Колесова Маша, КН-401

Лабораторная 4

вариант 8

$$\int_a^b f(x)dx = \int_0^1 e^{x^3}dx \qquad [a;b] = [0;1]$$

① Формула средних прямоугольников

Вычисляются элементарные отрезки $[x_{i-1}; x_i]$ $i=\overline{1,n}$, где ξ_i является их серединами $\Rightarrow \xi_i = x_{i-1} + \frac{h}{2}$ $i=\overline{1,n}$.

Тогда приближенное значение $\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)(x - x_{i-1})$ записывается как $\int_a^b f(x)dx \approx h\sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\left(x_{i-1} + \frac{h}{2}\right)$

$\boxed{h=0,1}$ Шаг разбиения отрезка $h = \frac{b-a}{n}$

$0,1 = \frac{1-0}{n} \Rightarrow n=10$ - количество отрезков

$$y = \begin{cases} f(x_0 + \frac{h}{2}), & x \in [x_0; x_1) \\ f(x_1 + \frac{h}{2}), & x \in [x_1; x_2) \\ \text{— " —} & \\ f(x_9 + \frac{h}{2}), & x \in [x_9; x_{10}) \end{cases}$$

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x_i	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$x_i + \frac{h}{2}$	0,05	0,15	0,25	0,35	0,45	0,55	0,65	0,75	0,85	0,95
$f(x_i + \frac{h}{2})$	1,0001250078	1,0033807017	1,0157477086	1,0438074108	1,0954059224	1,1810158997	1,3160370684	1,5248179105	1,5248179105	2,3569655316

$$\int_0^1 e^{x^3}dx \approx 0,1 \cdot \left[f\left(x_0 + \frac{h}{2}\right) + \ldots + f\left(x_9 + \frac{h}{2}\right)\right] = 0,1 \cdot 13,3853420194 = 1,33853420194$$

Абсолютная погрешность - модуль разности между точным и приближенным значением.

Вычислим интеграл по формуле Ньютона - Лейбница

$$\int_0^1 e^{x^3}dx \approx 1,3490441797742$$

Тогда абсолютная погрешность вычислений:

$$R = |1{,}341904417977 42 - 1{,}33853420194| = 0{,}003370216037 4200485$$

Оценка погрешности не превосходит сумму оценок погрешности каждого интервала:

$$|R_{общ}[f]| \leq \sum_{i=0}^{9} \frac{M_2(b-a)^3}{24} = \Bigg/ \begin{array}{l} M = \max\limits_{x \in [a_i, b_i]} |f''(x)| \\ \text{max производной достигается} \\ \text{на правом конце отрезка} \\ f''(x) = 9x^4 e^{x^3} + 6xe^{x^3} \end{array} \Bigg/^{*} =$$

$$= \frac{|f''(0{,}1)| \cdot 0{,}1^3}{24} + \ldots + \frac{|f''(1)| \cdot 0{,}1^3}{24} = \frac{0{,}001}{24} \cdot 103{,}84005476048078 =$$

$$= \underbrace{0{,}00432666894835336 6}_{|R[f]| \leq}$$

Найдем квадратурную сумму:

$$f(x) = 1$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{л. ч.} \int_0^1 p(x) f(x) dx = \int_0^1 0{,}1 \cdot 1 dx = 0{,}1 \\ \text{пр. ч.} \quad S_0[f] = A_0 \cdot f(x_0) = A_0 \cdot 1 \end{array} \right\} \Rightarrow A_0 = 0{,}1$$

Тогда

$$S_0[f] = \sum_{i=0}^{9} S_{0i}[f] = A_0 f(x_0 + \frac{h}{2}) + A_0 f(x_1 + \frac{h}{2}) = A_0 \cdot \left(\sum_{i=0}^{9} f(x_i + \frac{h}{2}) \right) =$$

$$= 0{,}1 \cdot 13{,}3853420194 = 1{,}33853420194$$

$\boxed{h=0{,}05}$ Шаг разбиения отрезка – $\frac{b-a}{n}=h$

$0{,}05=\frac{1-0}{n} \Rightarrow n=20$ – количество отрезков

$$y=\begin{cases} f\left(x_0+\frac{h}{2}\right), & x\in[x_0,\ x_1), \\ \quad — \text{"} — & \\ f\left(x_{19}+\frac{h}{2}\right), & x\in[x_{19},\ x_{20}] \end{cases}$$

