología
Departamento de Matemáticas



CASO 7

BestChip: Estrategia de Expansión

Autor: Margy Garzón

Materia: Investigación de Operaciones I

Tema: Programación Lineal

Naguanagua Carabobo, Venezuela, Agosto del 2022

Contenido

Planteamiento	3
Análisis del problema	5
Respecto al sitio:	5
Respecto a los costos:	5
Modelado	7
Variables de decisión.....	7
Restricciones	8
Función objetivo.....	9
Resultados	10
Observaciones y recomendaciones	11
Conclusiones	13

Planteamiento

BestChip: estrategia de expansión

BestChip (BC) es una gran corporación a escala nacional que produce golosinas con bajo contenido de grasa para un mercado en expansión (pretendido juego de palabras). Básicamente, BC toma la materia prima (maíz, trigo y papas) y la convierte en dos tipos de golosinas: *chips* (regular y cebolla verde) y *party mix* (una variedad). BC se está expandiendo en el occidente de Estados Unidos y está considerando sitios para ubicar instalaciones de producción.

En la actualidad BC tiene ocho sitios posibles. En la tabla 1 se muestran los precios de compra de los sitios y el costo de compra y envío por tonelada de materia prima a cada sitio.

El costo de compra representa el costo amortizado anual de abrir y operar el sitio (exclusivo de los costos de envío). Cada sitio puede producir unas 20 000 toneladas de producto por año.

BC tiene seis clientes principales, y la demanda se envía en camión desde la planta de almacén del cliente. El costo de envío depende del tonelaje y la distancia y llega a ser de \$0.15 por tonelada-milla. Los clientes, su ubicación y su demanda anual en toneladas para cada producto se listan en la tabla 2. Usted debe satisfacer la demanda.

La composición de los productos no depende de la planta de producción. En la tabla 3 se dan los datos de combinación producto-ingrediente. La compañía requiere que consideremos nuestro negocio, así que no se puede ubicar plantas en más de dos estados.

Para este análisis, ignore las diferencias en las tasas de propiedad e impuestos sobre los ingresos entre los estados (esto, por lo general, es crítico, pero nos aparta del tema importante de la programación matemática). Además, muchos factores decisivos determinan en realidad las ubicaciones; por ejemplo, el método de financiar la compra del sitio también será un factor importante en la decisión, pero eso se ignora también.

Su trabajo es determinar cómo se debe llevar a cabo la expansión en el occidente y dar opciones. Las preguntas que debe considerar son:

- ¿Qué sitios deben ser elegidos? ¿Cómo se debe atender a los clientes?
- Si encarece la gasolina y cambian los costos de transporte, entonces ¿Cómo se afecta la recomendación?
- Si se incrementan los costos de carga por ferrocarril para el envío de materia prima, entonces ¿Cómo se afecta la recomendación?

Por favor tome en cuenta otros temas de análisis de sensibilidad que considere importantes para el proceso de toma de decisiones del administrador.

TABLA 1

Información del lugar y costo de envío de materia prima

Ubicación del sitio	Costo de compra (\$/año)	Costo de envío de materia prima (\$/ton)		
		Maíz	Trigo	Papas
Yuma AZ	125.000,00	10	5	16
Fresno CA	130.000,00	12	8	11
Tucson AZ	140.000,00	9	10	15
Pomona CA	160.000,00	11	7	14
Santa Fe NM	150.000,00	8	14	10
Flagstaff AZ	170.000,00	10	12	11
Las Vegas NV	155.000,00	13	12	9
St George UT	115.000,00	14	15	8

TABLA 2

Información de demanda

Compañía	Ubicación	Demanda (en tonelada)		
		Regular	Cebolla verde	Party mix
Jones	Salt Lake City	1300	900	1700
YZCO	Albuquerque	1400	1100	1700
Square Q	Phoenix	1200	800	1800
AJ Store	San Diego	1900	1200	2200
Sun Quest	Los Angeles	1900	1400	2300
Harm's Path	Tucson	1500	1000	1400

