TESTE 1

Q1.) · Para saber se o sistema é invariante com o tempo devemos fazer uma comparação entre 1 e 2, onde:

→ 1: a saída do sistema para uma entrada deslocada:

seja $z[n] = x[n-n_0]$, então:

$$y_1[n] = z\left[\frac{n-n_0}{5} + 1\right] = x\left[\frac{1}{5}(n-n_0)+1\right]$$

→ 2: a saída deslocada no tempo:

$$y_2[n-n_0] = x\left[\frac{1}{5}n + 1 - n_0\right]$$

· Comparando y_1 com y_2, observamos que eles são diferentes, disso concluímos que o sistema é variante com o tempo.

Q2a.) · Para o sistema ser causal, $h(t)$ deve ser zero para $t<0$. Vamos fazer uma tabela com valores chave para essa análise:

t	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$\|t\|$	6	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	6
$h(t)$	0	0	0	e^{-3}	e^{-2}	0	0	0	e^{-2}	e^{-3}	0	0	0

podemos observar que em $t=-3$, $t=-2$, $t=-1$ $h(t) \neq 0$. Então, concluímos que $h(t)$ não é causal

Q2b.) · Para que o sistema seja estável, $h(t)$ deve ser absolutamente integrável.

Podemos observar na tabela do item (a) que somente no intervalo $2<|t|<4$ $h(t) \neq 0$; além disso, $h(t)$ é simétrico em relação ao eixo y. Assim, podemos simplificar nossa integral:

$$\int_{-\infty}^{\infty} h(t)\,dt = \int_{-4}^{4} h(t)\,dt = \int_{-4}^{-2} h(t)\,dt + \int_{2}^{4} h(t)\,dt = 2\cdot\int_{2}^{4} h(t)\,dt \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\int_{2}^{4} e^{-|t|}\,dt = 2\cdot\int_{2}^{4} e^{-t}\,dt$$ fazendo $u=-t \Rightarrow dt = du$, logo:

$$-2\cdot\int e^{u}\,du = -2e^{u}$$ voltando para t:

$$-2\cdot e^{-t}\Big|_{2}^{4} = -2\cdot e^{-4} - (-2e^{-2}) = \boxed{-2e^{-4} + 2e^{-2}}$$

como o resultado é finito o sistema é, portanto, estável

Q2 c.) Para obter $y(t)$ faremos a convolução:

Gráfico de $h(t)$:

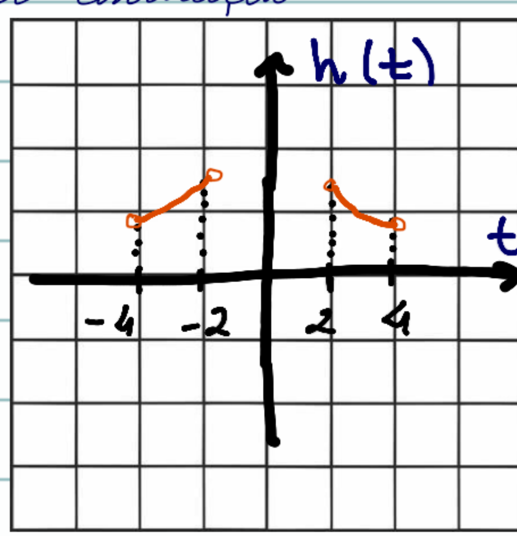


Gráfico de $x(t)$:

