WMuEMaL

Friedrich-Schiller-Universität Jena

Fakultät für Mathematik und Informatik
INSTITUT FÜR INFORMATIK
Prof. E.G. Schukat-Talamazzini

WERKZEUGE MUSTERERKENNUNG & MASCHINELLES LERNEN

Aufgabenblatt 3

(Ausgabe am Fr 3.5.2019 — Abgabe bis So 12.5.2019)

Aufgabe 1 **10 P**

Wir betrachten einen ganz einfachen linearen B-bit-Quantisierer $q : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ (ME-Skript II.5, Blatt 9), der das Einheitsintervall $[0,1]$ in 2^B gleich breite Zellen unterteilt und jeden Eingabewert auf seinen Zellenmittelpunkt abbildet. Übersteuernde Eingaben $x < 0$ und $x > 1$ werden wie die niedrigste bzw. höchste Zelle behandelt. Eine Beispielgrafik für das beschriebene Verhalten findet sich auf der Aufgabenwebseite.

(a) *Realisieren Sie $q(\cdot)$ als vektorisierte 'R'-Funktion* `quantize (x, bits=8)`*.*
HINWEIS: Rufen Sie z.B. `?floor` *oder* `?round` *und* `?ifelse` *auf!*

(b) *Testen Sie die Funktion mit den Beispieldaten* `seq(0,1,length=5000)^3`*.*

(c) *Schreiben Sie eine Funktion* `SNR (x,y)`*, die zum Datenvektor* `x` *und seiner Quantisierung* `y` *den Signal-Rausch-Abstand (Quotient Signalenergie/Störenergie) in Dezibel errechnet. Realisieren Sie zu diesem Zweck eine Hilfsfunktion* `decibel(x)`*, welche die Signalintensität (definiert als Varianz!) einer Abtastfolge* `x` *in Dezibel errechnet.*

(d) *Wie groß ist die SNR der Beispieldaten bei Quantisierung mit $B = 8$ bzw. $B = 12$ und $B = 16$ Bit?*

(e) *Wiederholen Sie alle Berechnungen (8/12/16 Bit) mit uniform verteilten Zufallsdaten (5000 Werte, Intervall $[0,1]$); 'R'-Dokumentation unter* `?runif`*.*

(f) *Wiederholen Sie die Berechnungen mit normalverteilten Zufallsdaten; 'R'-Dokumentation unter* `?rnorm`*. Wieder sind 5000 Werte zu erzeugen, die im Sinne vierfacher Standardabweichung (also $\mu = 1/2$ und $\sigma = 1/8$) im Intervall $[0,1]$ liegen.*

(g) *Wiederholen Sie die Berechnungen mit 5000 äquidistanten Punkten im Intervall $[0,1]$.*

(h) *Und nun wiederholen Sie die Berechnungen ein letztes Mal, wieder mit uniform verteilten Zufallsdaten, aber diesmal im Intervall $[-1/10, 1]$.*

(i) *Führen Sie abschließend eine kleine Versuchsreihe ($B = 8$ Bit) mit normalverteilten Zufallszahlen durch; erzeugen Sie jeweils 5000 Werte mit Verteilung $\mathcal{N}(\mu = 1/2, \sigma = 1/2C)$, aber (außer $C = 4$ wie vorhin) mit 36 Einstellungen für C zwischen $C = 1$ und $C = 8$. Plotten Sie die 36 SNR-Werte in Abhängigkeit von C und deuten Sie die Kurvenform.*

Abzuliefern sind die Tabelle der fünfzehn SNR-Werte, Ihre 'R'-Funktionen (s.o.) zur Berechnung (`quantize.R`), eine benamte Objektliste mit den fünf Testsignalen (`quantize.rda`), die SNR-Graphik (`quantize.pdf`) sowie eine kurze Kommentierung der SNR-Resultate — vielen Dank!

Aufgabe 2 **10 P**

Wir interessieren uns für das Betragsquadratspektrum $|G(e^{i\omega})|^2$ eines kausalen FIR-Systems mit der Impulsantwort $\boldsymbol{g} = \langle g_0, \ldots, g_{n-1} \rangle$; das LSI-System $\mathfrak{T}$ operiert also gemäß

$$h_j \;=\; f_j \cdot g_0 + f_{j-1} \cdot g_1 + f_{j-2} \cdot g_2 + \ldots + f_{j-n+1} \cdot g_{n-1}$$

(ME-Skriptum III.3, Blatt 5ff.) für alle Abtastpunkte $j \in \mathbb{Z}$. Wir schreiben drei unterschiedliche 'R'-Funktionen zur Berechnung des diskreten Spektrums und eine weitere Funktion zur vergleichenden graphischen Darstellung; mit zahlreichen Beispielaufrufen überzeugen wir uns von der Übereinstimmung.

