



WERKZEUGE MUSTERERKENNUNG & MASCHINELLES LERNEN

# Aufgabenblatt 5

(Ausgabe am Fr 17.5.2019 — Abgabe bis So 26.5.2019)

## Aufgabe 1

8 P

Im ME-Skript (V.2, Blätter 4/5) finden Sie als Beispiele für Orthonormalbasen unter anderem die diskrete Walsh-Hadamard-Transformation (DWT) und die Legendrepolynome.

- (a) Implementieren Sie die Funktion `walsh(n)` zur (rekursiven) Berechnung der  $(n \times n)$ -Walsh-Hadamard-Matrizen.
- (b) Zeichnen Sie auf eine  $(3 \times 3)$ -Grafikseite die DWT-Matrizen  $H_n$  für  $n = 2^0, 2^1, \dots, 2^8$  mit der Funktion `plot.array` (in `filter2D.rda` aus Aufgabe 2). Stellen Sie die beiden Werte  $\pm 1$  durch die Farben Gelb<sup>(+1)</sup> und Blau<sup>(-1)</sup> dar.
- (c) Implementieren Sie die Funktion `legendre(x,n)`, welche zu allen Einträgen des Vektors  $\mathbf{x}$  die Funktionswerte des  $n$ -ten Legendrepolynoms  $Q_n$  zurückliefert. Arbeiten Sie wieder mit Rekursion („Teile&Herrsche“) und vermeiden Sie Lauschleifen!
- (d) Zeichnen Sie auf zwei  $(3 \times 3)$ -Grafikseiten die Legendrepolynome  $Q_n$  für  $n = 0, 1, \dots, 17$  im Intervall  $[-1, +1]$ .
- (e) Wie lautet der Wert des Polynoms  $Q_{100}$  an der Stelle  $x = 0$ ? Wenn sich Ihr Aufruf `legendre(x=0,n=100)` nach drei Minuten nicht zurückgemeldet hat, wird er es auch vor Erkalten unseres Zentralgestirns nicht mehr tun. Schreiben Sie jetzt eine Funktion `erdnegel(x,n)`, welche die Legendrepolynome in linearer statt exponentieller Zeit berechnet.  
TIPP: Iteration bzw. Dynamische Programmierung!
- (f) Zeichnen Sie auf einer  $(3 \times 2)$ -Grafikseite die Legendrepolynome  $Q_n$  (mit `erdnegel` selbstverständlich) für  $n \in \{2^5, 2^6, \dots, 2^{10}\}$  im Intervall  $[-\frac{1}{10}, +\frac{1}{10}]$ .

Abzugeben ist Ihr 'R'-Programmcode `orthonormal.R`.

## Aufgabe 2

12 P

Es sind sechs einfache Filteroperationen (ME-Skript III.5, Blatt 13ff.) für Grauwertbilder zu implementieren: drei lineare ( $3 \times 3$ )-Filter (Mittelwert, Sobel horizontal/vertikal) und drei nichtlineare Filter (Roberts-kreuz, Gradientensteigung, Gradientenwinkel). Die Effizienz der Realisierungen wird durch zweidimensionale Vektorisierung (hier: Matrixzuweisung, s.u.) sichergestellt. Die benötigten Beispielbilder entnehmen Sie bitte `filter2D.rda` (Webseite zur Übung); beachten Sie die mitgelieferten Funktionen `plot.array` und `mulaw`.

