
Informe 1



Mathematical Mixed Complementary Problems in Energy Systems Felipe Feijoo, Ph.D.

María Alejandra Martínez Guerra

Escuela de Ingeniería Industrial
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Chile

29 de abril de 2020

Introducción

1.1. Introducción

El trabajo de ([1] *Feijoo, F et al., 2016*) analiza la problemática de los mercados energéticos principalmente se centra en la modelación de estos utilizando teoría de juegos con dos tipos de juego de modelos como lo son MPEC y EPEC. El costo marginal de la energía eléctrica es uno de los principales indicadores del mercado eléctrico y señala la importante condición de adaptación entre oferta y demanda, es por esto que *Feijoo* estudia el comportamiento de estos sistemas centrándose en los mercados desregulados en los que los precios se presentan como una solución a este problema. Cabe señalar que estos juegos de competencia entre generadores en el mercado energético son de tipo no- cooperativo simétrico y asimétrico puesto que cada una de las empresas de generación busca maximizar sus ganancias dadas las estrategias de los otros. *Feijoo* considera que una solución óptima a la problemática de estos sistemas complejos se basa en utilizar el concepto de complementariedad y de *Nash equilibrium*.

Este informe se estructura en cuatro partes, la primera incluye la revisión de

literatura para la realización de este trabajo. La segunda parte continúa con el marco conceptual en donde se detallan los casos objeto de estudio y en donde se describen los modelos para la solución, luego se presenta la contribución del trabajo en donde se identifica el aporte que se hace a la solución de este tipo de problemas que se presentan a corto, mediano y largo plazo, por último, el informe termina con un comentario adicional y las referencias.

1.2. Análisis de la literatura Relacionada

Teoría de Juegos en el contexto del presente informe señala que cada uno de los agentes que intervienen en una situación o problema tratan de anticiparse a las decisiones que los otros generados van a tomar, para así maximizar sus utilidades debido a que los intereses contrapuestos de estas empresas generadoras al tomar una decisión, influye sobre la decisión que tomará la otra; así, el resultado o la solución del problema se determina a partir de todas las decisiones tomadas por todos los actuantes ([2] *Nash, J* 1951).

los **Sistemas Complementarios** hacen referencia a una clase de juegos entre agentes que compiten y toman decisiones simultáneamente en donde un problema complementa a el otro, además estos sistemas típicamente modelan un cierto fenómeno de equilibrio ([3] *Accinelli, E* et al., 2008) . Existen varios tipos de juegos entre esos están los no-cooperativos simétricos y asimétricos en los **mercados desregulados** que no tienen precios fijos. Esto abre paso a un importante concepto a la hora de modelar este tipo de problemas el **Equilibrio de Nash** (*Nash equilibrium*) ([4] *Feijoo, F* et al., 2020) el cual hace referencia a que cada agente tiene un comportamiento individualista y no gana nada modificando su estrategia mientras los otros mantengan las suyas. Así, cada agente está ejecutando el mejor movimiento posible teniendo en cuenta los movimientos de los demás jugadores

<https://arxiv.org/pdf/1910.06452.pdf>.

Programming with equilibrium constraints **MPEC** son modelos de optimización de programación matemática flexibles con restricciones de equilibrio que están definidas por un conjunto de ecuaciones y donde el juego entre los agentes es de tipo no cooperativo asimétrico ([5]*Zhu, H et al., 2019*).

Equilibrium Programming with Equilibrium Constraints **EPEC** son modelos de optimización de programación de equilibrio con restricciones de equilibrio como su nombre lo indica y es una extensión natural de los modelos MPEC que incorpora múltiples problemas MPEC ([5]*Zhu, H et al., 2019*). Específicamente los problemas EPEC se refiere a un conjunto de agentes competitivos que considera simultáneamente problemas no-cooperativos simétricos y asimétricos.

Este tipo de situaciones problema se pueden representar bajo las condiciones **kkt** que son conjuntos de ecuaciones complementarias restrictivas no lineales.