(a) *Die Funktion `sms.Z (g, n)` berechnet die Werte $|G(e^{i\omega})|^2$ der Frequenzantwort $G(z)$ des FIR-Systems (Impulsantwort im Argument `g`) an `n` äquidistanten Kreisfrequenzen ω im Intervall $[0, \pi]$. Implementieren Sie einfach die Skriptformel für $G(z)$ in komplexer 'R'-Arithmetik.*

(b) *Die Funktion `sms.FFT (g, n)` berechnet dasselbe Spektrum, verwendet aber die diskrete Fouriertransformation (schnelle DFT, siehe `?fft`) dazu. Wie müssen Sie `fft()` aufrufen, um die geforderte Frequenzauflösung `n` zu erhalten?*

(c) *Die Funktion `sms.conv (g, n, f=seq(0,1,len=n))` schließlich berechnet das Spektrum mit Hilfe des Faltungssatzes*

$$\boldsymbol{h} = \boldsymbol{f} \star \boldsymbol{g} \qquad \Leftrightarrow \qquad H_\nu = F_\nu \cdot G_\nu$$

für die DFT aus einem mehr oder weniger beliebigen Eingabesignal `f`. Zuerst nutzen Sie bitte einen Aufruf von `convolve()`, um die Filterantwort $\boldsymbol{h}$ durch Faltung von $\boldsymbol{f}$ mit $\boldsymbol{g}$ zu gewinnen. Deren beide Spektren erhalten Sie mit zwei `sms.FFT`-Aufrufen und den Rest erledigen Sie nach Faltungssatz.

(d) *Die Funktion `sms.plot (g, n=32, ...)` zeichnet die drei Spektren der FIR-Impulsantwort `g` in ein gemeinsames Koordinatensystem mit Kreisfrequenzen $\omega \in [0, \pi]$. Das Jokerargument `...` reichen Sie an den ersten Grafikaufruf weiter.*

(e) *Und nun rufen Sie bitte für nachfolgende Impulsantworten `sms.plot (g, main='«Filtertyp»')` mit Angabe des Filtertyps (Bandpass/Hochpass/Tiefpass/Kerbfilter) auf:*

- *Vier Filter $\boldsymbol{g} = (1, -2, 1)$ und $\boldsymbol{g} = (1, 2, 1)$ und $\boldsymbol{g} = (1, 0, 1)$ und $\boldsymbol{g} = (1, 0, -1)$*
- *Vier Mittelwertfilter $\boldsymbol{g} = (1/m, \ldots, 1/m)$ der Durchmesser $m \in \{3, 5, 8, 12\}$*
- *Vier Filter mit gaußschen Koeffizienten `dnorm(seq(-1,+1,length=2*m+1))` und Radien $m \in \{2, 4, 6, 8\}$*
- *Vier mysteriöse Filter `wow(m)` mit $m \in \{4, 8, 12, 16\}$ und der Definition `wow <- function(n) if(n==0) 1 else (c(0,wow(n-1))-c(wow(n-1),0))/2`*

Was für einen Filter berechnet eigentlich die `wow`-Funktion?

Abzuliefern ist Ihre Programmdatei `fir.R` und eine kurze Antwort zur Frage in (e).

Hinweise zum Übungsablauf

- Die wöchentliche WMM-Vorlesung findet am Mittwoch um 12:15 Uhr statt.
  Das Aufgabenblatt gibt es immer am Freitag (PDF im Netz).
  Der späteste Abgabetermin ist Sonntag 23:59 Uhr.
- Die Übungsaufgaben dürfen natürlich (und sollten sogar) in Gruppenarbeit (2 Mitglieder) gelöst werden.
- Schriftliche Lösungen („*Textantworten*") sind als PDF beizufügen oder direkt im e-Mail-Textkörper unterzubringen.
- Alle anderen Lösungen (Programmieraufgaben, Daten und Grafiken) sind als elektronischer Anhang der Lösungs-e-Mail abzuliefern.
- Programmcode (Dateien `*.R`) muss auch wirklich in 'R' ausführbar sein.
  (Kommando `Rscript «name.R»` auf einem der Rechner des FRZ-Pools)
- Ganz wichtig:
  Schriftliche Antworten werden von mir gedruckt, gelesen, kommentiert und korrigiert.
  Deshalb diese Textteile bitte **niemals** im abgegebenen Programmcode verstecken!
- Je Gruppe und je Aufgabenblatt ist **genau eine** e-Mail zu senden:
  - Vermerk »**WMM**/n« und Gruppenname im `subject`-Feld
    ($n \in \mathbb{N}$ ist die laufende Nummer des Übungsblattes)
  - die Namen der beteiligten Gruppenmitglieder im Textrumpf
  - Tabellen, Bilder, Programmcode, Sensordaten als Attachments
    (elektronische Anlagen)
  - etwaige schriftliche Antworten im Textrumpf der Post oder als Attachment
    (Text/PDF)
- Einige Aufgabentexte verweisen Sie zum Nachschlagen von Details auf das Folienskript zur Vorlesung Mustererkennung; Sie finden es unter der URL
  `http://www.minet.uni-jena.de/fakultaet/schukat/ME/Scriptum/`.
  Die Angabe *ME-Skript II.6* bedeutet: Kapitel II, Abschnitt 6

WWW: http://www.minet.uni-jena.de/www/fakultaet/schukat/WMM/SS19
e-Mail: EG.Schukat-Talamazzini@uni-jena.de