

Algoritmos y Estructuras de Datos 2

Práctica 6: Divide & Conquer

1er cuatrimestre 2022

Índice

1. Ejercicio 1: más a la izquierda	2
2. Ejercicio 2	2
3. Ejercicio 3: potencia	2
4. Ejercicio 4	2
5. Ejercicio 5: suma de potencias	3
6. Ejercicio 6	3
7. Ejercicio 7	3
8. Ejercicio 8	3
9. Ejercicio 9	3
10.Ejercicio 10	3
11.Ejercicio 11	4
12.Ejercicio 12	4

1. Ejercicio 1: más a la izquierda

MasALaIzquierda(in A: arreglo(nat)) → **out** res: bool

Pre $\equiv \{\text{tam}(A) = 2^k \text{ para algún } k: \text{nat}\}$

```
1: n ← tam(A)
2: m ← n div 2
3: izq ← SubArreglo(A, 1, m)
4: der ← SubArreglo(A, m + 1, n)
5: sumaIzq ← Sumar(izq)
6: sumaDer ← Sumar(der)
7: if sumaIzq > sumaDer then
8:   if n = 2 then
9:     res ← true
10:  else
11:    res ← MasALaIzquierda(izq) ∧ MasALaIzquierda(der)
12:  end if
13: else
14:   res ← false
15: end if
```

▷ $O(1)$

▷ $O(1)$

▷ $O(n/2)$

▷ $O(n/2)$

Complejidad:

$$T(n) = 2T(n/2) + n$$

$$\text{Sea } a = 2, b = 2, f(n) = n$$

$$f(n) \in \Theta(n^{\log_b(a)}) = \Theta(n^{\log_2(2)}) = \Theta(n)$$

$$\Rightarrow T(n) = \Theta(n^{\log_b(a)} \log(n)) = \Theta(n \log(n))$$

2. Ejercicio 2

Pendiente.

3. Ejercicio 3: potencia

Potencia(in a: nat, in b: nat) → **out** res: nat

```
1: if b = 0 then
2:   res ← 1
3: else if b mod 2 = 0 then
4:   c ← Potencia(a, b / 2)
5:   res ← c * c
6: else
7:   c ← Potencia(a, (b - 1) / 2)
8:   res ← c * c * a
9: end if
```

Complejidad:

$$T(b) = T(b/2) + cte$$

$$\text{Sea } a = 1, c = 2, f(b) = cte \in O(1)$$

$$f(b) \in \Theta(n^{\log_c(a)}) = \Theta(n^{\log_2(1)}) = \Theta(n^0) = \Theta(1)$$

$$\Rightarrow T(b) = \Theta(n^{\log_c(a)} \log(b)) = \Theta(\log(b))$$

4. Ejercicio 4

Pendiente.

5. Ejercicio 5: suma de potencias

SumaDePotencias(in A: arreglo(arreglo(nat)), in n: nat) → out res: arreglo(arreglo(nat))

Pre $\equiv \{n = 2^k \text{ para algún } k: \text{nat} \geq 1\}$

```
1: if n = 1 then
2:   res ← A
3: else
4:   B ← SumaDePotencias(A, n / 2)
5:   res ← Potencia(A, n / 2) * B + B
6: end if
```

Complejidad:

$$T(n) = T(n/2) + cte$$

$$\text{Sea } a = 1, b = 2, f(n) = cte \in O(1)$$

$$f(n) = \Theta(n^{\log_b(a)}) = \Theta(n^{\log_2(1)}) = \Theta(n^0) = \Theta(1)$$

$$\Rightarrow T(n) = \Theta(n^{\log_b(a)} \log(n)) = \Theta(\log(n))$$

Asumimos que la función Potencia = $O(1)$.

6. Ejercicio 6

Potencia(in a: nat, in b: nat) → out res: nat

```
1: if b = 0 then
2:   res ← 1
3: else if b mod 2 = 0 then
4:   c ← Potencia(a, b / 2)
5:   res ← c * c
6: else
7:   c ← Potencia(a, (b - 1) / 2)
8:   res ← c * c * a
9: end if
```

Complejidad:

$$T(b) = T(b/2) + cte$$

$$\text{Sea } a = 1, c = 2, f(b) = cte \in O(1)$$

$$f(b) \in \Theta(n^{\log_c(a)}) = \Theta(n^{\log_2(1)}) = \Theta(n^0) = \Theta(1)$$

$$\Rightarrow T(b) = \Theta(n^{\log_c(a)} \log(b)) = \Theta(\log(b))$$

7. Ejercicio 7

Pendiente.

8. Ejercicio 8

Pendiente.

9. Ejercicio 9

Pendiente.

10. Ejercicio 10

Pendiente.

11. Ejercicio 11

Pendiente.

12. Ejercicio 12

Pendiente.