TABLA 3

Combinación producto ingredient

Producto	Ingredientes (en porcentaje)		
	Maíz	Trigo	Papas
Chips regulares	70	20	10
Chips Cebolla Verde	30	15	55
Party Mix	20	50	30

TABLA 5 **Distancia en millas**

Sitio	Jones	YZCO	Square Q	AJ Store	Sun Quest	Harm's Path
	Salt Lake City	Albuquerque	Phoenix	San Diego	Los Angeles	Tucson
Yuma AZ	714,5	600,7	185,1	172	282,7	235,6
Fresno CA	813,2	911,8	590,5	338,3	219,7	700,5
Tucson AZ	774,4	452,6	111,8	406,1	483,5	10
Pomona CA	660,5	759,1	345,1	115	29,5	455,1
Santa Fe NM	625,2	64,4	479,7	832,4	848,4	514,1
Flagstaff AZ	518,6	322,5	144,9	487,7	464,7	255,5
Las Vegas NV	420,4	575,6	301,6	331,8	270,4	411,5
St George UT	302,1	527,9	421	449	387,5	531

Análisis del problema

El objetivo de nuestro problema es escoger los sitios adecuados para las instalaciones de producción de manera tal que los costos sean los mínimos mientras cumplimos con las demandas de los clientes.

Respecto al sitio:

Hay 8 lugares posibles que se reparten en 5 estados de la siguiente manera:

1. Arizona: Yuma, Tucson y Flagstaff
2. California: Fresno y Pomona
3. Nuevo México: Santa Fe
4. Nevada: Las Vegas
5. Utah: St. George

Como no se pueden ubicar plantas en más de dos estados, es posible escoger varias plantas en un mismo estado (como en el caso de Arizona) siempre y cuando los estados escogidos no excedan de dos.

Las decisiones que debemos tomar respecto a la ubicación de las nuevas plantas son decisiones de sí y no.

- 🚦 ¿Se debe elegir a *Yuma, AZ* como ubicación para la nueva instalación de producción?
- 🚦 ¿Se debe elegir a *Fresno, CA* como ubicación para la nueva instalación de producción?
- 🚦 ¿Se debe elegir a *Tucson, AZ* como ubicación para la nueva instalación de producción?
- 🚦 ¿Se debe elegir a *Pomona, CA* como ubicación para la nueva instalación de producción?
- 🚦 ¿Se debe elegir a *Santa Fe, NM* como ubicación para la nueva instalación de producción?
- 🚦 ¿Se debe elegir a *Flagstaff, AZ* como ubicación para la nueva instalación de producción?
- 🚦 ¿Se debe elegir a *Las Vegas, NV* como ubicación para la nueva instalación de producción?
- 🚦 ¿Se debe elegir a *St. George, UT* como ubicación para la nueva instalación de producción?

Respecto a los costos:

Los costos que debemos considerar son: costo anual de abrir y operar el sitio elegido (segunda columna *tabla 1*), costos de compra y envío de materia prima y costo de envío de productos a clientes.

- 🚦 Costos de compra y envío de materia prima: podemos observar en la *tabla 1* que el costo de compra y envío de cada materia prima varía de acuerdo al lugar.

Para saber el costo total por tonelada de compra y envío de materia prima debemos multiplicar la cantidad de toneladas que requerimos de cada materia prima por el costo por tonelada. Por ejemplo: supongamos que requerimos la materia prima para Yuma, además, se requieren 3500 toneladas de maíz, 4250 toneladas de trigo y 3680 toneladas de papas.

El coste total de compra y envío de materia prima a Yuma será

$$3500 \cdot 10 + 4250 \cdot 5 + 3680 \cdot 16 = \$115130$$

Y así sucesivamente con los lugares que vayan a producir los productos.

Ahora bien, a primera instancia no conocemos cuántas toneladas se requieren por materia prima. Para conocer esto debemos considerar la información de la *tabla 3*.