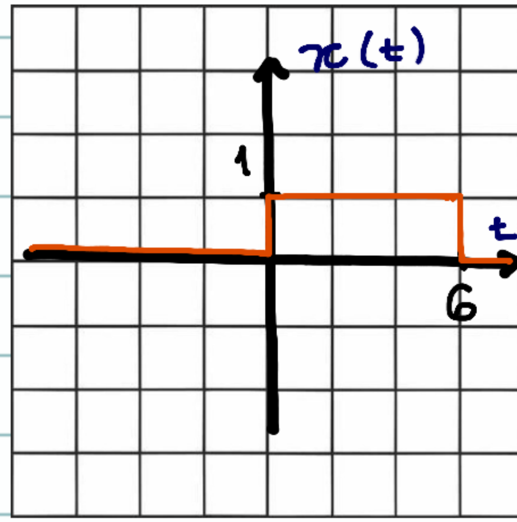
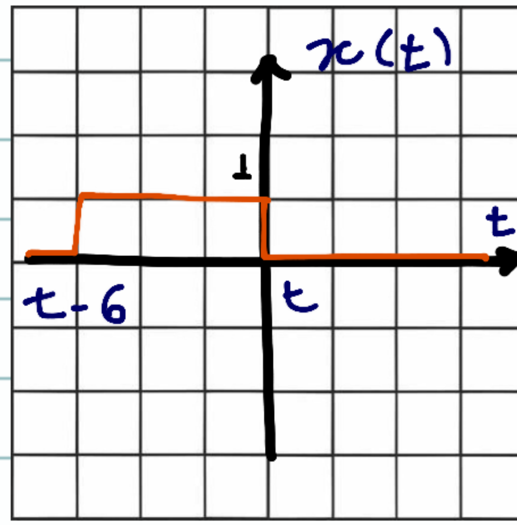
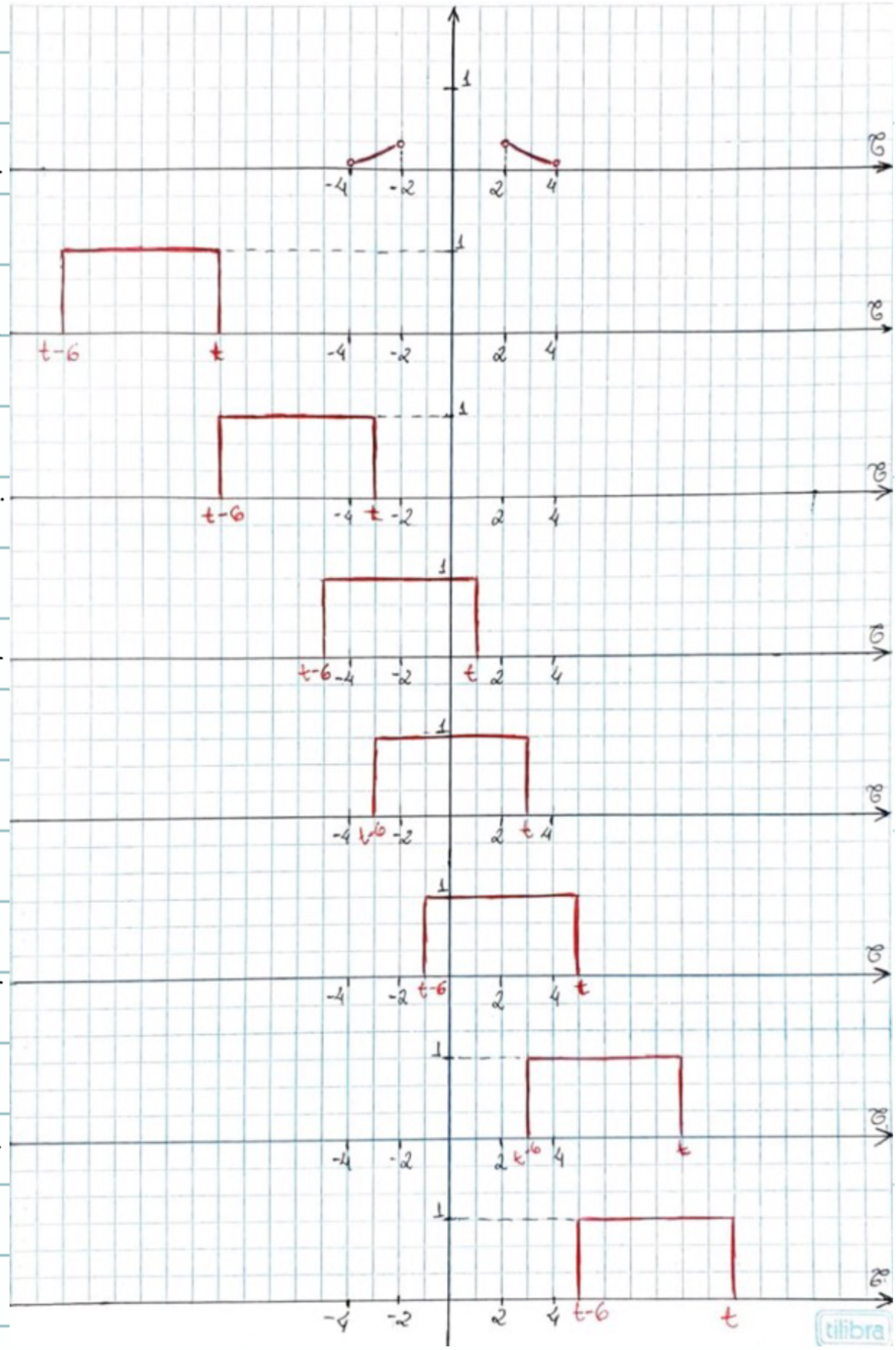