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x_i	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45
$x_i+\frac{h}{2}$	0,025	0,075	0,125	0,175	0,225	0,275	0,325	0,375	0,425	0,475
$f(x_i+\frac{h}{2})$	1,000015625 1	1,00042196 4	1,001955033 6	1,005373762 1	1,011455745 2	1,021014637	1,034924135 5	1,054149599 4	1,079788971 2	1,113125556 5

i	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
x_i	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95
$x_i+\frac{h}{2}$	0,525	0,575	0,625	0,675	0,725	0,775	0,825	0,875	0,925	0,975
$f(x_i+\frac{h}{2})$	1,1556964 22	1,209381866 6	1,276523382 9	1,360084556 1	1,463861965 2	1,592785507 5	1,753327875 1	1,954084651 8	2,206600564 1	2,526561721 3

$$\int_0^1 e^{x^3}dx \approx 0{,}05\cdot\left[f\left(x_0+\frac{h}{2}\right)+\ldots+f\left(x_{19}+\frac{h}{2}\right)\right]=0{,}05\cdot 26{,}821133993199997=1{,}34105669966$$

Абсолютная погрешность:

вычисленный ранее интеграл $\approx 1{,}3490441797742$

(по ф. Ньютона-Лейбница)

тогда абсолютная погрешность вычислений:

$$R=|1{,}34190441797742-1{,}34105669966|=0{,}0008477183174200032$$

Оценка погрешности $\leq$ сумме оценок погрешностей каждого элементарного интервала

$$|R_{общ}[f]|\leq\sum_{i=0}^{n-1}\frac{M_2(b-a)^3}{24}=\Bigg/\ {}^{*}\ M=\max_{x\in[x_i,\ x_{i+1}]}|f''(x)|$$

max достигается на правых концах

$$f''(x)=9x^4e^{x^3}+6xe^{x^3}\ \Bigg/^{*}=$$

$$= \frac{0{,}001^3}{24}\left(|f''(0{,}05)| + \ldots + |f''(1)|\right) = \frac{0{,}001}{24}\cdot 184{,}44234102741785 =$$

$$= 0{,}007685097542809077$$

$|R[f]| \leq$

Найдем квадратурную сумму:

$f(x) = 1$

л.ч. $\int_0^1 p(x) f(x) dx = \int_0^1 0{,}05 \cdot 1 \, dx = 0{,}05$

пр.ч. $S_0[f] = A_0 f(x_0) = A_0 \cdot 1$

$\Rightarrow A_0 = 0{,}05$

Тогда

$$S_0[f] = \sum_{i=0}^{19} S_{0_i} = A_0 \cdot \left(\sum_{i=0}^{19} f\left(x_i + \frac{h}{2}\right)\right) = 0{,}05 \cdot 26{,}821133993199997 = 1{,}34105669966$$

