

Un resorte cuelga verticalmente; su extremo superior está fijo y del inferior pende una caja que pesa 196 N. Una vez en equilibrio, se tira de la caja hacia abajo haciéndola desplazar 0.25 m y se suelta. Sabiendo que $k = 80 \text{ N/m}$ y que la resistencia del aire es de 4 v.

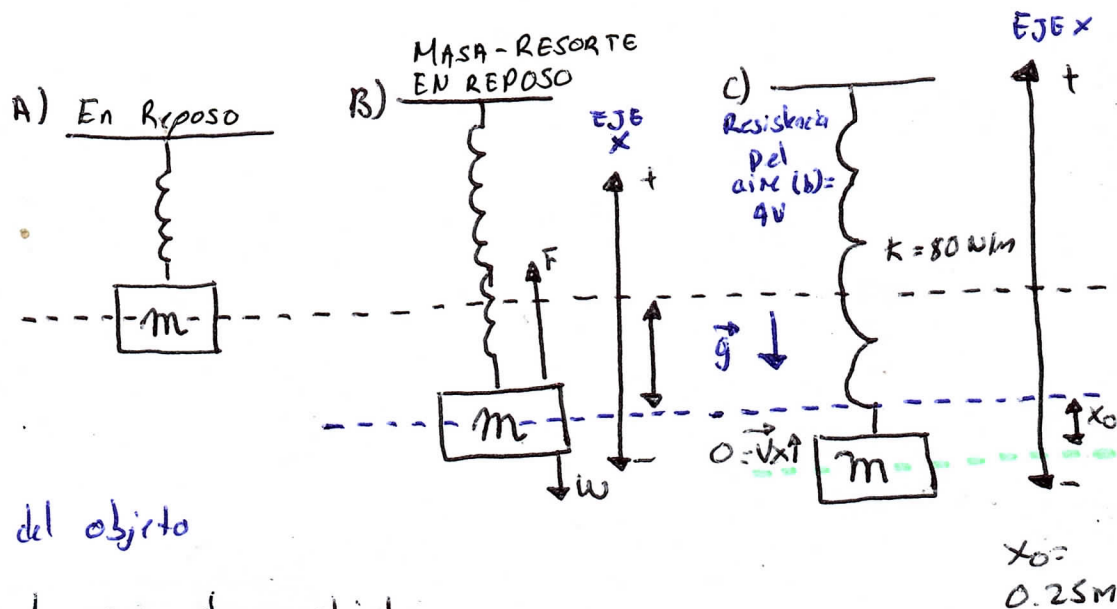
- Encontrar la ley de movimiento de la caja
- Encontrar el tiempo necesario para que la caja se mueva desde la posición inicial hasta 0.6625 m por debajo de la posición de equilibrio

a)

$$W = 196 \text{ N}$$

$$K = 80 \text{ N/m}$$

$$R = 4 \text{ v}$$



① Encontramos la masa del objeto

$$m = \frac{W}{g} \rightarrow \text{Formula de la masa de un objeto}$$

$$m = \frac{196}{9.81} = 19.97 \rightarrow \text{Redondeamos a } 20 \text{ kg}$$

Modelo MATEMÁTICO

$$m x'' + b' + kx = 0$$

② Sustitución y simplificación

$$20 \frac{d^2 x}{dt^2} + 4 \frac{dx}{dt} + 80x = 0$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 0.2 \frac{dx}{dt} + 4x = 0$$

$$\frac{b}{m} = \frac{4}{20} = 0.2, \quad \frac{k}{m} = \frac{80}{20} = 4$$

③ Reescribimos

$$x'' + 0.2x + 4 = 0$$

$$x(0) = 0.25$$

$$x' = 0$$

④ Transformada de Laplace

$$\mathcal{L}\{x''\} + 0.2\mathcal{L}\{x\} + 4\mathcal{L}\{x\}$$

$$s^2 X(s) - s(-0.25) + 0 + 0.2(sX(s) + 0.25) + 4X(s) = 0$$

$$(s^2 + 0.2s + 4) X(s) = 0.25s - 0.05$$

⑤ Despeje de $x(s)$

$$X(s) = \frac{0.25s - 0.05}{s^2 + 0.2s + 4}$$

⑥ Aplicar la transformada inversa

$$\text{Formula general: } s = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$a = s^2, b = 0.2s, c = 4$$

$$s = \frac{-0.2 \pm \sqrt{(0.2)^2 - 4(1)(4)}}{2(1)}$$

$$s = \frac{-0.2 \pm \sqrt{-15.96}}{2}$$

$$s = \frac{-0.2}{2} = -0.1$$

$$\sqrt{15.96} = 3.99 \quad w = \frac{3.99}{2} = 2$$

$$\begin{cases} w = 2 \\ \alpha = 0.1 \end{cases}$$

⑦ Encontrar valores

$$x'(0) = -0.1A + 2B = 0$$

$$0.025 + 2B = 0$$

$$-0.1(-0.25) + 2B =$$

$$B = 0.0125$$

$$A = -0.25$$

⑧ Solución

$$x(t) = e^{-\alpha t} (A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t))$$

$$x(t) = e^{-0.1t} (-0.25 \cos(2t) + 0.0125 \sin(2t))$$

b)

① Sustituimos

$$x(t) = e^{-0.1t} (-0.25 \cos(2t) + 0.0125 \sin(2t))$$

$$-0.0625 = e^{-0.1t} (-0.25 \cos(2t) + 0.0125 \sin(2t))$$

↓
Se aplica signo negativo
por estar debajo de la
posición de equilibrio

② Simplificar

$$-0.0625 e^{-0.1t} = -0.25 \cos(2t) + 0.0125 \sin(2t)$$

③ Reorganizar

$$-0.25 \cos(2t) - 0.0125 \sin(2t) + 0.0625 e^{-0.1t} = 0$$

④ Solución

Por la complejidad de la ecuación, utilizamos un programa para la solución (programa en nuestra página web)

$$t = 0.626 \text{ s}$$