Gráfico de $x(t)$ invertido:



Abaixo temos os gráficos de $h(t)$ no eixo τ e $x(t)$ invertido, deslocado e também no eixo τ, demonstrando o processo de convolução:

gráfico de $h(\tau)$:



(I) $t < -4$

(II): $-4 \leq t < -2$

(III): $-2 \leq t < 2$

(IV) $2 \leq t < 4$

(V): $4 \leq t < 8$

(VI): $8 \leq t < 10$

(VII): $t \geq 10$

· Vamos agora calcular as integrais correspondente a cada interseção representada no gráfico acima

→ (I): $y(t) = 0$, pois a interseção é nula

→ (II): $y(t) = \int_{-4}^{t} e^{-|\tau|}\, d\tau = e^{-|\tau|}\Big|_{-4}^{t} = e^{-|t|} - e^{-4}$

→ (III): $y(t) = \int_{-4}^{-2} e^{-|\tau|}\, d\tau = e^{-|\tau|}\Big|_{-4}^{-2} = e^{-2} - e^{-4}$

→ (IV): $y(t) = \int_{t-6}^{-2} e^{-|\tau|}\, d\tau + \int_{2}^{t} e^{-|\tau|}\, d\tau = e^{-|\tau|}\Big|_{t-6}^{-2} + e^{-|\tau|}\Big|_{2}^{t} \Rightarrow$

$\Rightarrow y(t) = e^{-2} - e^{-|t-6|} + e^{-t} - e^{-2} \Rightarrow$

$\Rightarrow y(t) = e^{-t} - e^{-|t-6|}$

→ (V): $y(t) = \int_{2}^{4} e^{-|\tau|}\, d\tau = e^{-|\tau|}\Big|_{2}^{4} = e^{-4} - e^{-2}$

→ (VI): $y(t) = \int_{t-6}^{4} e^{-|\tau|}\, d\tau = e^{-|\tau|}\Big|_{t-6}^{4} = e^{-4} - e^{-(t-6)}$