$\boxed{h = 0{,}025}$ Шаг разбиения отрезка $h = \frac{b-a}{n}$

$0{,}025 = \frac{1}{n} \Rightarrow n = 40$ – количество отрезков

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x_i	0	0,025	0,05	0,075	0,1	0,125	0,15	0,175	0,2	0,225
$x_i + h/2$	0,0125	0,0375	0,0625	0,0875	0,1125	0,1375	0,1625	0,1875	0,2125	0,2375
$f(x_i + \frac{h}{2})$	1,000019531	1,0000527358	1,0002441704	1,0006701463	1,0014248422	1,0026029913	1,0043002352	1,0066135706	1,0096418895	1,0134866193
i	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
x_i	0,25	0,275	0,3	0,325	0,35	0,375	0,4	0,425	0,45	0,475
$x_i + \frac{h}{2}$	0,2625	0,2875	0,3125	0,3375	0,3625	0,3875	0,4125	0,4375	0,4625	0,4875
$f(x_i + \frac{h}{2})$	1,0182524673	1,0240482779	1,030988127	1,0391918662	1,0487875321	1,0599116408	1,0727113905	1,0873464019	1,1039908289	1,1228357689
i	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
x_i	0,5	0,525	0,55	0,575	0,6	0,625	0,65	0,675	0,7	0,725
$x_i + h/2$	0,5125	0,5375	0,5625	0,5875	0,6125	0,6375	0,6625	0,6875	0,7125	0,7375
$f(x_i + \frac{h}{2})$	1,1440920215	1,1679932548	1,1947996574	1,2248021208	1,258327179	1,2957426224	1,3374641432	1,383963068	1,4357754379	1,4935126959
i	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
x_i	0,75	0,775	0,8	0,825	0,85	0,875	0,9	0,925	0,95	0,975
$x_i + h/2$	0,7625	0,7875	0,8125	0,8375	0,8625	0,8875	0,9125	0,9375	0,9625	0,9875
$f(x_i + \frac{h}{2})$	1,5578743028	1,6296626772	1,7098009379	1,799354041	1,8995540358	2,0118303345	2,1378461027	2,2795424454	2,4391899967	2,6194563517

$$\int_0^1 e^{x^3}dx \approx 0{,}025 \cdot \left[f\left(x_0 + \frac{h}{2}\right) + \ldots + f\left(x_{39} + \frac{h}{2}\right)\right] = 0{,}025 \cdot 53{,}667686461500004 =$$

$$= 1{,}3416921615375001$$

Абсолютная погрешность –

$$R = \left| \begin{matrix} \text{по формуле} \\ \text{Ньютона-Лейбница} \\ \text{раньше написано} \end{matrix} - \begin{matrix} \text{что посчитали} \\ \text{сейчас} \end{matrix} \right| =$$

$$= |1,3419044179742 - 1,3416921615375001| = 0,000212256439919844555$$

Узнаем оценку погрешности – меньше/равна сумме оценок каждого интервала

$$|R_{общ}[f]| \le \sum_{i=0}^{39} \frac{M_2(b-a)^3}{24} = \Big/ \begin{matrix} {}^{*}\text{написано}^{*} \\ \text{ранее} \end{matrix} \Big/ = \frac{|f''(0,025)|}{24} + \ldots + \frac{|f''(1)|}{24} =$$

$$= \frac{0,001}{24} \cdot 347,0608634348497 = \underbrace{0,014460869309785405}_{|R_1[f]| \le}$$

Ищем квадратурную сумму:

$$f(x) = 1$$

$$\left. \begin{matrix} \text{л. ч.} \quad \int_0^1 p(x) f(x) dx = \int_0^1 0,025 \cdot 1 dx = 0,025 \\ \text{пр. ч.} \quad S_0[f] = A_0 \cdot f(x_0) = A_0 \cdot 1 \end{matrix} \right\} => A_0 = 0,025$$

С учётом A_0:

$$S_0[f] = \sum_{i=0}^{39} S_{0i}[f] = A_0 \cdot \left(\sum_{i=0}^{39} f\left(x_i + \frac{h}{2}\right) \right) = 0,025 \cdot 53,667686461500004 =$$

$$= 1,3416921615375001$$

② Метод трапеций

Отрезок интегрирования разбивается на несколько промежуточных отрезков, и график подынтегральной функции приближается ломаной линией => площадь приближается суммой площадей трапеций.

Разобьем $[a;b]$ на n равных отрезков.