Supongamos que una planta escogida es Yuma, y que al cubrir la demanda de los clientes deberá enviar 3500 toneladas de chips regular, 4200 toneladas de chips cebolla verde y 3940 toneladas de party mix.

Debido a la composición de cada producto, entonces:

$(3500*70)/100 = 2450$ toneladas de maíz para preparar las chips regular

$(3500*20)/100 = 700$ toneladas de trigo para preparar las chips regular

$(3500*10)/100 = 350$ toneladas de papas para preparar las chips regular

$(4200*30)/100 = 1260$ toneladas de maíz para preparar las chips cebolla verde

$(4200*15)/100 = 630$ toneladas de trigo para preparar las chips cebolla verde

$(4200*55)/100 = 2310$ toneladas de papas para preparar las chips cebolla verde

$(3940*20)/100 = 788$ toneladas de maíz para preparar las party mix


$(3940*50)/100 = 1970$ toneladas de trigo para preparar las party mix

$(3940*30)/100 = 1182$ toneladas de papas para preparar las party mix

Para **Yuma**, se requieren en total:

- $2450+1260+788 = 4498$ toneladas de **maíz**
- $700+630+1970 = 3300$ toneladas de **trigo**
- $350+2310+1182 = 3842$ toneladas de **maíz**

Y así con la producción de cada sitio. Esta información la podemos encontrar en la *tabla 4* de la hoja Solver del libro de Excel.

 Costos de envío de los productos a cada cliente: este coste de envío es \$0.15 por tonelada-milla. No tenemos las millas que hay entre cada posible planta y cada compañía, sin embargo, conocemos ambos lugares.

La *tabla 5* muestra la distancia en millas de cada sitio a la ubicación de cada cliente.

Consideremos que esta información se obtuvo a través de Google Maps.

Así, el costo de envío de cada producto será = $0.15 * \text{toneladas enviadas} * \text{distancia en millas}$

Modelado

Variables de decisión

Las decisiones a tomar son:

1. ¿Qué sitios deben elegirse?
2. ¿Cómo se debe atender a los clientes?

Para responder la pregunta 1, definimos las siguientes variables de decisión:

AZ1 = Se debe elegir a *Yuma, AZ* como ubicación para la nueva instalación de producción

CA1 = Se debe elegir a *Fresno, CA* como ubicación para la nueva instalación de producción

AZ2 = Se debe elegir a *Tucson, AZ* como ubicación para la nueva instalación de producción

CA2 = Se debe elegir a *Pomona, CA* como ubicación para la nueva instalación de producción

NM = Se debe elegir a *Santa Fe, NM* como ubicación para la nueva instalación de producción

AZ3 = Se debe elegir a *Flagstaff, AZ* como ubicación para la nueva instalación de producción

NV = Se debe elegir a *Las Vegas, NV* como ubicación para la nueva instalación de producción

UT = Se debe elegir a *St. George, UT* como ubicación para la nueva instalación de producción

Estas variables son binarias, donde 1 indica que ese sitio debe ser elegido y 0 indica que no debe ser elegido.

Para dar respuesta a la pregunta 2:

X_{ij} = toneladas de producto que debe enviar el sitio i al cliente j

Con $i = 1, \dots, 8$ y $j = 1, \dots, 18$

El índice j puede tomar valores enteros entre 1 y 18 ya que consideramos que la demanda de cada uno de los 6 clientes es de 3 productos cada uno (observe la *tabla 7* en la hoja Solver del libro de Excel).

Considerando la restricción de establecer plantas en máximo 2 estados, anexaremos las siguientes variables (binarias) auxiliares:

Y1 = elegir el estado de Arizona

Y2 = elegir el estado de California

Y3 = elegir el estado de Nuevo México

Y4 = elegir el estado de Nevada

Y5 = elegir el estado de Utah

Donde el valor 1 significa que debe escogerse ese estado y un valor de 0 indica lo contrario.