El Mercado de Gas Natural (GN) el principal consumidor de este medio energético es la generación de electricidad, donde se emplea en centrales termoeléctricas de ciclo combinado ([6]*Feijoo, F et al., 2017*). El Sistema Interconectado Norte Grande (SING) utiliza este combustible en el 36,6 % de su potencia neta; el Sistema Interconectado Central (SIC) en el 11,6 %; el sistema eléctrico de Magallanes en un 84,2 %, y Aisén e Isla de Pascua no utilizan este combustible. Otros usuarios de gas, aunque en menor volumen, son el sector industrial y minero, el sector comercial, residencial y público, y en un porcentaje muy bajo, el transporte <https://www.aprendeconenergia.cl/explotacion-y-uso-del-gas-natural-en-chile/>.

1.3. Marco Conceptual

Caso 1

Introducción a Mercados Energéticos y su Modelación

- i. MPEC-EPEC games.
- ii. Ejemplos (mercados de electricidad y Smart-grids).

Planteamiento del Problema

Los **sistemas energéticos** chilenos están compuestos por empresas generadoras de electricidad que interactúan con los operadores de mercados (Independent System Operator, ISO) que son los agentes reguladores del mercado encargados de satisfacer la demanda de energía a un menor costo, también que la red sea fiable controlando ciertas restricciones de capacidad ([7] *David, W* et al., 2002). Los agentes generadores compiten entre sí para maximizar sus ganancias es decir satisfacer la demanda a un costo mínimo.

Por lo tanto, se tienen n generadores que compiten entre sí los cuales para maximizar su utilidad deben tomar ciertas decisiones a largo plazo que para este caso podría ser cuanto se va a invertir en tecnología de carbón también decisiones de tipo operacional como cuánto y cómo voy a producir además del precio al que se deben vender.

Esto que se presenta a continuación en la figura (1.1) se llama juego de tipo complementario entre estos agentes generadores ya que tienen ciertos problemas que solucionar, pero cada una de estas situaciones complementa a la otra. Note también que en este juego competitivo entre empresas generadoras de energía existe una iteración constante entre de tipo vertical con los operadores de mercado los cuales establecen en el mercado la oferta de demanda al menor costo, establecen restricciones de capacidad y seguridad en la red.

