Table 1: Modularity comparison of the 90 networks.  $Q: Q_d(A^{D_i}, P^i); Q^*: \max_{\alpha^\ell \in [0,1]} Q_d(A^{D_i}, P^{i\ell})$ 

Algorithms	Lou	ıvain	Leiden		
Networks	Q	$Q^*$	Q	$Q^*$	
Zacharykarateclub	0.3951	0.4116	0.3951	0.4070	
Dolphins	0.5090	0.5232	0.5161	0.5240	
LesMiserables	0.5621	0.5621	0.5618	0.5621	
polbooks	0.5261	0.5295	0.5221	0.5263	
AmericanCollegeFootball	0.6026	0.6026	0.6026	0.6026	
JazzMusicians	0.4260	.4260 <b>0.4476</b>		0.4484	
Caenorhabditiselegans	0.4398	0.4449	0.4480	0.4504	
Cora	0.8168	0.8191	0.8231	0.8232	
CiteSeer	0.8872	0.8893	0.8929	0.8933	
Powergrid	0.9360	0.9360	0.9384	0.9387	
Rhesus macaques	0,1295	0,1318	0,1318	0,1318	
Pro League (2016/2017) (1)	0,0763	0,0810	0,0763	0,0810	
Pro League (2016/2017) (2)	$0,\!1508$	$0,\!1533$	0,1503	$0,\!1506$	
Pro League (2016/2017)(3)	0,1494	$0,\!1503$	0,1494	$0,\!1533$	
Crisis in a Cloister positivo	0,2423	0,2423	0,2423	0,2423	
Crisis in a Cloister (2)	0,1118	$0,\!1437$	0,1367	0,1440	
Bundesliga (2016/2017) (1)	0,1817	$0,\!1917$	0,1917	0,1917	
Bundesliga (2016/2017) (2)	0,0740	0,0873	0,0757	0,0873	
Bundesliga (2016/2017) (3)	$0,\!1762$	0,1762	0,1767	$0,\!1767$	
Ligue 1 (2016/2017) (1)	0,1849	$0,\!1857$	0,1849	$0,\!1857$	
Ligue 1 (2016/2017) (2)	0,0748	0,0878	0,0795	0,0878	
Ligue 1 (2016/2017) (3)	0,1814	0,1814	0,1814	0,1814	
Premier League (2013/2014) (1)	0,2124	$0,\!2150$	0,2150	0,2150	
Premier League (2013/2014) (2)	0,0898	0,0898	0,0832	0,0898	
Premier League (2013/2014) (3)	0,1031	0,1216	0,1182	$0,\!1216$	
Taro exchange	0,4474	0,4474	0,4543	0,4543	
Bison	0,1470	0,1470	0,1432	0,1470	
Cattle	0,1889	0,1940	0,1889	0,1906	
Sheep	0,1640	$0,\!1656$	0,1656	0,1656	
Seventh graders	0,2483	$0,\!2564$	$0,\!2559$	$0,\!2559$	
Hens	0	0	0	0	
Dutch college	0,0904	0,0965	0,0965	0,0965	
Japanese macaques	0,2180	$0,\!2213$	0,2180	$0,\!2213$	