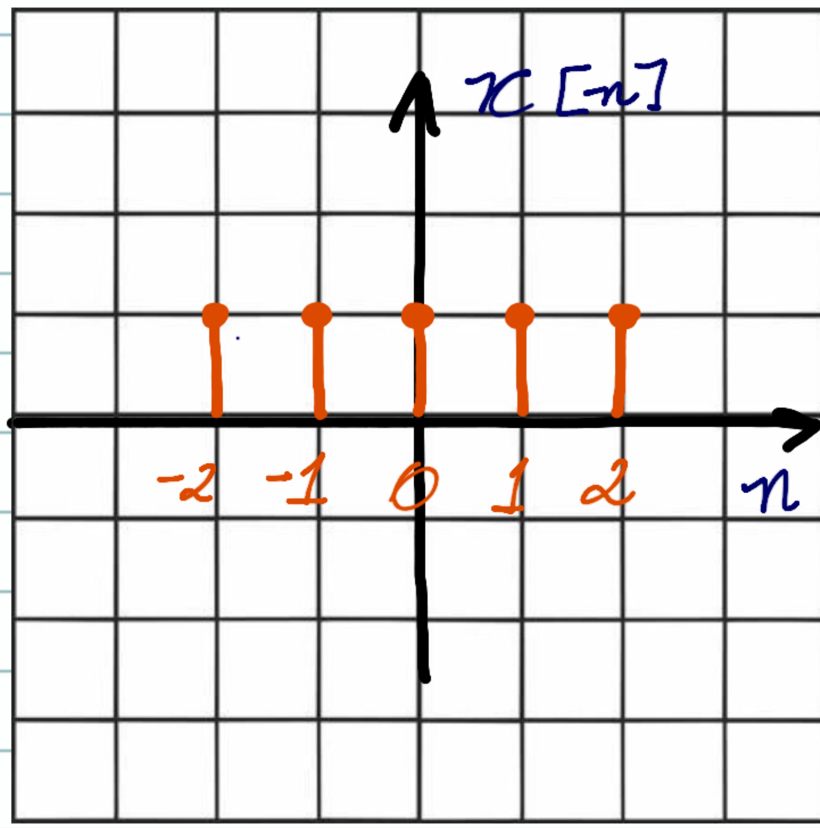
→ (VII): $y(t) = 0$, pois a interseção é nula.

Assim, podemos escrever $y(t)$ resumidamente como:

$$
g(t) = \begin{cases} 0 & , t < -4 \text{ e } t \geq 10 \\ e^{-|t|} - e^{-4} & , -4 \leq t < -2 \\ e^{-2} - e^{-4} & , -2 \leq t < 2 \\ e^{-t} - e^{-|t-6|} & , 2 \leq t < 4 \\ e^{-4} - e^{-2} & , 4 \leq t < 8 \\ e^{-4} - e^{-(t-6)} & , 8 \leq t < 10 \end{cases}
$$

Q 3.)

· Vamos representar graficamente $x[n]$:



