Колесова Маша, Кантимиров Игорь

Плоскость π проходит через точки A(2,1,3), B(2,4,0), C(-3,0,4). Зафиксирован репер (A, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$).

Находим координаты новых базисных векторов $\overrightarrow{AB} = (0, 3, -3)$, $\overrightarrow{AC} = (-5, -1, 1)$

1) *Точка p $\in \pi$ имеет в этом репере координаты (5,3). Найдите координаты точки p в стандартном репере пространства $\mathbb{R}^3$.*

Имея координаты точки в новом репере, найдем их в стандартном, пользуясь определением координат точки и разложив их по базису:

A+5$\overrightarrow{AB}$+3$\overrightarrow{AC}$=(2,1,3)+5·(0,3,-3)+3·(-5,-1,1)=(-13,13,-9)

Таким образом, получили координаты (-13,-13,-9).

2) Найдем уравнение плоскости в пространстве по 3 точкам в стандартном репере:

$$\begin{vmatrix} x-2 & y-1 & z-3 \\ 0 & 3 & -3 \\ -5 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

В каноническом виде получаем уравнение вида (x-2)·0+(y-1)·15+(z-3)·15=0

Или в параметрическом виде

$$\begin{cases} x = -3 + 2\lambda, \\ y = 6 + 0\lambda, \\ z = -2 + 3\lambda \end{cases}$$

Подставим полученные x, y, z в уравнение плоскости, чтобы найти точку пересечения плоскости и заданной в условии прямой $\frac{x+3}{2} = \frac{y-6}{0} = \frac{z+2}{3}$:

$$\begin{cases} 90 - 30 + 45\cdot\lambda - 60 = 0, \\ 45\lambda = 0, \\ \lambda = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -3, \\ y = 6, \\ z = -2 \end{cases}$$

D' - точка пересечения плоскости и прямой. Находим координаты D' $= (t_1, t_2)$ в новом репере. Воспользуемся определением координат точки в базисе, где неизвестные координаты обозначим (t_1, t_2):

A+t_1·$\overrightarrow{AB}$+t_2·$\overrightarrow{AC}$ (-3,6,-2) - (2,1,3) $= t_1(0, 3, -3) + t_2(-5, -1, 1) \Rightarrow \begin{cases} -5t_2 = -5, \\ 3t_1 - t_2 = 5, \\ -5 = -3t_1 + t_2 \end{cases}$

$\Rightarrow 3t_1 = 6, t_2 = 1 \Rightarrow D' = (2, 1) \in (A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.