Restricciones

- La capacidad máxima de producción de cada sitio es de 20000 toneladas de producto:

$$\begin{aligned}\sum_{j=1}^{18} x_{1j} &\leq 20000 && \text{Producción de Yuma} \\ \sum_{j=1}^{18} x_{2j} &\leq 20000 && \text{Producción de Fresno} \\ \sum_{j=1}^{18} x_{3j} &\leq 20000 && \text{Producción de Tucson} \\ \sum_{j=1}^{18} x_{4j} &\leq 20000 && \text{Producción de Pomona} \\ \sum_{j=1}^{18} x_{5j} &\leq 20000 && \text{Producción de Santa Fe} \\ \sum_{j=1}^{18} x_{6j} &\leq 20000 && \text{Producción de Flagstaff} \\ \sum_{j=1}^{18} x_{7j} &\leq 20000 && \text{Producción de Las Vegas} \\ \sum_{j=1}^{18} x_{8j} &\leq 20000 && \text{Producción de St. George}\end{aligned}$$

- La demanda de cada cliente debe ser atendida:

Demanda de Jones

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^6 x_{i1} &= 1300 && \leftarrow \text{chips regulares} \\ \sum_{i=1}^6 x_{i2} &= 900 && \leftarrow \text{chips cebolla v.} \\ \sum_{i=1}^6 x_{i3} &= 1700 && \leftarrow \text{party mix}\end{aligned}$$

Demanda de YZCO

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^6 x_{i4} &= 1400 && \leftarrow \text{chips regulares} \\ \sum_{i=1}^6 x_{i5} &= 1100 && \leftarrow \text{chips cebolla v.} \\ \sum_{i=1}^6 x_{i6} &= 1700 && \leftarrow \text{party mix}\end{aligned}$$

Demanda de Square Q

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^6 x_{i7} &= 1200 && \leftarrow \text{chips regulares} \\ \sum_{i=1}^6 x_{i8} &= 800 && \leftarrow \text{chips cebolla v.} \\ \sum_{i=1}^6 x_{i9} &= 1800 && \leftarrow \text{party mix}\end{aligned}$$

Demanda de AJ Store

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^6 x_{i10} &= 1900 && \leftarrow \text{chips regulares} \\ \sum_{i=1}^6 x_{i11} &= 1200 && \leftarrow \text{chips cebolla v.} \\ \sum_{i=1}^6 x_{i12} &= 2200 && \leftarrow \text{party mix}\end{aligned}$$

Demanda de Sun Quest

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^6 x_{i13} &= 1900 && \leftarrow \text{chips regulares} \\ \sum_{i=1}^6 x_{i14} &= 1400 && \leftarrow \text{chips cebolla v.} \\ \sum_{i=1}^6 x_{i15} &= 2300 && \leftarrow \text{party mix}\end{aligned}$$

Demanda de Harm's Path

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^6 x_{i16} &= 1500 && \leftarrow \text{chips regulares} \\ \sum_{i=1}^6 x_{i17} &= 1000 && \leftarrow \text{chips cebolla v.} \\ \sum_{i=1}^6 x_{i18} &= 1400 && \leftarrow \text{party mix}\end{aligned}$$

- No puede haber plantas en más de dos estados:

$$AZ1 + AZ2 + AZ3 \leq M * Y1$$

$$CA1 + CA2 \leq M * Y2$$

$$NM \leq M * Y3$$

$$NV \leq M * Y4$$

$$UT \leq M * Y5$$

$$Y1 + Y2 + Y3 + Y4 + Y5 \leq 2$$

Con M un número grande, podemos controlar el hecho de que solo pueden ser elegidos dos estados como máximo. Si por ejemplo $Y1 = 0$ (no se escoge el estado de Arizona) entonces se fuerza a que tampoco podrán ser elegidos AZ1 (Yuma), AZ2 (Tucson) ni AZ3 (Flagstaff) ya que estos tres sitios se encuentran en Arizona.

