

# EFC2

obs: todos os códigos para os gráficos deste EFC estão disponíveis no notebook entregue juntamente com este PDF.

(a)

A partir da teoria, sabemos que:

$$a_k = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cdot e^{-j \cdot k \cdot \omega_0 \cdot t} dt$$

onde  $x(t) = \frac{2}{T} \cdot t$  e  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ , então:

$$a_k = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \frac{2}{T} \cdot t \cdot e^{-j \cdot k \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot t} dt \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_k = \frac{2}{T^2} \cdot \int_{-T/2}^{T/2} t \cdot e^{-t j k 2\pi/T} dt$$

integrando por partes temos:

$$a_k = \frac{2}{T^2} \cdot \left[ \frac{t \cdot e^{-t j k 2\pi/T}}{-j k 2\pi/T} \right]_{-T/2}^{T/2} - \int_{-T/2}^{T/2} \frac{e^{-t j k 2\pi/T}}{-j k 2\pi/T} dt \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_k = \frac{e^{-j k \pi} + e^{j k \pi}}{-j k \pi} - \frac{e^{-j k \pi} + e^{j k \pi}}{2 k^2 \pi^2}$$

Pela fórmula de Euler, podemos representar senos e cossenos da seguinte maneira:

$$\cos(x) = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2} \quad \text{e} \quad \sin(x) = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j}$$

podemos, assim, substituir em  $a_k$ :

$$a_k = \frac{-\cos(k\pi)}{jk\pi} - \frac{j\sin(k\pi)}{2k^2\pi^2}$$

Com isso, temos resultados diferentes para  $k$  inteiro par e  $k$  inteiro ímpar:

→ primeiro, vejamos o que ocorre para  $k$  inteiro:

$$\sin(k\pi), \forall k \in \mathbb{Z} = 0 \Rightarrow a_k = \frac{j \cdot \cos(k\pi)}{k\pi}$$

→ então, para  $k$  inteiro par:

$$\cos(k\pi) = 1$$

→ e para  $k$  inteiro ímpar:

$$\cos(k\pi) = -1$$

$$\text{logo: } a_k = \frac{j(-1)^k}{k\pi}$$

Para terminar este item, vamos calcular  $a_k$  para  $k=0$ , logo vamos encontrar  $a_0$ :

$$\rightarrow a_0 = \frac{2}{T^2} \int_{-T/2}^{T/2} t \cdot \underbrace{e^{-tjk \cdot 2\pi/T}}_1 dt = \frac{2}{T^2} \int_{-T/2}^{T/2} t dt \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_0 = \frac{2}{T^2} \cdot \left( \frac{t^2}{2} \Big|_{-T/2}^{T/2} \right) = \frac{2}{T^2} \cdot \left[ \frac{(T/2)^2}{2} - \frac{(-T/2)^2}{2} \right] \Rightarrow$$

0

$$\Rightarrow \underline{\underline{a_0 = 0}}$$

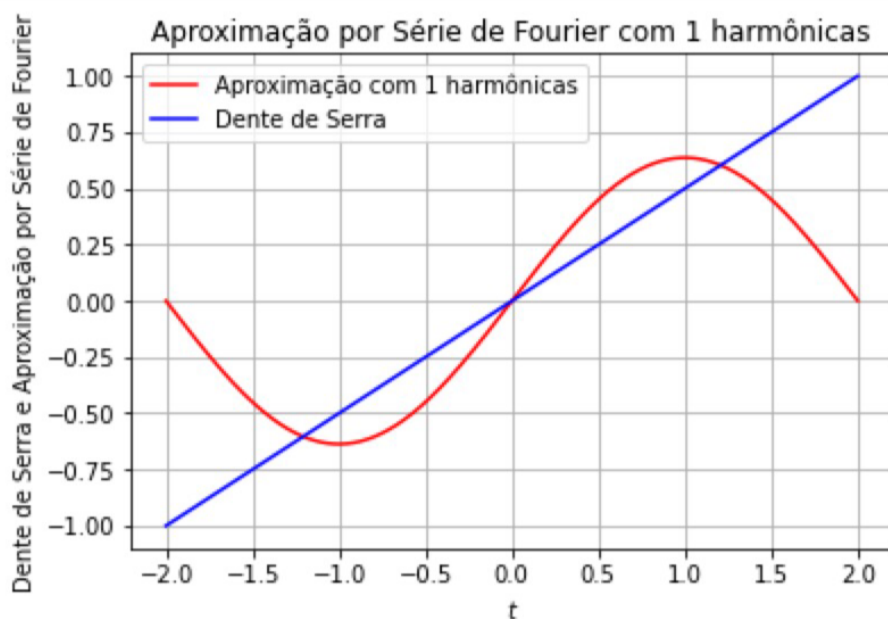
Resumindo temos:

$$a_k = \begin{cases} 0 & , k = 0 \\ \frac{j(-1)^k}{k\pi} & , k \neq 0 \end{cases}$$

