7. NOVEMBER 2013

DOKUMENTATION

ZU AUFGABENBLATT 04 AUS DER VORLESUNGSREIHE „ALGORITHMEN UND DATENSTRUKTUREN“

HAW HAMBURG

Erstellt von Steffen Giersch, Birger Kamp und Maria Lüdemann

DOKUMENTATION

ZU AUFGABENBLATT 04 AUS DER VORLESUNGSREIHE „ALGORITHMEN UND DATENSTRUKTUREN“

ÜBUNGSAUFGABE 4.1

Gegeben sei folgende Rekurrenz:

$$f(n) = \begin{cases} 2, & n = 0 \\ 3 * (f(n-1) + 2, & n > 0 \end{cases}$$

TEILAUFGABE 1

Wickeln Sie die Rekurrenz ab, bis Sie ein Schema erkennen können.

$$3 * f(n-1) + 2$$

Das ist das Schema dass wir daraus erkennen konnten

TEILAUFGABE 2

Beweisen Sie dann die durch Abwickeln gewonnene Vermutung per Induktion.

Induktionsanfang:
Der Anfang ist der triviale Schritt

Angenommen für n = 0 gilt f(n) = 2
Und n = 0

3*2+2 = 8

Induktionsbehauptung:
Unter der Annahme das für $3^k * f(n-k) + 3^{k-1}$ für ein k ≥ 0 und k < n-1 bereits gilt

Induktionsschritt:

$$f(n) = 3^k * f(n-k) + 3^{k-1}$$
$$= 3^k(3^k * f(n-k-1) + 3^{k-1}$$

Somit entspricht es dem erwarteten Wert.

TEILAUFGABE 3

Nutzen sie das Abbruch Kriterium um einen geschlossenen Ausdruck dafür zu finden

Der geschlossene Ausdruck ergibt sich aus der Form und ist:

$$f(n) = 3^k * f(n-k) + 3^{k-1}$$

ÜBUNGSAUFGABE 4.2

TEILAUFGABE 1

Wickeln sie die die Rekurrenz ab bis sie ein Schema erkennen können

$$f(n) = c * f\left(\frac{n}{d}\right) + an$$

Das ist das Schema das wir daraus erkennen konnten

TEILAUFGABE 2

Beweisen sie ihre Annahme per Induktion

Induktionsanfang:

Der Anfang ist der triviale Schritt
Angenommen für n = 1 gilt f(n) = a
Und n = 1

$$c * f(a) + an$$

Induktionsbehauptung:

Unter der Annahme dass $\mathrm{f(n)} = c^k f\left(\frac{n}{d^k}\right) + \sum_{i=0}^{k-1} c^i * \frac{an}{d^i}$ *für ein k ≥ 1 und k < n-1 bereits gilt*

Induktionsschritt:

$$f(n) = c^k f\left(\frac{n}{d^k}\right) + \sum_{i=0}^{k-1} c^i * \frac{an}{d^i}$$

Somit entspricht es dem erwarteten Wert.

TEILAUFGABE 3

Nehmen Sie nun $c = d$ an. Hat $f(n)$ jetzt eine Form für die das Mastertheorem die Lösung kennt?

Es gibt eine Form des Mastertheorems die uns hier weiterhilft. Es handelt sich dabei um die zweite Form

1.

$$an \in O\left(n^{\log_d c - \varepsilon}\right), \varepsilon > 0$$

da d = c

$$an \in O(n^{1*\varepsilon}), \varepsilon > 0$$

*2.

$$an \in \theta\left(n^{\log_d c}\right)$$

TEILAUFGABE 4

Vereinfachen Sie Ihren Term für $f(n)$, um unter der Annahme $c = d$ eine geschlossene Form zu bekommen.

Für d = c

$$c * f\left(\frac{n}{c}\right) + an$$

Laut des Mastertheorems kann unsere Lösung nicht stimmen. Allerdings finden wir keine bessere Lösung