Table 1 – Continuación

Algorithms	Lou	ivain	Leiden		
Networks	$\overline{Q}$	$Q^*$	Q	$Q^*$	
Highschool	0,6041	0,6050	0,6041	0,6050	
Florida ecosystem wet	0,1925	0,1941	0,1891	$0,\!1951$	
Florida ecosystem dry	0,1959	$0,\!1962$	0,1914	$0,\!1962$	
Manufacturing emails	0,3951	0,4030	0,4009	$0,\!4031$	
Little Rock Lake	0,3567	0,3688	0,3563	0,3689	
Residence hall	0,4839	0,4907	0,4884	$0,\!4947$	
Congress votes (1)	0,6511	$0,\!6515$	0,6536	$0,\!6552$	
Congress votes (2)	0,7027	0,7155	0,7031	0,7163	
Physicians	0,6931	0,6988	0,6969	0,7035	
Caenorhabditis elegans (neural)	0,4903	$0,\!5034$	0,5069	0,5083	
Wikipedia talk (ht)	0,6371	0,6393	0,6408	0,6419	
FilmTrust trust	0,7499	0,7562	0,7530	0,7576	
Wikipedia talk (br)	0,4663	$0,\!4738$	0,4755	$0,\!4784$	
Blogs	0,4316	$0,\!4324$	0,4321	$0,\!4324$	
Political blogs	0,4268	$0,\!4271$	0,4271	0,4271	
Air traffic control	0,6959	0,7067	0,7145	0,7155	
US airports	0,2703	$0,\!2736$	0,2740	$0,\!2742$	
Human proteins (Stelzl)	0,6116	0,6124	0,6204	0,6223	
UC Irvine messages	0,3604	$0,\!3641$	0,3727	$0,\!3765$	
DNC emails	0,5510	$0,\!5520$	0,5550	$0,\!5551$	
Wikipedia talk (cy)	0,5659	$0,\!5682$	0,5698	$0,\!5706$	
Human proteins (Figeys)	0,4733	0,4819	0,5080	$0,\!5133$	
Adolescent health	0,6982	0,7017	0,7076	0,7112	
Wikipedia links (xal)	0,5725	0,5725	0,5725	0,5725	
Wikipedia links (gag)	0,7365	0,7381	0,7382	0,7382	
OpenFlights (Opsahl) (1)	0,6705	0,6746	0,6738	$0,\!675$	
OpenFlights (Opsahl) (2)	0,1555	0,1600	0,1603	$0,\!1629$	
OpenFlights (Opsahl) (3)	0,2556	$0,\!2593$	0,2575	$0,\!2598$	
Wikipedia talk (oc)	0,4757	$0,\!4793$	0,4799	$0,\!4817$	
OpenFlights (Patokallio)	0,6572	$0,\!6585$	0,6590	$0,\!6596$	
Bitcoin Alpha (1)	0,5324	$0,\!5331$	0,5431	$0,\!5465$	
Bitcoin Alpha (2)	0,6536	0,6545	0,6514	0,6568	
Wikipedia links (lo)	0,2014	0,2021	0,2021	0,2026	
Wikispeedia	0,5033	0,5037	0,5112	0,5140	
Wikipedia links (dv)	0,4713	0,4713	0,4713	0,4713	

Table 1 – Continuación

Algorithms	Louvain		Leiden		
Networks	Q	$Q^*$	Q	$Q^*$	
CiaoDVD trust	0,4045	0,4260	0,4256	0,4271	
Wikipedia links (lez)	0,7689	0,7698	0,7754	0,7758	
Wikipedia links (csb)	0,1901	0,1902	0,1885	$0,\!1902$	
Bitcoin OTC (1)	0,6235	0,6397	0,6376	0,6435	
Bitcoin OTC (2)	0,5409	$0,\!5494$	0,5598	$0,\!5609$	
JUNG/Javax	0,5050	$0,\!5066$	0,5070	0,5075	
Wikipedia links (tk)	0,7196	0,7232	0,7233	0,7235	
Gnutella (08)	0,4642	0,4698	0,4761	$0,\!4779$	
Java Development Kit	$0,\!5144$	$0,\!5151$	0,5162	$0,\!5168$	
Advogato (1)	$0,\!4707$	$0,\!4736$	0,4798	$0,\!4837$	
Advogato (2)	$0,\!5290$	$0,\!5363$	0,5379	$0,\!5405$	
Advogato (3)	0,6457	0,6495	0,6533	0,6558	
Wikipedia elections (1)	0,4370	0,4430	0,4425	$0,\!4432$	
Wikipedia elections (2)	0,4628	0,4684	0,4675	$0,\!4695$	
Chess (1)	0,5606	$0,\!5710$	0,5751	$0,\!5768$	
Chess (2)	$0,\!5535$	$0,\!5604$	0,576	$0,\!5792$	
Chess (3)	$0,\!5754$	$0,\!5888$	0,6041	0,6162	
Wikipedia talk (eo)	$0,\!5559$	$0,\!5576$	0,5575	$0,\!5584$	
Wikipedia links (mi)	0,8125	0,8147	0,8111	0,8146	
Wikipedia talk (gl)	$0,\!4653$	0,4678	0,4718	0,4718	
Gnutella (09)	0,4649	0,4692	0,4801	0,4833	
DBLP	0,6293	0,6392	0,6456	0,6494	

 $\text{Table 2: Modularity comparison of the 65 networks. } Q \colon Q_d(A^{D_i}, P^i); \ Q^* \colon \max_{\alpha^\ell \in [0,1]} Q_d(A^{D_i}, P^{\imath \ell})$ 

Algorithms		ıvain		iden		ktrap		omap		Greedy
Networks	Q	$Q^*$	Q	$Q^*$	Q	$Q^*$	Q	$Q^*$	Q	$Q^*$
Zachary karate club	0.3951	0.4116	0.3951	0.4070	0.3422	0.3905	0.3872	0.3872	0.4070	0.4070
Dolphins	0.5090	0.5232	0.5161	0.5240	0.4839	0.4849	0.5161	0.5213	0.4848	0.5227
Les Miserables	0.5621	0.5621	0.5618	0.5621	0.5369	0.5557	0.5470	0.5583	0.5385	0.5616
polbooks	0.5261	0.5295	0.5221	0.5263	0.5085	0.5314	0.5165	0.5262	0.4855	0.5248
American College Football	0.6026	0.6026	0.6026	0.6026	0.6014	0.6027	0.6005	0.6030	0.5680	0.5804
Jazz Musicians	0.4260	0.4476	0.4324	0.4484	0.4393	0.4440	0.2911	0.2932	0.4329	0.4371
Caenorhabditis elegans Cora	0.4398 0.8168	0.4449 $0.8191$	0.4480 0.8231	$0.4504 \\ 0.8232$	0.3207 0.7655	$0.3861 \\ 0.7775$	0.4177 $0.7221$	$0.4195 \ 0.7525$	0.3998 $0.8091$	0.4094
CiteSeer	0.8108	0.8191	0.8929	0.8232 $0.8933$	0.7055	0.7775	0.7221	0.7325	0.8725	0.8093
Power grid	0.9360	0.9360	0.0323	0.9387	0.8275	0.8915	0.8157	0.8682	0.9330	0.9330
Rhesus macaques	0.3300	0.1318	0.3304	0.3381	0.0270	0.0318	0.0107	0.0002	0,1318	0.3330
Pro League (2016/2017) (1)	0,0763	0,0810	0,0763	0,0810	0,0342	0,0741	0	ő	0.0763	0,0763
Pro League (2016/2017) (2)	0,1508	0,1533	0,1503	0,1506	0,0828	0.0828	0	0	0,1458	0,1528
Pro League (2016/2017)(3)	0,1494	0,1503	0,1494	0,1533	0,0906	0,0906	0	0	0,1378	0,1378
Crisis in a Cloister positivo	0,2423	0,2423	0,2423	0,2423	0,2037	0,2283	0	0	0,2380	0,2380
Crisis in a Cloister (2)	0,1118	0,1437	0,1367	0,1440	0,0975	0,0975	0	0	0,1354	0,1354
Bundesliga (2016/2017) (1)	0,1817	0,1917	0,1917	0,1917	0,1629	0,1629	0	0	0,1656	0,1824
Bundesliga (2016/2017) (2)	0,0740	0,0873	0,0757	0,0873	0,0133	0,0452	0	0	0,0597	0,0764
Bundesliga (2016/2017) (3)	0,1762	0,1762	0,1767	0,1767	0,1750	0,1750	0	0	0,1762	0,1762
Ligue 1 (2016/2017) (1)	0,1849	0,1857	0,1849	0,1857	0,1344	0,1408	0	0	0,1827	0,1849
Ligue 1 (2016/2017) (2)	0,0748	0,0878	0,0795	0,0878	0,0570	0,0645	0	0	0,0802	0,0802
Ligue 1 (2016/2017) (3)	0,1814	0,1814	0,1814	0,1814	0,1814	0,1814	0	0	0,1735	0,1814
Premier League (2013/2014) (1)	0,2124	0,2150	0,2150	0,2150	0,1874	0,1874	0	0	0,1976	0,2025
Premier League (2013/2014) (2)	0,0898	0,0898	0,0832	0,0898	0,0804	0,0804	0	0	0,0776	0,0855
Premier League (2013/2014) (3) Taro exchange	0,1031	0,1216 0,4474	0,1182 0,4543	<b>0,1216</b> 0,4543	0,0796 0,4241	$0,1055 \ 0,4339$	0 0,4533	0 0,4533	0,1105 $0,4316$	0,1216
Bison	0,4474	0,1474	0,4343	0,4343	0,4241	0,4339 $0,1117$	0,4555	0,4555	0,4310 $0,1423$	0,4543 0,1470
Cattle	0,1470	0,1940	0,1432	0,1470	0,1802	0,1117	0	0	0,1423	0,1470
Sheep	0,1640	0,1656	0,1656	0,1656	0,0903	0,0916	0	0	0,1655	0,1655
Seventh graders	0,2483	0,2564	0,2559	0,2559	0,2290	0,2309	0	o o	0,2483	0,2483
Hens	0	0	0	0	0	0	0	0	-0.0005	0
Dutch college	0,0904	0,0965	0,0965	0,0965	0,0372	0,0498	0	0	0,0906	0,0906
Japanese macaques	0,2180	0,2213	0,2180	0,2213	0,2012	0,2073	0	0	0,2164	0,2164
Highschool	0,6041	0,6050	0,6041	0,6050	0,5776	0,5960	0,5979	0,6050	0,5955	0,6050
Florida ecosystem wet	0,1925	0,1941	0,1891	0,1951	0,0990	0,1195	0	0	0,1767	0,1805
Florida ecosystem dry	0,1959	0,1962	0,1914	$0,\!1962$	0,0752	0,0775	0	0	0,1819	0,1826
Manufacturing emails	0,3951	0,4030	0,4009	0,4031	0,3368	0,3652	0,3988	0,3988	0,4026	0,4026
Little Rock Lake	0,3567	0,3688	0,3563	0,3689	0,3444	0,3444	0,3415	0,3495	0,3359	0,3476
Residence hall	0,4839	0,4907	0,4884	0,4947	0,4505	0,4668	0,4694	0,4748	0,4724	0,4724
Congress votes (1) Congress votes (2)	0,6511	0,6515	0,6536	0,6552	0,6037	0,6144	0,6074	0,6424	0,6395	0,6425
Physicians (2)	0,7027 0,6931	0,7155 $0,6988$	0,7031 0,6969	0,7163 $0,7035$	0,6677 0,6700	<b>0,6686</b> 0,6700	0,6877 0,6691	$0,7025 \ 0,6774$	0,7131 0,6959	0,7156 0,6959
Caenorhabditis elegans (neural)	0,4903	0,5034	0.5069	0,7033	0,4728	0,4789	0,4836	0,4931	0,5070	0,5075
Wikipedia talk (ht)	0,4303	0,6393	0,6408	0,6419	0,5656	0,5662	0,4330	0,4331	0,6407	0,6407
FilmTrust trust	0,7499	0,7562	0,7530	0,7576	0,6950	0.6950	0.6985	0,7226	0,7467	0,7480
Wikipedia talk (br)	0,4663	0,4738	0,4755	0,4784	0,2042	0,2077	0,2216	0,2216	0,4636	0,4704
Blogs	0,4316	0,4324	0,4321	0,4324	0,4302	0,4311	0,4277	0,4297	0,4323	0,4324
Political blogs	0,4268	0,4271	0,4271	0,4271	0,4247	0,4255	0,4226	0,4240	0,4269	0,4270
Air traffic control	0,6959	0,7067	0,7145	0,7155	0,6126	0,6126	0,6110	0,6492	0,6805	0,6923
US airports	0,2703			0,2742	0,2197	0,2213			0,2541	0,2541
Human proteins (Stelzl)	0,6116	0,6124	0,6204	0,6223	0,5249	0,5249	0,5583	0,5652	0,5924	0,6076
UC Irvine messages	0,3604	0,3641	0,3727	0,3765	0,2397	0,2397	0,3148	0,3258	0,3695	0,3699
DNC emails	0,5510	0,5520	0,5550	0,5551	0,4591	0,4591	0,4826	0,4894	0,5388	0,5388
Wikipedia talk (cy)	0,5659	0,5682	0,5698	0,5706	0,4540	0,4540	0,4637	0,4716	0,5690	0,5690
Human proteins (Figeys)	0,4733	0,4819	0,5080	0,5133 $0,7112$	0,4610	0,4610	0,4597	0,4661	0,4947	0,4947
Adolescent health Wikipedia links (xal)	0,6982	0,7017	0,7076		0,6339	0,6339 <b>0,5675</b>	0,6031 0,5686	0,6218 0,5690	0,7017 $0,5706$	$  0,7024 \\ 0,5712$
Wikipedia links (gag)	0,5725 0,7365	0,5725 <b>0,7381</b>	0,5725 0,7382	0,5725 0,7382	0,5626 0,7252	0,3673	0,5080	0,3090	0,5700	0,5712
OpenFlights (Opsahl) (1)	0,7303	0,7381	0,7382	0,7382	0,7252	0,7317	0,7203	0,7290	0,7141	0,6700
OpenFlights (Opsahl) (2)	0,0705	0,1600	0,1603	0,0730 $0,1629$	0,0230	0,0477	0,0308	0,0300	0,0700	0,1549
OpenFlights (Opsahl) (3)	0,2556	0,2593	0,2575	0,2598	0,1356	0,1932	0,0517	0,0517	0,2513	0,2513
Wikipedia talk (oc)	0,4757	0,4793	0,4799	0,4817	0,2953	0,3448	0,4759	0,4759	0,4402	0,4501
OpenFlights (Patokallio)	0,6572	0,6585	0,6590	0,6596	0,6233	0,6431	0,6090	0,6338	0,6100	0,6100
										1 1
Bitcoin Alpha (1)	0,5324	0,5331	0,5431	0,5465	0,4658	0,4658	0,4502	0,4765	0,5209	0,5209