

Ejercicio ① :

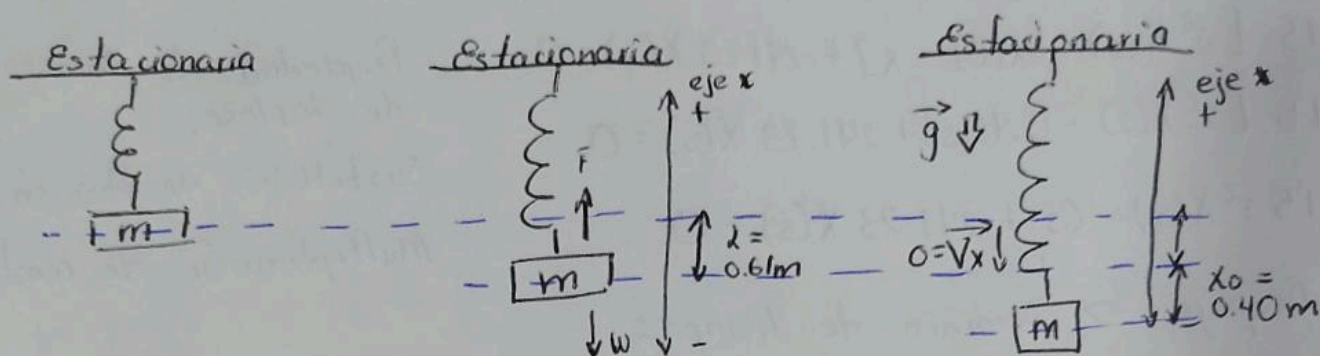
¿Cuál es la constante del resorte? (Inciso ①)

- Diagramas :

A) Resorte en Reposo

B) Masa - Resorte en Reposo

C) Masa - Resorte en Acción



- Datos :

◦ Masa (m) = 15 Kg

◦ Estiramiento del Resorte (l) = 61cm

- Fórmula / ley / Teorema :

◦ Segunda ley de Newton :

$$\sum \vec{F}_x = m \vec{a}_x \dots (1)$$

$$\vec{F}_x - \vec{W}_x = 0 \dots (2)$$

Para Fórmula (2) :

$$(1K) - (mg) = 0 \xrightarrow[\text{y Despeje } K]{\text{Sustitución}} K = \frac{mg}{l} \Rightarrow K = \frac{(15\text{Kg})(9.81\text{ m/s}^2)}{0.61\text{m}}$$

$$\Rightarrow K \approx 241.23 \text{ N/m}$$

◦ Valor de constante de Resorte

¿ Si se estira el objeto hasta 40 cm abajo del punto de equilibrio y se suelta, cuál es la posición del objeto 10 segundos después? (Inciso ②)

- Datos :

◦ Masa = 15 Kg

◦ Constante del Resorte (K) = 241.23 $\frac{\text{N}}{\text{m}}$

◦ Condición Inicial (x_0) = 40cm

- Modelo Matemático :

$$mx''(t) + bx' + Kx = 0$$

Pero como no se cuenta con b , entonces :

$$mx'' + Kx = 0 \dots (1)$$

Diagrama C) Masa - Resorte en Acción

- Das condiciones seguir la inicial (X_0):

$$X(0) = 0.40 \text{ m}$$

$$\text{Primera derivada de la condición inicial} = x'(0) = 0 \text{ m/s}$$

① Transformada de Laplace:

$$15 \mathcal{L}\{x''\} + 241.23 \mathcal{L}\{x\} = 0$$

Estructura inicial.

$$15 [s^2 X(s) - sx(0) - x'] + 241.23 X(s) = 0$$

Propiedad de Transformada de Laplace.

$$15 [s^2 X(s) - 0.40s] + 241.23 X(s) = 0$$

Sustitución de Posición Inicial

$$15 s^2 X(s) - 6s + 241.23 X(s) = 0$$

Multiplicación de constante.

② Despeje \Rightarrow Dominio de Tiempo:

$$X(s)(45s^2 + 241.23) = 6s$$

Despeje de $X(s)$ en ambos factores.

$$X(s) = \frac{6s}{15s^2 + 241.23}$$

Despeje Final.