Тогда интеграл можно вычислить приближенно по формуле трапеций:

$$\int_a^b f(x)dx \approx h\left[\frac{f(x_0)+f(x_n)}{2} + f(x_1) + \ldots + f(x_{n-1})\right]$$

$h = \frac{b-a}{n}$ – длина отрезка

$\boxed{h=0,1}$ $\quad h = \frac{b-a}{n} \quad 0,1 = \frac{1}{n} \quad n=10$

$x_0 = 0 \quad x_1 = x_0 + h = 0,1 \quad \ldots$ т.е. $x_{i+1} = x_i + h$

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$f(x_i)$	1	1,0010005002	1,0080320855	1,0273678028	1,0660923988	1,1331484531	1,2411023379	1,4091687619	1,6686251101	2,0730065643	2,7182818285

Тогда общая формула:

$$\int_a^b e^{x^3}dx \approx 0,1\left[\frac{f(x_0)+f(x_n)}{2} + f(x_1) + \ldots + f(x_{n-1})\right] = 0,1\cdot(1,8591409142 5 + 11,6275440557) =$$

$$= 0,1 \cdot 13,48668496995 = 1,348668496995$$

Считаем абсолютную погрешность

$$R = |1,3419044179 7742 - 1,348668496995| = 0,0067640790 1758 0027$$

Сумма оценок погрешности каждого интервала по формуле трапеций погрешность интервала

$|R_1[f]| \le \frac{M_2}{12}\frac{(b-a)^3}{n}$ $\quad M_2 = \max\limits_{x\in[a,b]}|f''(x)|$ $\quad f''(x) = 9x^4e^{x^3} + 6xe^{x^3}$

max на правом конце

$$|R_{общ}[f]| \leq \frac{0{,}001}{12} \cdot \left[f''(0{,}1) + \ldots + f''(1) \right] = \frac{0{,}001}{12} \cdot 103{,}8400547 6048078 =$$

$$= 0{,}08653337896706732$$

Найдем квадратурную сумму:

По формуле трапеций квадратурная сумма для отрезка $[0;1]$: $S_1[f] = \frac{b-a}{2}(f(a) + f(b)) = 1{,}85914091425$

$\boxed{h = 0{,}05}$ $h = \frac{b-a}{n}$ $0{,}05 = \frac{1}{n}$ $n = 20$

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5
$f(x_i)$	1	1,0001250078	1,0010005002	1,0033807017	1,0080320855	1,0157477086	1,0273678028	1,0438074108	1,0660923988	1,0954059224	1,1331484531

i	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
x_i	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1
$f(x_i)$	1,1810158997	1,2411102379	1,3160370684	1,4091684619	1,5248179105	1,6686251101	1,8480388579	2,0730065643	2,3569655316	2,7182818285

Тогда общая формула

$$\int_0^1 e^{x^3}dx \approx 0{,}05 \cdot \left[\frac{f(x_0) - f(x_{20})}{2} + f(x_1) + \ldots + f(x_{19}) \right] =$$

$$= 0{,}05 \cdot \left(\frac{3{,}7182818285}{2} + 25{,}012886075100003 \right) = 0{,}05 \cdot 26{,}87202698935 =$$

$$= 1{,}3436013494675$$

Считаем абсолютную погрешность:

$$R = |1{,}341904417797742 - 1{,}3436013494675| = 0{,}0016969314900801002$$

Оценка погрешности:

$$|R_1[f]| \le \frac{0{,}01}{12} \cdot 143{,}66811359991786 = 0{,}11972342799993156$$

Квадратурная сумма: (по формуле трапеций)

$$S_1[f] = \frac{b-a}{2}(f(a) + f(b)) = 1{,}6784827658$$

$\boxed{h=0{,}025}$ $\qquad h=\frac{b-a}{n}$ $\qquad 0{,}025=\frac{1}{n}$ $\qquad n=40$

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x_i	0	0,025	0,05	0,075	0,1	0,125	0,15	0,175	0,2	0,225	0,25	0,275	0,3
$f(x_i)$	1	1,0000156251	1,0001250078	1,000421964	1,0010005002	1,0019550336	1,0033807017	1,0053737621	1,0080320855	1,0114557452	1,0157477086	1,0210146337	1,0273678028

i	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
x_i	0,325	0,35	0,375	0,4	0,425	0,45	0,475	0,5	0,525	0,55	0,575	0,6	0,625
$f(x_i)$	1,0349241355	1,0438074108	1,0541495994	1,0660923988	1,0797889712	1,954059224	1,1131255565	1,1331484531	1,1556964422	1,1810158997	1,2093818866	1,2411102379	1,276523829