- (a) Realisieren Sie eine 'R'-Funktion `translate(x,dr,dc)`, welche zu `x` eine um `dr` Zeilen und um `dc` Spalten **zyklisch** versetzte Bildmatrix gleicher Größe erzeugt; Implementierung durch **eine** Matrixzuweisung! Verwenden Sie das Bild `coke` und zeichnen Sie die vier mittels  $dr = \pm 11$ ,  $dc = \pm 47$  versetzten Versionen untereinander auf eine Leinwand.
- (b) Realisieren Sie nun die vier Filterfunktionen `filter.mean.3x3`, `filter.robert`, `filter.sobel.v`, `filter.sobel.h` unter Verwendung geeigneter Matrixoperationen und ihrer Funktion `translate`.
- (c) Schreiben Sie die Filterfunktionen `filter.grad.mag` und `filter.grad.angle` für die Gradientensteigung (Betrag des Gradientenvektors) bzw. für den Gradientenwinkel (Phasenwinkel zwischen  $-\pi$  und  $+\pi$ ) unter Verwendung der beiden Sobelfilter.
- (d) Zeichnen Sie die sechs Filterungsergebnisse für `coke` in eine  $(3 \times 2)$ -Leinwand, aber versehen Sie vorher noch alle Ihre Filter mit einem Schalter `norm` (zweites Argument, Default=`TRUE`), der eine **typspezifische** Ausgabenormierung `x/a+b` ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) bewirkt, damit die Grauwerte stets innerhalb des Intervalls  $[0, 1]$  verbleiben.
- (e) Auf eine  $(2 \times 1)$ -Leinwand zeichnen Sie bitte zunächst das 100-stufige Histogramm des Kantenrichtungsbildes (Phasenwinkel bitte in Grad) von `coke`. Im zweiten Histogramm sollen nur diejenigen Richtungsbildpunkte berücksichtigt werden, deren Gradientenbetrag **über dem Median** liegt. Kommentieren Sie kurz das Ergebnis!
- (f) Zeichnen Sie jetzt auf eine  $(2 \times 3)$ -Leinwand die Ausgaben des Gradientenfilters `filter.grad.mag` für die Bilder `algae`, `cashmere`, `muscle`, `tonga14`, `zebra`, `xray`.
- (g) Die Ausgaben für (f) sind „unterbelichtet“; wiederholen Sie daher Teil (f) mit den komprimierten Ausgabebildern. Nutzen Sie dazu einfach die mitgelieferte Funktion `mulaw(x)`, welche die Grauwerte des Eingabebildes `x` nach dem  $\mu$ -Gesetz  $x \mapsto \frac{\log(1+\mu x)}{\log(1+\mu)}$  etwas gleichmäßiger über das  $[0, 1]$ -Intervall verteilt.
- (h) Analysieren Sie den `mulaw`-Code. Welche Ausgabebeeigenschaft (TIPP: `hist(x,2)`) wird mit dem gelernten  $\mu$ -Parameter realisiert? Nach welcher Formel wird  $\mu$  auf die Bilddaten justiert? Weshalb wird damit das Zielkriterium erfüllt?

Abzuliefern ist nur der 'R'-Code `filter2D.R`, der die programmierten Funktionen mit den obigen Grafikkommandos demonstriert, sowie die schriftliche Antwort zu (e) und (h).

## Hinweise zum Übungsablauf

---

- ➡ Die wöchentliche WMM-Vorlesung findet am Mittwoch um 12:15 Uhr statt.  
Das Aufgabenblatt gibt es immer am Freitag (PDF im Netz).  
Der späteste Abgabetermin ist Sonntag 23:59 Uhr.
- ➡ Die Übungsaufgaben dürfen natürlich (und sollten sogar) in Gruppenarbeit (2 Mitglieder) gelöst werden.
- ➡ Schriftliche Lösungen („Textantworten“) sind als PDF beizufügen oder direkt im e-Mail-Textkörper unterzubringen.
- ➡ Alle anderen Lösungen (Programmieraufgaben, Daten und Grafiken) sind als elektronischer Anhang der Lösungs-e-Mail abzuliefern.
- ➡ Programmcode (Dateien \*.R) muss auch wirklich in 'R' ausführbar sein.  
(Kommando `Rscript <name>.R` auf einem der Rechner des FRZ-Pools)
- ➡ Ganz wichtig:  
Schriftliche Antworten werden von mir gedruckt, gelesen, kommentiert und korrigiert.  
Deshalb diese Textteile bitte **niemals** im abgegebenen Programmcode verstecken!
- ➡ Je Gruppe und je Aufgabenblatt ist **genau eine** e-Mail zu senden:
  - Vermerk »WMM/*n*« und Gruppenname im **subject**-Feld  
(*n* ∈ ℕ ist die laufende Nummer des Übungsblattes)
  - die Namen der beteiligten Gruppenmitglieder im Textrumpf
  - Tabellen, Bilder, Programmcode, Sensordaten als Attachments  
(elektronische Anlagen)
  - etwaige schriftliche Antworten im Textrumpf der Post oder als Attachment  
(Text/PDF)
- ➡ Einige Aufgabentexte verweisen Sie zum Nachschlagen von Details auf das Folien-skript zur Vorlesung Mustererkennung; Sie finden es unter der URL  
<http://www.minet.uni-jena.de/fakultaet/schukat/ME/Scriptum/>.  
Die Angabe *ME-Skript II.6* bedeutet: Kapitel II, Abschnitt 6

WWW: <http://www.minet.uni-jena.de/www/fakultaet/schukat/WMM/SS19>  
e-Mail: [EG.Schukat-Talamazzini@uni-jena.de](mailto:EG.Schukat-Talamazzini@uni-jena.de)