③ Transformada Inversa:

$$\mathcal{L}^{-1}\{X(s)\} = 6 \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{s}{15(s^2 + \frac{241.23}{15})}\right\}$$

Numerador: Despeje de s

Denominador: Factorizar 15.

$$x(t) = \frac{6}{15} \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{s}{(s^2 + \frac{241.23}{15})}\right\}$$

Al dividir 241.23 entre 15 se pasa 15 fuera de \mathcal{L}^{-1} .

$$x(t) = \frac{6}{15} \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{s}{(s^2 + (\sqrt{\frac{241.23}{15}})^2)}\right\}$$

Reescribir $(\sqrt{\quad})^2$ para poder aplicar TABLA DE LAPLACE.

$$x(t) = \frac{6}{15} \cos\left(\sqrt{\frac{241.23}{15}} t\right) + \dots (3)$$

Aplicación de TABLA DE LAPLACE.

④ Colocar 10 como valor en t para RESOLVER INCISO, en Fórmula (3)

$$x(10) = \frac{6}{15} \cos\left(\sqrt{\frac{241.23}{15}} (10)\right)$$

Sustitución antes mencionada.

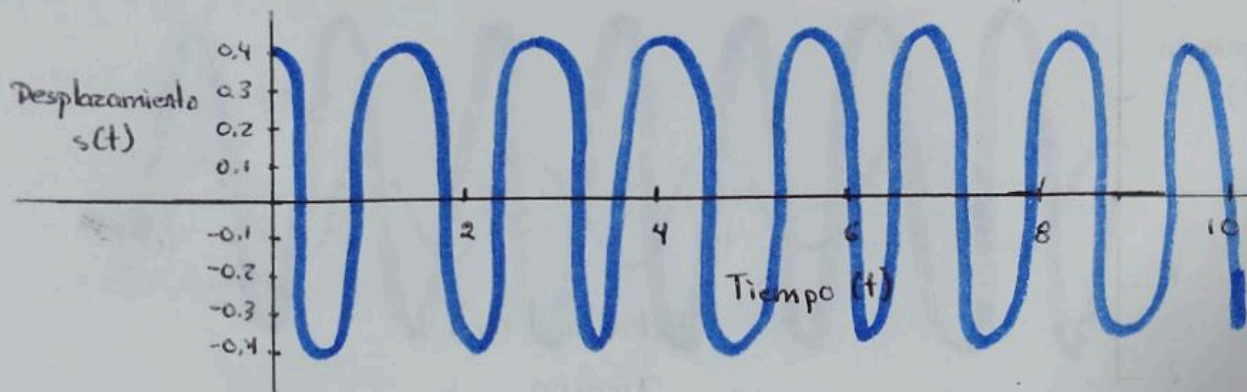
$$x(10) = \frac{2 \cos \left(\sqrt{\frac{40205}{5}} \right)}{5}$$

$$\Rightarrow x(10) \hat{=} -0.295 \text{ m}$$

Proceso de cálculo simplificado según herramienta.

∴ Posición del OBJETO 10 seg después de estirar resorte

GRÁFICA Movimiento Oscilatorio de un Sistema Masa - Resorte:
Desplazamiento vs. Tiempo



¿Cuál es la velocidad en ese punto? (Inciso ③)

- Datos :

Del inciso ⑤ se toma :

$$x(t) = \frac{6}{15} \cos \left(\sqrt{\frac{241.23}{15}} t \right) + \dots (3)$$

- Ley / Fórmula / Teoremas :

"La velocidad será el resultado de dividir la derivada de la posición sobre el tiempo."

$$v = \frac{d}{dt} (x(t)) = \frac{dx}{dt}$$

- Solución :

Además de la derivada: $\cos(kt) \Rightarrow -k \sin(kt)$

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{6}{15} \sin \left(\sqrt{\frac{241.23}{15}} t \right) \left(\sqrt{\frac{241.23}{15}} \right) \quad \text{sustitución de fórmula.}$$

$$v(10) = -\frac{6}{15} \sin (4.010 (10)) (4.010) \quad \text{Se evalúa } t = 10 \text{ seg.}$$

$$v(10) = -\frac{6}{15} \sin (40.1) (4.010) \quad \text{multiplicación (1)}$$

$$v(10) = -\frac{6}{15} (0.674) (4.010) \quad \text{Sacar } \sin (40.1)$$

$$v(10) = -\frac{6}{15} (2,702)$$

Multiplicación (2)

$$v(10) = -\frac{1351}{1250} \Rightarrow v(10) \approx -1.080 \text{ m/s}$$

∴ Velocidad en el punto $x(10) \approx -0.295 \text{ m}$

GRÁFICA

Movimiento Armónica Simple (MAS)