Deregulated Energy Market

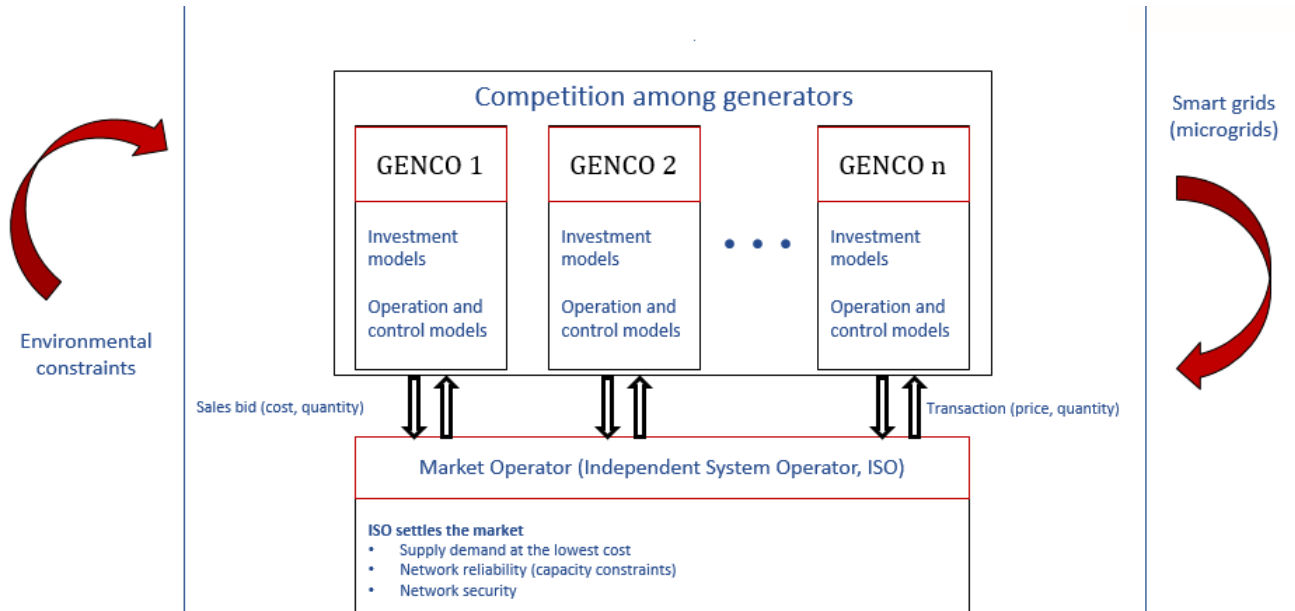


Figura 1.1: Energy Systems

A raíz de lo anterior para solucionar este problema se utilizaron modelos matemáticos (MPEC - EPEC). Se tienen 3 tipos de juegos distintos no-cooperativos simétricos y asimétricos para la toma de decisiones. En la figura(1.2) se representan las características de estos 3 tipos de problemas donde lo que se busca es considerando todos los factores que interactúan e influyen en el sistema además de ciertas restricciones de tipo ambiental ect se busca modelar este sistema complejo, encontrando el punto de equilibrio (Nash Equilibrium).

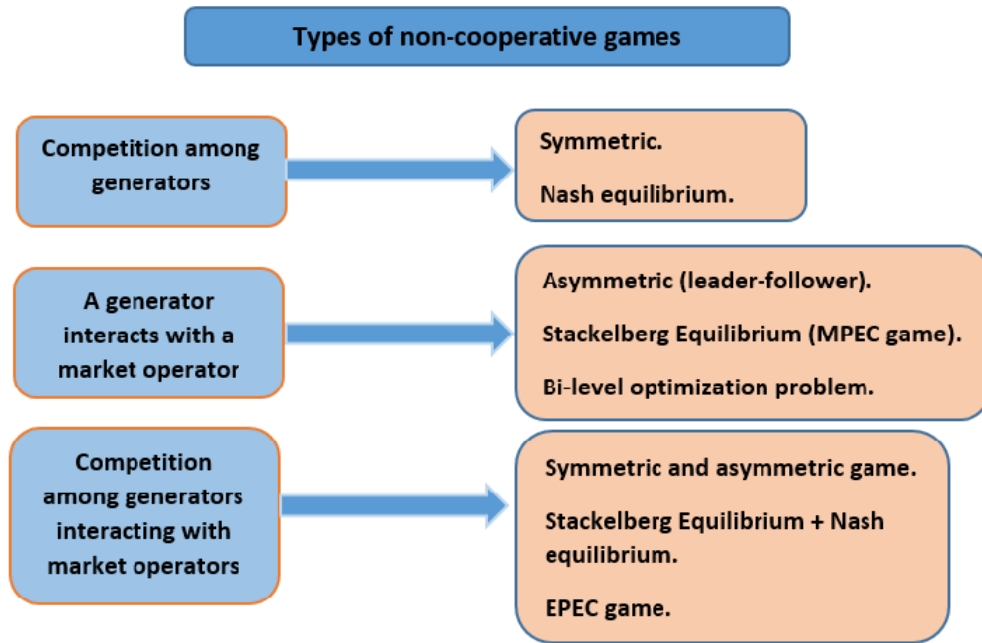


Figura 1.2: Problems in Energy Systems

Para modelar estos múltiples problemas de equilibrio que tiene este sistema complejo ([1]Feijoo, F et al., 2016) considera que se deben expresar como problemas de complementariedad y por medio de las restricciones KKT (*Kuhn-Tucker*) de la siguiente manera.

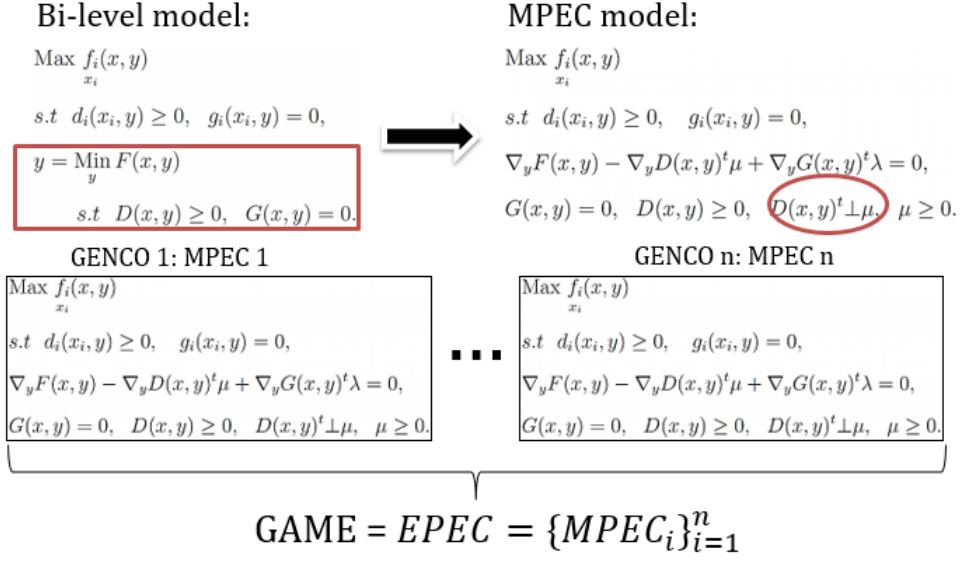


Figura 1.3: Multiple leader-follower game

Por lo tanto, como se tienen múltiples soluciones de modelos MPEC en conjunto estas extensiones se modelan EPEC donde hay un conjunto de restricciones operacionales.

Caso práctico 1) Multiple leader-follower game: Electricity markets under CO2 policies

Se asume que se tienen múltiples generadores de electricidad y operadores de mercados. Este sistema se puede modelar de acuerdo a lo planteado anteriormente como modelos MPEC y luego simultáneamente como un modelo EPEC de la siguiente manera:

$$\text{Max}_{\alpha_i, \omega_i} (\alpha_i + 2\beta_i q_i) q_i - (A_i q_i + B_i q_i^2) - p(\gamma_i q_i - \theta_i) \quad (2)$$

$$\text{s.t. } \alpha_i \in [\underline{A}, \bar{A}], \quad (3)$$

$$\omega_i \in [\underline{W}, \bar{W}], \quad (4)$$

$$\alpha_i + \gamma_i \omega_i \leq d_j, \quad \forall j, j = 1, \dots, J, \quad (5)$$

$$Q, \Theta = \text{Max}_{q, \theta} \left[\sum_j D_j(q) - \sum_i C_i(q) + \sum_i \omega_i \theta_i - \sum_i q_i \gamma_i \pi \right] \quad (6)$$

$$\text{s.t. } -C_l \leq \sum_{k \in (i,j)} q_i \varphi_{kl} \leq C_l, \quad l = 1, \dots, L, \quad (\epsilon_l^-, \epsilon_l^+) \quad (7)$$

$$\sum_i q_i + \sum_j q_j = 0, \quad (\mu) \quad (8)$$

$$c - \sum_i \theta_i \geq 0, \quad (\lambda) \quad (9)$$

$$\gamma_i q_i - \theta_i \geq 0, \quad \forall i \in I, \quad (\rho_i) \quad (10)$$

$$q_i - R_{lo} \geq 0, \quad \forall i \in I, \quad (\tau_i) \quad (11)$$

$$R_{up} - q_i \geq 0, \quad \forall i \in I, \quad (v_i) \quad (12)$$

$$q_i \geq 0, \quad \forall i \in I, \quad (\pi_i) \quad (13)$$

$$-q_j \geq 0, \quad \forall j \in J, \quad (\kappa_j) \quad (14)$$

$$\theta_i \geq 0, \quad \forall i \in I, \quad (\zeta_i) \quad (15)$$

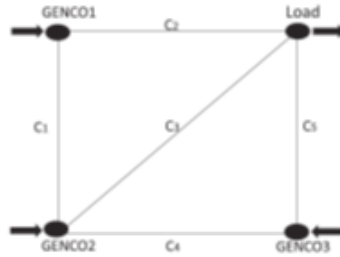
Figura 1.4: System Solution

Las ecuaciones (2),(3),(4) y (5) corresponden a las restricciones y al problema del generador(Genco) donde α y ω representan en este caso cuanto van a cobrar estos agentes por la electricidad que ellos generan.

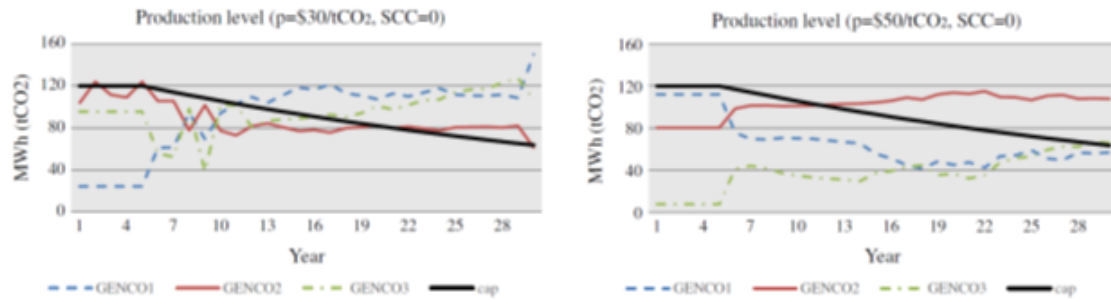
Las ecuaciones (6),(7),(8),(9),(10),(11),(12),(13),(14) y (15) representa el problema del Operador de Mercado(ISO)y a las restricciones de oferta igual a la demanda entre otras de tipo operacional entre ellas esta que el flujo de envío de electricidad no puede ser mayor a la capacidad que tiene esa línea de electricidad.

Ilustración de los resultados

Se tiene la siguiente red ficticia con 4 nodos y 5 arcos en donde 3 son generadores oferta y un nodo demanda note que cada arco tiene su propia restricción de capacidad:



Lo que se quiere determinar son las cantidades que en 30 años van a generar estos agentes de electricidad donde se consideran 2 impuestos al carbón y se estudia su comportamiento a lo largo del tiempo como se ilustra a continuación:



En conclusión, al aumentar el precio del carbón se tiene una mayor producción de los generadores, pero una menor producción de electricidad.

El caso Cooperative leader-follower game: Micro-grids in Electricity networks es analogo al caso anterior.

Caso 2

Mathematical Mix Complementarity Problems (MCP)

i. North American Natural Gas Model.

Planteamiento del Problema

Se tienen dos países A Y B donde cada uno de ellos tiene distintos sectores de demanda de energía cualquiera. Los generadores que pertenecen país A tienen que decidir cuánto gas producir para satisfacer su propia demanda y cuanto vender al país B por medio de un gaseoducto, a su vez el país B que demanda gran cantidad de gas puede decidir no utilizarlo y almacenarlo esperando que en algún momento la demanda sea mayor. Pero también el país A puede decidir no exportar el gas y vendérselo a los principales sectores generadores de energía y así puede haber una sustitución de electricidad por gas figura (1.5).

Para el modelamiento del anterior sistema complejo se deben considerar ciertas restricciones de tipo técnicas, operacionales ect.

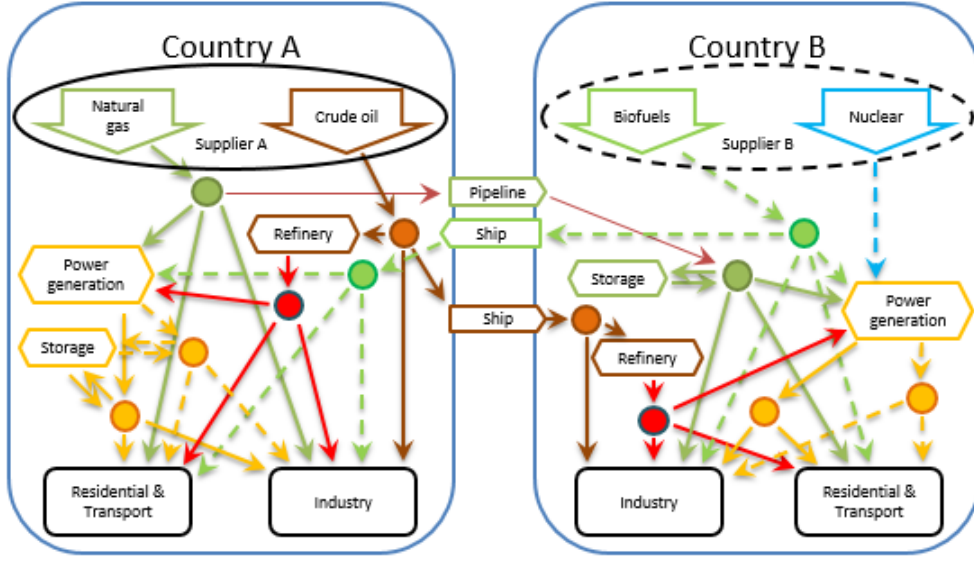


Figura 1.5: Illustration of the Problem

Se tienen distintos agentes y se tienen múltiples problemas de optimización se utilizará el mismo concepto de equilibrio de Nash y de condiciones de KKT que se usaron en los casos anteriores.

$$\begin{aligned} \min_x f(x) \\ \text{s.t. } g_i(x) \leq 0, \lambda \geq 0 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} (x, \lambda) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_+^m \text{ is a KKT point iff} \\ 0 = \nabla f_j(x) + \sum_i \lambda_i \nabla g_i(x), \quad x_j \text{ (free)} \\ 0 \geq g_i(x) \perp \lambda_i \geq 0 \end{aligned} \quad (2)$$

1.4. Contribución del Trabajo

La contribución principal desde el punto de vista matemático y de innovación son los modelos de mercados de energía que pueden llegar a resolver una problemática presente en todos los países, ya que, en este trabajo de investigación se buscaba maximizar la ganancia de los agentes del mercado teniendo en cuenta restricciones importantes como lo son las de tipo ambiental.

1.5. Comentario Adicional

En los próximos años los gases de invernadero seguirán haciendo estragos ya que según estudios a finales del siglo veinte y lo que va corrido del veintiuno se ha presentado uno de los periodos más cálidos y la temperatura media de la Tierra ha tenido los valores más altos de los últimos 130.000 años. Por lo tanto, se esperaría que en los próximos años el daño aumente o llegue a un punto de ser irreparable para nuestro planeta tierra, es por esto que para entonces sería ideal que la realidad de las políticas energéticas cambie radicalmente ya que, por todos los avances tecnológicos que existen se sabe que es posible generar energía por otro tipo de materiales. Ahora bien, para que estas nuevas fuentes de energía puedan satisfacer la demanda se necesita más apoyo a este tipo de iniciativas y de proyectos de investigación que ayudarían a solucionar una gran parte de los problemas ambientales que existen y que en unos años se estima que estas empeorarán.

REFERENCIAS

- [1] FEIJOO,F., HUPPMANN, D.,SAKIYAMA, L.,SIDDQUI, S., *North American natural gas model: Impact of cross-border trade with Mexico. Energy* 112, 1084–1095. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2016.06.133> (2016).
- [2] NASH,J, *Non-Cooperative Games, Annals of Mathematics, Vol. 54 (1951)*, pp. 286 al 295.
- [3] ACCINELLI,E., SILVIA,L.,LIONELLO,P.,EDGAR,S., *Complementariedades dinámicas, eficiencia y equilibrio de Nash en un modelo de firmas y trabajadores, Vol. 6 (2008)*.
- [4] FEIJOO,F., MARGARIDA,C.,GABRIELE,D.,ANDREA,L.,SRIRAM ,S., *When Nash meets Stackelberg (2020)*.
- [5] ZHU,H., DUSIT,N.,WALID,S.,TAMER,B., *Game Theory for Next Generation Wireless and Communication Networks: Modeling, Analysis, and Design Cambridge University Press, (2019)*.
- [6] FEIJOO,F., SRIRAM,S.,SAULEH,S., <https://par.nsf.gov/servlets/purl/10073044> (2017).

- [7] DAVID,W., PAULO,A.,HUGH,R.,EDGAR,S., *SECOND GENERATION REFORMS IN CHILE, POWER EXCHANGE MODEL. THE SOLUTION*(2002).