Si por el contrario $Y1=1$ entonces podrán ser escogidos cualquiera de los tres sitios ubicados en Arizona, o incluso los tres, ya que con M grande se cumple la restricción.

Adicional a esto, para forzar que solo se le asignen toneladas a los sitios que han sido elegidos, consideramos las restricciones:

$$\sum_{j=1}^{18} x_{1j} \leq M * AZ1$$

$$\sum_{j=1}^{18} x_{2j} \leq M * CA1$$

$$\sum_{j=1}^{18} x_{3j} \leq M * AZ2$$

$$\sum_{j=1}^{18} x_{4j} \leq M * CA2$$

$$\sum_{j=1}^{18} x_{5j} \leq M * NM$$

$$\sum_{j=1}^{18} x_{6j} \leq M * AZ3$$

$$\sum_{j=1}^{18} x_{7j} \leq M * NV$$

$$\sum_{j=1}^{18} x_{8j} \leq M * UT$$

Con M un número muy grande.

- Naturaleza de las variables

$$x_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j$$

AZ1, CA1, AZ2, CA2, NM, AZ3, NV y UT son binarias

Y_k es binaria para $k = 1, 2, 3, 4, 5$

Función objetivo

Minimizar

Z = costos anuales de abrir y operar el sitio + costos de compra y envío de materia prima + costos de envío de los productos a los clientes

Resultados

Resolviendo el problema usando el **algoritmo Solver de Excel** y haciendo referencia a la ubicación de la celda en la hoja Solver del libro de Excel, tenemos:

Minimizar Z= E114

Variables de decisión

D85:U92

C95:C102

C105:C109

Restricciones

B122:B129 \leq 20000

C133:C135 = E133:E135

C138:C140 = E138:E140

H133:H135 = J133:J135

H138:H140 = J138:J140

M133:M135 = O133:O135

M138:M140 = O138:O140

B144:B148 \leq D144:D148

B150 \leq D150

I144:I151 \leq K144:K151

C95:C102 bin

C105:C109 bin

Al resolver este problema con el algoritmo Solver, obtenemos los siguientes resultados:

- Como se ve en la celda C105 y en la celda C106 de la hoja Solver, los **estados escogidos** fueron el estado de Arizona y el estado de California.
- En las celdas C97 y C98 de la hoja Solver podemos ver que los **sitios elegidos** fueron **Tucson, AZ y Pomona CA.**
- El **costo mínimo** al abrir y operar en Tucson y Pomona y además de producir y enviar los productos a los clientes desde estos sitios lo podemos observar en la celda E114 de la hoja Solver y corresponde a **\$1.446.071,5**
- La planta en Tucson debe satisfacer el 100% de la **demand**a de Jones, AJ Store y Sun Quest como se observa en la tabla 6 de la hoja Solver.
- La planta en Pomona debe atender el 100% de la **demand**a de YZCO, Square Q y Harm's Path como se observa en la tabla 6 de la hoja Solver.

Observaciones y recomendaciones

Si se cambian algunos parámetros:

Supongamos que **encarece la gasolina y cambian los costos de transporte de envío** de los productos a cada compañía, entonces ¿Cómo afecta eso a la recomendación?

Si el costo de envío por tonelada-milla aumenta, por ejemplo, un 10%, es decir, el costo ahora es de \$0.165 por tonelada-milla, no afectará la recomendación pues al escoger Tucson y Pomona seguimos obteniendo el costo mínimo de la función objetivo. Podemos observar este hecho al cambiar el valor de la celda K62 en la hoja Solver por 0.165.

Ahora bien, si el costo de envío aumenta un 13% o más, es decir, el costo por tonelada-milla es ahora \$0.1695 o más, se recomienda establecer las nuevas plantas en Tucson, Pomona y Flagstaff para cumplir con la demanda de los clientes y obtener un costo mínimo. Se puede verificar este hecho en la hoja Solver(2) en donde tenemos el mismo problema solo que la celda K62 ha sido cambiada por el nuevo precio.

Si se **incrementan los costos** de carga por ferrocarril para el **envío de materia prima**, entonces ¿Cómo se afecta la recomendación?

En la hoja Solver(3) se puede observar que al cambiar uniformemente todos los costos de envío de la materia prima, la recomendación no se ve afectada.

Si se cambian algunas restricciones:

En la hoja Relajamiento, podemos ver el relajamiento del mismo problema, es decir, cambiando las restricciones de las variables binarias por $0 \leq \text{variable} \leq 1$ para así obtener un análisis de sensibilidad que nos servirá para analizar algunos datos.

En la hoja Análisis de sensibilidad, a partir de la celda B184 se encuentra la siguiente información:

Nombre	Valor Final	Precio Sombra	Permisible Aumentar	Permisible Reducir	Nombre	Valor Final	Precio Sombra	Permisible Aumentar	Permisible Reducir
R Jones	1300	59,145	16100	1300	R Sun Quest	1900	15,245	9100	1900
CV Jones	900	56,395	16100	900	CV Sun Quest	1400	16,795	9100	1400
PM Jones	1700	58,245	16100	1700	PM Sun Quest	2300	14,645	9100	2300
R AJ Store	1900	28,07	9100	1900	R Square Q	1200	26,85	12300	1200
CV AJ Store	1200	29,62	9100	1200	CV Square Q	800	29,5	12300	800
PM AJ Store	2200	27,47	9100	2200	PM Square Q	1800	28,35	12300	1800
R YZCO	1400	19,36	15800	1400	R Harm's Path	1500	11,58	12300	1500
CV YZCO	1100	19,96	15800	1100	CB Harm Path	1000	14,23	12300	1000
PM YZCO	1700	21,56	15800	1700	PM Harm's P	1400	13,08	12300	1400

En esta tabla vemos cómo afecta a la función objetivo cambiar la demanda de cada cliente. Por ejemplo, por cada unidad que el cliente aumente (o disminuya) en su demanda de chips regular, el costo total aumentará (o disminuirá) en \$59 aproximadamente.

Vemos que los precios sombra con mayor valor son los correspondientes a las demandas de la compañía Jones, por lo que su demanda tiene mayor efecto en la función objetivo.

Desde la celda B170 a la B177 de esta misma hoja se ve que no tiene ningún efecto aumentar la capacidad de producción de las plantas pues su precio sombra es de 0.

Por último, si cambiamos la restricción de que solo se pueden establecer plantas en máximo dos estados vemos que los costos se reducen significativamente.

Si por ejemplo, consideramos establecer las plantas en máximo 3 estados obtenemos un costo total de 1.327.725 eligiendo a Tucson, Pomona y Santa Fe.

Si se restringe el problema a escoger 4 o hasta los 5 estados, el costo mínimo será de 1.261.806 eligiendo a Tucson, Pomona, Santa Fe y St. George.

Podemos verificar esta información cambiando la celda D150 de la hoja Solver por 3, 4 o 5 y ejecutar nuevamente el algoritmo solver.

Conclusiones

La mejor elección de ubicación para establecer las nuevas plantas son Tucson, Arizona y Pomona, California obteniendo así un costo total de \$1.446.072 que incluye el costo anual de abrir y operar en estos sitios, el costo de envío de materia prima y el coste de envío de los productos para cubrir las demandas de los clientes.

Si por alguna razón no es posible establecer el sitio en el estado de Arizona, una segunda opción sería establecer las plantas en Pomona, California o Santa Fe, Nuevo México con un costo total de 1.577.780

O si se debe descartar la posibilidad de establecer la planta en el estado de California, otra opción viable es escoger Yuma, Tucson y Santa Fe para obtener un costo mínimo de 1.545.908.

Se recomienda considerar la restricción de establecer plantas en máximo 2 estados, pues si aumentamos la cantidad de estados, el costo mínimo se reduce considerablemente.