i	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38
x_i	0,65	0,675	0,7	0,725	0,75	0,775	0,8	0,825	0,85	0,875	0,9	0,925	0,95
$f(x_i)$	1,3160370684	1,360084561	1,4091687619	1,4638619652	1,5248179105	1,5927855075	1,6686257101	1,7533247751	1,8480388579	1,9540846578	2,0730065643	2,2066005641	2,3569655316

i	39	40
x_i	0,975	1
$f(x_i)$	2,5265617213	2,7182818285

Общая формула:

$$\int_a^b e^{x^3}dx \approx 0{,}025\cdot\left[\frac{f(x_0)+f(x_{40})}{2}+f(x_1)+\ldots+f(x_{39})\right]=$$

$$=0{,}025\cdot\left[\frac{3{,}7182818285}{2}+51{,}834020068300006\right]=$$

$$=0{,}025\cdot 53{,}693160982550005=1{,}3423290245637503$$

Абсолютная погрешность:

$$R=|1{,}341904417797742-1{,}3423290245637503|=0{,}0004246065863302561б$$

Оценка погрешности:

$$|R_1[f]|\le\frac{0{,}01}{12}\cdot 306{,}8663600734 97=0{,}2552388633 94581$$

Квадратурная сумма:

$$S_1[f]=\frac{b-a}{2}(f(a)-f(b))=1{,}859140 91425$$

Формула Рунге.

Использован метод двойного просчёта - с шагом h и $\frac{h}{2}$.
Полученные значения интегралов I_h и $I_{h/2}$ используются для более точной оценки погрешности

$$|R| \le \frac{|I_h - I_{h/2}|}{K}$$

Для формулы трапеций $K = 3$.

Формула трапеций:

$$|R| \le \frac{|I_{0,1} - I_{0,05}|}{3} = 0{,}0016890491758333088$$

для $h = 0{,}05$ и $\frac{h}{2} = 0{,}025$:

$$|R| \le 0{,}00042410830124994803$$

При использовании метода средних прямоугольников мы ошибаемся при оценке определенного интеграла менее чем на $\frac{1}{3}$.

1) $h = 0{,}1$ $\quad \frac{h}{2} = 0{,}05$

$$|R| \le 0{,}0008408325733333388$$

2) $h = 0{,}05$ $\quad \frac{h}{2} = 0{,}025$

$$|R| \le 0{,}0002118206258333958$$

Тогда с учетом погрешности по Рунге уточним квадратурные суммы:

$$\begin{cases} I = S_h + R_h \\ I = S_{h/2} + R_{h/2} \end{cases}$$

$$R_h \approx 2^p R_{h/2}$$

Для формулы трапеций и средних прямоугольников $p = 2$

$$R_{\frac{h}{2}} \approx \frac{S_{\frac{h}{2}} - S_h}{2^p - 1} \qquad R_h \approx \frac{2^p}{2^p - 1}\left(S_{\frac{h}{2}} - S_h\right)$$

Из этих соотношений квадратурная сумма:

Формула средних прямоугольников:

1) $h = 0{,}1$ $\quad h/2 = 0{,}05$

$S = 1{,}3389546182266667$

2) $h = 0{,}05$ $\quad h/2 = 0{,}025$

$S = 1{,}3411626099729166$

Формула трапеций:

1) $h = 0{,}1$ $\quad h/2 = 0{,}05$

$S = 1{,}34613492323125$

2) $h = 0{,}05$ $\quad h/2 = 0{,}025$

$I = 1{,}342541078714 3752$

③ Метод Гаусса по 2 узлам

$[a;b]=[-1;1]$

$$\int_{-1}^{1} f(x)dx = A_0 f(x_0) + A_1 f(x_1) \qquad n=1$$

$$w_1 = (x-x_0)(x-x_1) = x^2 + a_0 x + a_1$$

$$\begin{cases} \int_{-1}^{1} (x^2+a_0x+a_1)\cancel{c_1} x\,dx = 0 \\ \int_{-1}^{1} (x^2+a_0x+a_1)\cancel{c_2}\,dx = 0 \end{cases}$$ // сократим на const