· Abaixo temos vários gráficos que demonstram cada parte da convolução

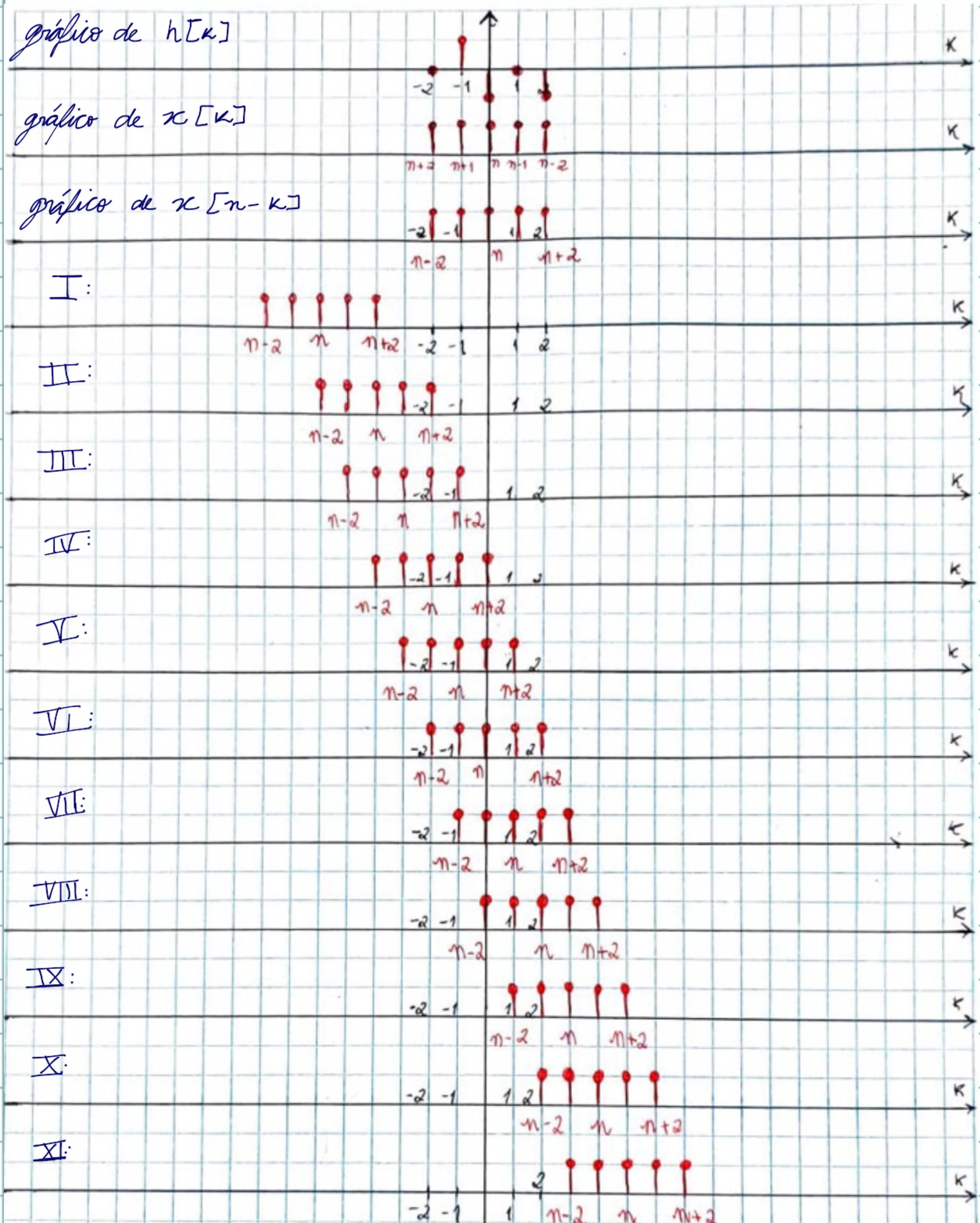


gráfico de h[k]
gráfico de x[k]
gráfico de x[n-k]
I:
II:
III:
IV:
V:
VI:
VII:
VIII:
IX:
X:
XI:
k
-2
-1
1
2
n+2
n+1
n
n-1
n-2

Vamos agora mostrar o resultado da convolução para cada gráfico e, assim, obteremos $y[n] = h[n] * x[n]$:

→ I: $n+2 < -2 \Rightarrow n < -4$

$y[n] = 0$, sem interseção não nula

→ II: $n+2 = -2 \Rightarrow n = -4$

$y[n] = 1 . 0 = 0$

→ III: $n+2 = -1 \Rightarrow n = -3$

$y[n] = 1 . 1 + 1 . 0 = 1$

→ IV: $n+2 = 0 \Rightarrow n = -2$

$y[n] = 1(-1) + 1.1 + 1.0 = -1 + 1 = 0$

→ V: $n+2 = 1 \Rightarrow n = -1$

$y[n] = 1.0 + 1.(-1) + 1.1 + 1.0 = -1 + 1 = 0$

→ VI: $n+2 = 2 \Rightarrow n = 0$

$y[n] = 1(-1) + 1.0 + 1.(-1) + 1.1 + 1.0 = -1 - 1 + 1 = -1$

→ VII: $n+2 = 3 \Rightarrow n = 1$

$y[n] = 1.(-1) + 1.0 + 1.(-1) + 1.1 = -1 - 1 + 1 = -1$

→ VIII: $n+2 = 4 \Rightarrow n = 2$

$y[n] = 1(-1) + 1.0 + 1.(-1) = -1 - 1 = -2$

→ IX: $n+2 = 5 \Rightarrow n = 3$

$y[n] = 1.(-1) + 1.0 = -1$

→ X: $n+2 = 6 \Rightarrow n = 4$

$y[n] = 1.(-1) = -1$

→ XI: $n+2 > 6 \Rightarrow n > 4$, $y[n] = 0$, sem interseção não nula

· A partir dos resultados obtidos, podemos plotar y[n] como: