МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
АДЫГЕЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Инженерно-физический факультет
Кафедра автоматизированных систем обработки информации и
управления

Отчет по практике

Программаная реализация численного метода *Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.(Вариант 3)*

1 курс, группа 1ИВТ2(2)

Выполнила:
________________ М. В. Белуха
«___» __________ 2023 г.

Руководитель:
________________ С. В. Теплоухов
«___» __________ 2023 г.

Майкоп, 2023 г.

1. Введение.

1) Теория о методе Гаусса.
2) Пример кода, решающего данную задачу.
3) Скриншоты примеров работы программы.

2. Ход работы

2.1. Теория о методе Гаусса.

Метод Гаусса — классический метод решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Назван в честь немецкого математика Карла Фридриха Гаусса. Это метод последовательного исключения переменных, когда с помощью элементарных преобразований система уравнений приводится к равносильной системе треугольного вида, из которой последовательно, начиная с последних (по номеру), находятся все переменные системы. Алгоритм решения СЛАУ (рис. 1) методом Гаусса подразделяется на два этапа.

На первом этапе осуществляется так называемый прямой ход (рис. 2), когда путём элементарных преобразований над строками систему приводят к ступенчатой или треугольной форме, либо устанавливают, что система несовместна (если при приведении появится уравнение, которое не имеет решений (все элементы а которого равны 0, но b не равно 0)). Для этого среди элементов первого столбца матрицы выбирают ненулевой, перемещают содержащую его строку в крайнее верхнее положение, делая эту строку первой. Далее ненулевые элементы первого столбца всех нижележащих строк обнуляются путём вычитания из каждой строки первой строки, домноженной на отношение первого элемента этих строк к первому элементу первой строки. После того, как указанные преобразования были совершены, первую строку и первый столбец мысленно вычёркивают и продолжают, пока не останется матрица нулевого размера. Если на какой-то из итераций среди элементов первого столбца не нашёлся ненулевой, то переходят к следующему столбцу и проделывают аналогичную операцию.

На втором этапе осуществляется так называемый обратный ход, суть которого заключается в том, чтобы выразить все получившиеся базисные переменные через небазисные и построить фундаментальную систему решений, либо, если все переменные являются базисными, то выразить в численном виде единственное решение системы линейных уравнений. Эта процедура начинается с последнего уравнения, из которого выражают соответствующую базисную переменную (а она там всего одна) и подставляют в предыдущие уравнения, и так далее, поднимаясь по «ступенькам» наверх. Каждой строчке соответствует ровно одна базисная переменная, поэтому на каждом шаге, кроме последнего (самого верхнего), ситуация в точности повторяет случай последней строки.

$$
\begin{cases}
a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + \ldots + a_{1n} \cdot x_n & = b_1 \quad (1) \\
a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + \ldots + a_{2n} \cdot x_n & = b_2 \quad (2) \\
\ldots \\
a_{m1} \cdot x_1 + a_{m2} \cdot x_2 + \ldots + a_{mn} \cdot x_n & = b_m \quad (m)
\end{cases}
$$

Рис. 1. СЛАУ.

$$
\begin{array}{lcr}
(2) \rightarrow (2) - (1) \cdot (\frac{a_{21}}{a_{11}}) & : & a'_{22} \cdot x_2 + a'_{23} \cdot x_3 + \ldots + a'_{2n} \cdot x_n = b'_2 \\
(3) \rightarrow (3) - (1) \cdot (\frac{a_{31}}{a_{11}}) & : & a'_{32} \cdot x_2 + a'_{33} \cdot x_3 + \ldots + a'_{3n} \cdot x_n = b'_3 \\
\ldots & & \\
(m) \rightarrow (m) - (1) \cdot (\frac{a_{m1}}{a_{11}}) & : & a'_{m2} \cdot x_2 + a'_{m3} \cdot x_3 + \ldots + a'_{mn} \cdot x_n = b'_n \\
(3) \rightarrow (3) - (2) \cdot (\frac{a'_{32}}{a'_{22}}) & : & a''_{33} \cdot x_3 + \ldots + a''_{3n} \cdot x_n = b''_3 \\
\ldots & & \\
(m) \rightarrow (m) - (m-1) \cdot (\frac{a^{(m-2)}_{m,n-1}}{a^{(m-2)}_{m-1,n-1}}) & : & a^{(m-1)}_{mm} \cdot x_m + \ldots + a^{(m-1)}_{mn} \cdot x_n = b^{(m-1)}_m
\end{array}
$$

Рис. 2. Прямой ход.

2.2. Пример кода, решающего данную задачу.

Далее представлен мой вариант кода решения СЛАУ методом Гаусса. Он решает СЛАУ с матрицами квадратного и прямоугольного вида, если СЛАУ несовместна, то выводит "Решений нет."Для корректной работы есть погрешность вычислений в 10^{-10}. Работает при введении целых и вещественных элементов системы.

```
def gauss_method(c, A, B):
#Прямой ход.
#Выбор максимальных элементов строки по модулю для сортировки по ним.
    for i in range(c):
        max_el = abs(A[i][i])
        max_row = i
        for k in range(i + 1, c):
            if abs(A[k][i]) > max_el:
                max_el = abs(A[k][i])
                max_row = k
#Сортировка строк.
        A[i], A[max_row] = A[max_row], A[i]
        B[i], B[max_row] = B[max_row], B[i]
#Приведение к ступенчатой или треугольной форме.
        for k in range(i + 1, c):
```

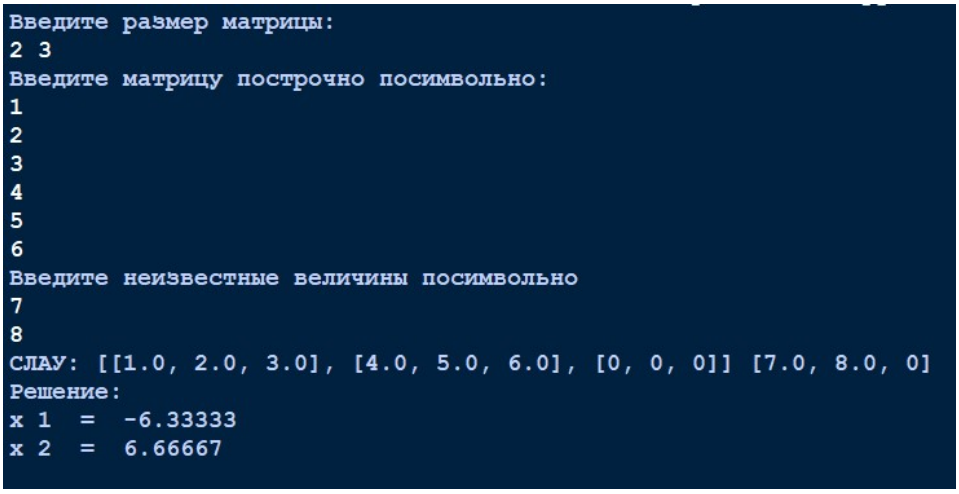
```
            f = -A[k][i] / A[i][i]
            for j in range(i, c):
                if i == j:
                    A[k][j] = 0
                else:
                    A[k][j] += f * A[i][j]
            B[k] += f * B[i]
#Округление слишком маленьких елементов системы для корректной работы.
#(только в случае если елемент меньше чем 10^(-10))
    for i in range(c):
        for j in range(c):
            if abs(A[i][j])<10**(-10):
                A[i][j]=0
        if abs(B[i])<10**(-10):
                B[i]=0
#Проверка системы на несовместность.
    prov=0
    for i in range(c):
        for j in range(c):
            prov+=abs(A[i][j])
        if prov==0 and B[i]!=0:
            print("Решений нет.")
            prov=-1
            break
        prov=0
#Обратный ход.
    if prov!=-1:
        x = [0 for _ in range(c)]
        for i in range(c - 1, -1, -1):
            if (B[i]!=0 or A[i][i]!=0) and (B[i]!=0 and A[i][i]!=0):
                x[i] = B[i] / A[i][i]
                for k in range(i - 1, -1, -1):
                    B[k] -= A[k][i] * x[i]
        return x

print("Введите размер матрицы:")
a, b = map(int,input().split( ))
print("Введите матрицу построчно посимвольно:")
#Введение матрицы с доп. построением до квадратной матрицы.
c=max(a,b)
A = []
for i in range(c):
    row = []
    if i<a:
```

```
        for j in range(c):
            if j<b:
                e = float(input())
            else: e = 0
            row.append(e)
    else:
        for j in range(c):
            e = 0
            row.append(e)
    A.append(row)
print("Введите неизвестные величины посимвольно")
#Введение неизвестных величин с доп. построением в соответ. с квадратной матрицей.
B = []
for i in range(c):
    if i<a:
        e = float(input())
    else: e = 0
    B.append(e)
print("СЛАУ:",A,B)
#Вызов функции выполняющей метод Гаусса.
result = gauss_method(c, A, B)
#Вывод результата решения с учётом вводимого размера системы.
if result!=None:
    print("Решение:")
    for i in range(a):
        print("x", i+1, " = ", "%.5f" % result[i])
```

