

Modelação de Sistemas Físicos

9ª aula Prática

Realização e resolução de problemas sobre:
- Colisões

Neste trabalho vamos simular a dinâmica do Pêndulo de Newton.

Este aparelho consiste em uma série de esferas de material dura, suspensa em cordas. Todas as esferas são iguais mas são suspensas um ao lado do outro a distâncias iguais aos seus diâmetros

Quando não esteja a interagir com as outras esferas, cada esfera se move como um pêndulo simples, sujeito a uma força restaurativa devido a gravidade:

$$F_i^{grav.} = -m \frac{g}{l} (x_i - x_{i,0})$$

Modelamos a interação entre as esferas por uma força elástica, semelhante à força de uma mola. A força em esfera i devido a esfera $i - 1$ é:

$$F_{i,i-1} = \begin{cases} k(x_i - x_{i-1} - d)^2, & x_i - x_{i-1} < d, \\ 0, & x_i - x_{i-1} \geq d. \end{cases}$$

e

$$F_{i,i+1} = -F_{i+1,i}$$



Definições:

x_i	posição da esfera i
$x_{i,0} = d \cdot i$	posição de equilíbrio da esfera i
d	diâmetro das esferas
l	comprimento das cordas
m	massa das esferas
$k = 10^7 \text{ N/m}^2$	coeficiente da força elástica
$g = 9.8 \text{ m/s}^2$	aceleração gravítica

Exercício 1: Duas esferas

1. Simule o movimento de duas esferas sujeitas às forças descritas na pagina anterior. Use o método de Euler-Cromer. Tenha cuidado com a escolha de Δt .

Use os seguintes valores para os parâmetros:

$d = 0.1 \text{ m}$	diâmetro das esferas
$l = 10 d$	comprimento das cordas
$m = 0.3 \text{ kg}$	massa das esferas

e as condições iniciais:

$$\begin{aligned}x_0(0) &= -5d & v_0(0) &= 0 \\x_1(0) &= d & v_1(0) &= 0\end{aligned}$$

Simule o movimento durante 5 segundos.

Pode usar as funções fornecidas `acc_toque()` e `acc_i()` para calcular a aceleração de cada esfera.

2. Calcule o momento total em cada instante, e apresentar os resultados num gráfico.

3. Calcule a energia cinética e a energia potencial em cada instante, e apresente-as num gráfico.

Nota: A energia potencial da esfera i é $E_{p,i} = \frac{1}{2} m \frac{g}{l} (x_i - x_{i,0})^2$.



Pergunta 1:

O momento total é conservado?
A energia total é conservada?
Esses resultados são como esperado? Discute.

Funções para calcular aceleração das esferas. Também disponíveis no e-learning na pasta *Programas PYTHON*

```
def acc_toque(dx,d):  
    # calcular a aceleração de uma esfera devido ao contacto com a esfera à sua direita  
    k = 1e7  
    q = 2.0  
    if dx<d:  
        a = (-k*abs(dx-d)**q)/m  
    else:  
        a = 0.0  
    return a
```

```
def acc_i(i,x):  
    #calcular a aceleração de esfera i, cuja posicao de equilibrio é d*i  
    a = 0  
  
    if i>0: # a primeira esfera não tem vizinho à sua esquerda  
        a -= acc_toque(x[i] - x[i-1],d)  
    if i < (N-1): # a última esfera não tem vizinho à sua direita  
        a += acc_toque(x[i+1] - x[i], d)  
  
    # aceleração de gravidade, afeta todas as esferas  
    a -= g*(x[i]-d*i)/l  
    return a
```

Exercício 2: Múltiplas esferas

1. Adapte o código do exercício anterior para simular o movimento de N esferas.

O programa deve ser feito tal que seja possível escolher quantas esferas serão levantadas inicialmente. Cada esfera elevada deve começar a uma distância de $-5d$ da sua posição de equilíbrio.

Por exemplo, se foram duas esferas levantadas

$$x_0(0) = -5d, \quad x_1(0) = -4d, \quad x_i(0) = id, \quad i > 1$$

As velocidades iniciais devem ser todas nulas.

2. Simule o movimento de 4 esferas com 1 levantada inicialmente. Faça o gráfico das posições em função do tempo.
3. Simule o movimento de 5 esferas com 2 levantadas inicialmente. Faça o gráfico das posições em função do tempo.
4. Experimente com outras condições iniciais.



Pergunta 2:

O movimento das esferas nas simulações é como esperado? Em que condições se afasta mais do comportamento esperado? Explique.

Exercício 3: Desafio

Cria uma animação do movimento das esferas. Tente desenhar as esferas com o tamanho correto. Consque também desenhar as cordas?