$$\begin{cases} \frac{2}{3}a_0 = 0 \\ \frac{2}{3} + 2a_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_0 = 0 \\ a_1 = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$w_1 = x_2 - \frac{1}{3} = \left(x - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)\left(x + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \Rightarrow \text{узлы } x_0 = -\frac{1}{\sqrt{3}} \text{ и } x_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Найдём A_0, A_1:

$$\int_{-1}^{1} f(x)dx \approx A_0 f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + A_1\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

$f(x)=1$ $\quad 2 = A_0 + A_1$

$f(x)=x$ $\quad 0 = A_0\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + A_1\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ $\quad // \cdot\sqrt{3}$

$$\begin{cases} A_0 + A_1 = 2 \\ A_1 - A_0 = 0 \end{cases} \Rightarrow A_0 = A_1 = 1$$

Для ф-лы Гаусса перейдем к новым пределам интегрирования: сделаем замену переменной $x = \frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2}t \Rightarrow$

$$x = 0{,}5t + 0{,}5 = ct + c$$

$$\int_a^b f(x)dx = c\int_{-1}^{1} f(c+ct)dt$$

Таким образом, получим квадратурную формулу Гаусса:

$$I \approx \frac{b-a}{2}\int_{-1}^{1} f\left(\frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2}t\right)dt$$

$$\int_{-1}^{1} e^{(ct+c)^3} d(ct+c) = c\int_{-1}^{1} e^{(ct+c)^3}dt = c\cdot\left[e^{(c(-\frac{1}{\sqrt{3}})+c)^3} + e^{(c(\frac{1}{\sqrt{3}})+c)^3}\right]\Bigg|_{c=0{,}5} =$$

$$= 0{,}5\cdot[1{,}0000008405 + 1{,}1253056808] = 0{,}5\cdot 2{,}125\ 3065212999998 = 1{,}06265326064999999$$

4) Результаты и выводы

по Рунге

метод	величина шага	кол-во отрезков	квадратурная сумма S[f]	оценка погрешности	уточнение квадратурной суммы	уточнение погрешности
метод средних прямоугольников	0,1	10	1,3385342094	≤ 0,0043266689483533 66		
	0,05	20	1,34105669966	≤ 0,007685097542809077	1,3389546182266667	≤ 0,000840832573333388 (посчитано для h и $\frac{h}{2}$)
	0,025	40	1,341692161537500 1	≤ 0,0144608693097854 05	1,3411626099729166	≤ 0,000211820625833 3958 (посчитано для $\frac{h}{2}$ и $\frac{h}{4}$)
метод трапеций	0,1	10	1,85914091425	≤ 0,086533378967067067 32		
	0,05	20	1,85914091425	≤ 0,1197234279999 3156	1,34613492323125	≤ 0,001689049175833 3088 (для h и h/2)
	0,025	40	1,85914091425	≤ 0,0004246065863302 5616	1,3425410787143752	≤ 0,0004241083012499 4803 (для $\frac{h}{2}$ и $\frac{h}{4}$)

Квадратурная сумма в методе трапеций для h, $\frac{h}{2}$ и $\frac{h}{4}$ получилась одинаковая, потому что посчитана в соответствии с формулой данного метода.

Наиболее точный результат дал метод средних прямоугольников с шагом 0,025, тк у него минимальная погрешность по Рунге и более точный результат значения интеграла к вычисленному значению по формуле Ньютона-Лейбница.

Хоть методом средних прямоугольников с уменьшением шага и получается более точный результат, тк используется узел в середине отрезка, что увеличивает точность и уменьшает погрешность, но это также и создает препятствия для практического применения, вычисления более трудоемкие.

Формула Гаусса в рассмотренном примере показала худшее приближение, но при этом минимальную времязатратность и легкость в вычислении.

=> исходя из целей, для которых вычисляется интеграл, можно подобрать оптимальный метод.