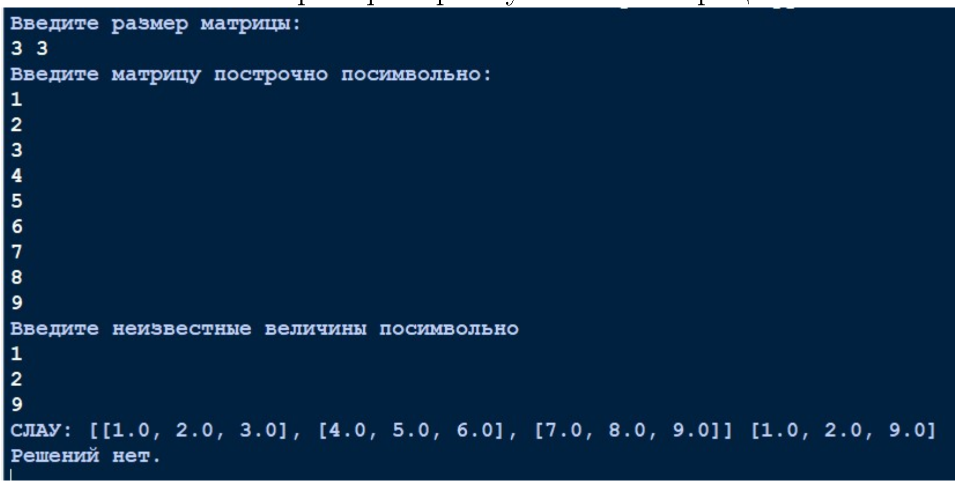
Примеры работы программы приведены в пункте 2.3 на стр. 6 на рис. 3, 4, 5.

2.3. Скриншоты примеров работы программы.



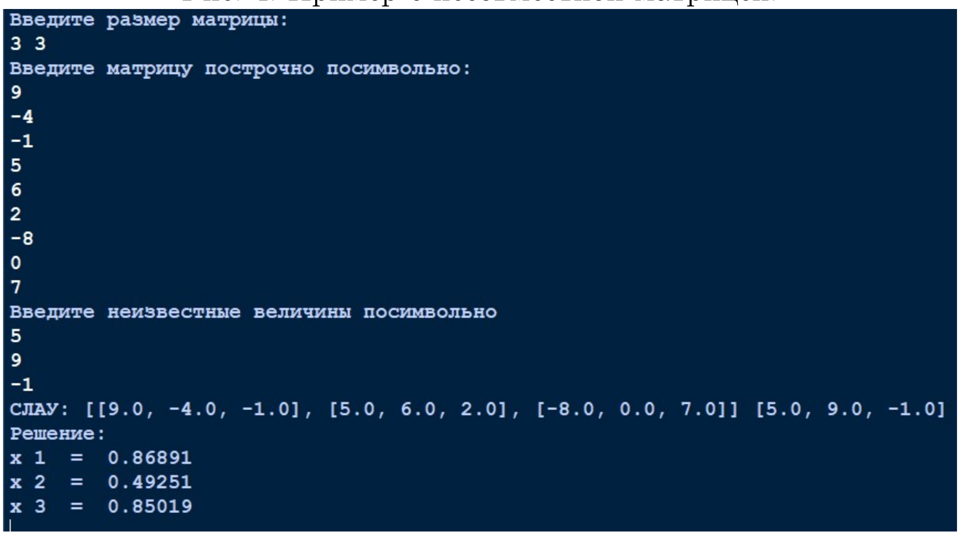
```
Введите размер матрицы:
2 3
Введите матрицу построчно посимвольно:
1
2
3
4
5
6
Введите неизвестные величины посимвольно
7
8
СЛАУ: [[1.0, 2.0, 3.0], [4.0, 5.0, 6.0], [0, 0, 0]] [7.0, 8.0, 0]
Решение:
x 1  =  -6.33333
x 2  =  6.66667
```

Рис. 3. Пример с прямоугольной матрицей.



```
Введите размер матрицы:
3 3
Введите матрицу построчно посимвольно:
1
2
3
4
5
6
7
8
9
Введите неизвестные величины посимвольно
1
2
9
СЛАУ: [[1.0, 2.0, 3.0], [4.0, 5.0, 6.0], [7.0, 8.0, 9.0]] [1.0, 2.0, 9.0]
Решений нет.
```

Рис. 4. Пример с несовместной матрицей.



```
Введите размер матрицы:
3 3
Введите матрицу построчно посимвольно:
9
-4
-1
5
6
2
-8
0
7
Введите неизвестные величины посимвольно
5
9
-1
СЛАУ: [[9.0, -4.0, -1.0], [5.0, 6.0, 2.0], [-8.0, 0.0, 7.0]] [5.0, 9.0, -1.0]
Решение:
x 1  =  0.86891
x 2  =  0.49251
x 3  =  0.85019
```

Рис. 5. Пример с квадратной матрицей.

3. Источники информации.

Список литературы

[1] https://ru.wikipedia.org/wiki/Метод Гаусса (Теория о методе Гаусса.)

[2] https://studfile.net/preview/6217737/page:2/ (О методе Гаусса.)

[3] https://ru.onlinemschool.com/math/assistance/equation/gaus (Сайт онлайн решения СЛАУ для проверки работы программы.)

[4] https://www.tutorialspoint.com/take-matrix-input-from-user-in-python (О введении двумерных матриц в Python.)

[5] https://pythontutor.ru/lessons/lists(Сайт с информацией о программировании в Python.)