

Найти базисные векторы репера Френе винтовой линии $\alpha(t) = {}^t(a \cdot \cos(t), a \cdot \sin(t), bt)$.

Вычисляем производные:

$$\dot{\alpha}(t) = {}^t(-a \cdot \sin(t), a \cdot \cos(t), b)$$

$$\ddot{\alpha} = {}^t(-a \cdot \cos(t), -a \cdot \sin(t), 0)$$

Векторное произведение:

$$\dot{\alpha}(t) \times \ddot{\alpha}(t) = \begin{vmatrix} -a \cdot \sin(t) & -a \cdot \cos(t) & e_1 \\ a \cdot \cos(t) & -a \cdot \sin(t) & e_2 \\ b & 0 & e_3 \end{vmatrix} = {}^t(a \cdot b \cdot \sin(t), -a \cdot b \cdot \cos(t), a^2)$$

$$E_1 = \frac{\dot{\alpha}}{|\dot{\alpha}|} = \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}} \cdot {}^t(-a \cdot \sin(t), a \cdot \cos(t), b)$$

$$E_3 = \frac{\dot{\alpha} \times \ddot{\alpha}}{|\dot{\alpha} \times \ddot{\alpha}|} = \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}} \cdot (b \cdot \sin(t), -b \cdot \cos(t), a)$$

$$E_2 = E_3 \times E_1 = \frac{1}{a^2+b^2} \cdot \begin{vmatrix} b \cdot \sin(t) & -a \cdot \sin(t) & e_1 \\ -b \cdot \cos(t) & a \cdot \cos(t) & e_2 \\ a & b & e_3 \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{1}{a^2+b^2} \cdot {}^t(-(a^2+b^2) \cdot \cos(t), -(a^2+b^2) \cdot \sin(t), 0) = {}^t(-\cos(t), -\sin(t), 0)$$

Репер Френе: $(\alpha(t), E_1, E_2, E_3)$