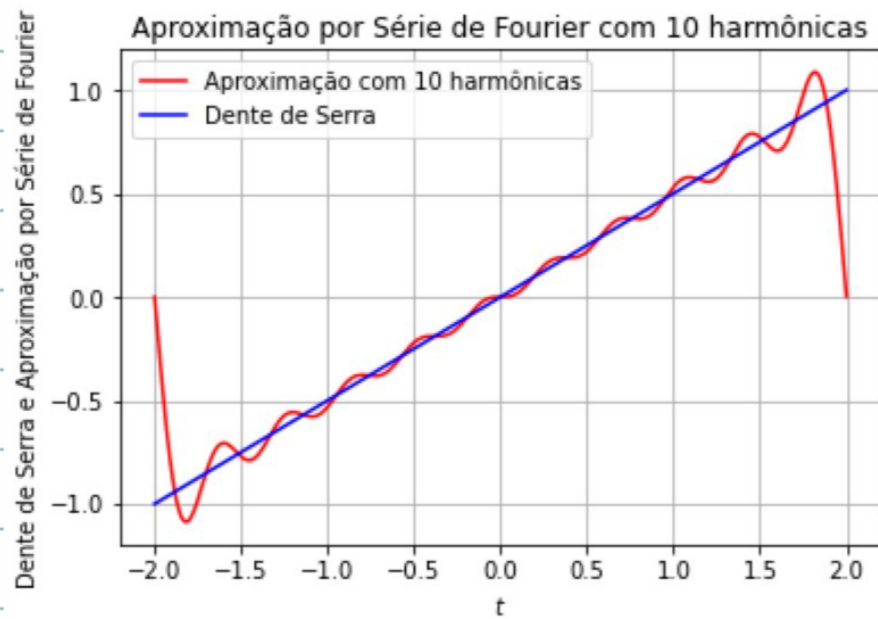


(b) Os gráficos obtidos nesta parte foram:

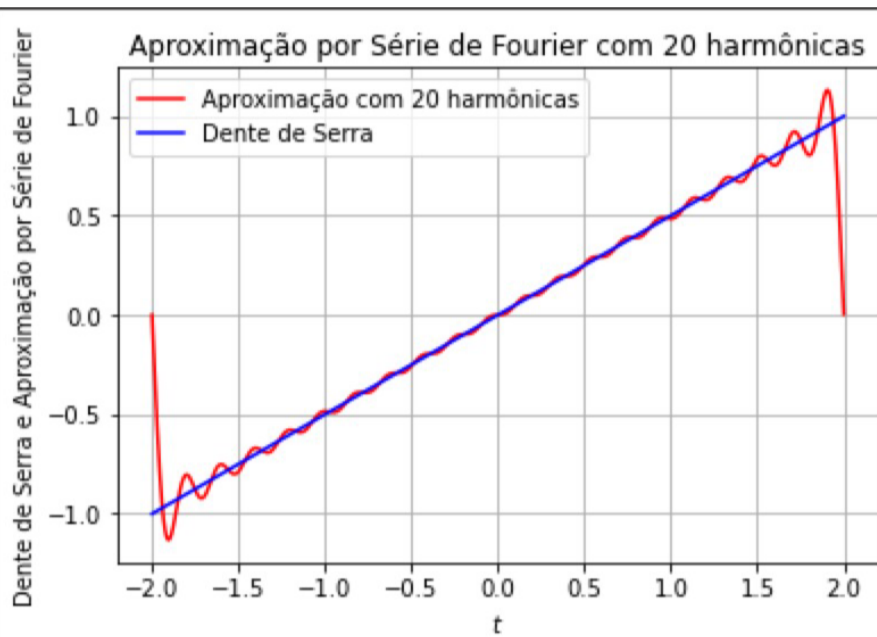
→ para  $N=1$ :



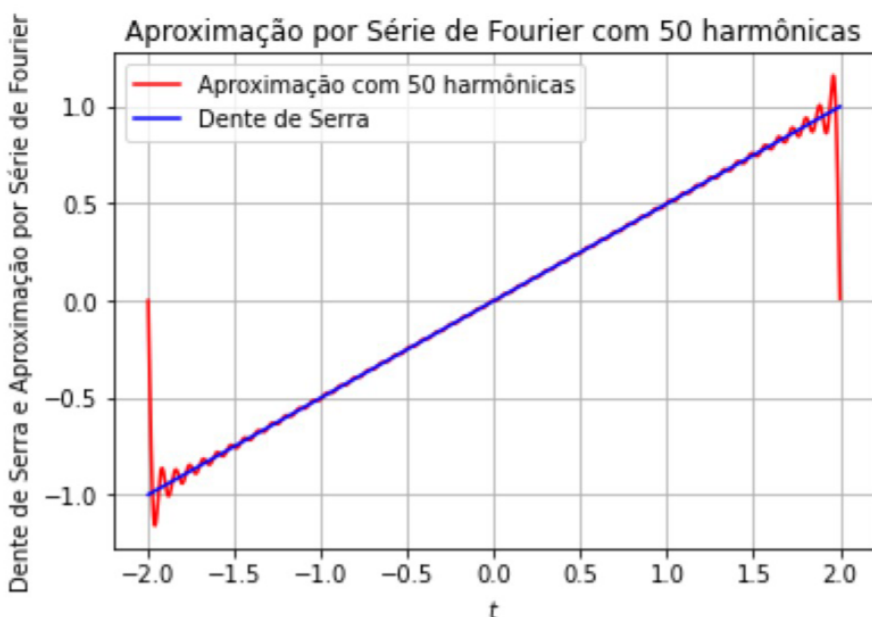
→ para  $N=10$ :



→ para  $N=20$ :



→ para  $N = 50$ :



### Discussão

→ Observamos que conforme aumenta-se o número das harmônicas, a aproximação por série de Fourier se torna cada vez mais parecida com a função Dente de Serra.

→ Outro fator importante nesta análise é o Fenômeno de Gibbs, dado em razão da dificuldade de aproximar funções descontínuas a finitas séries de ondas senos e cossenos, fazendo com que as descontinuidades apresentem essas oscilações observadas nos gráficos.

(c). Os erros encontrados para cada harmônica foram

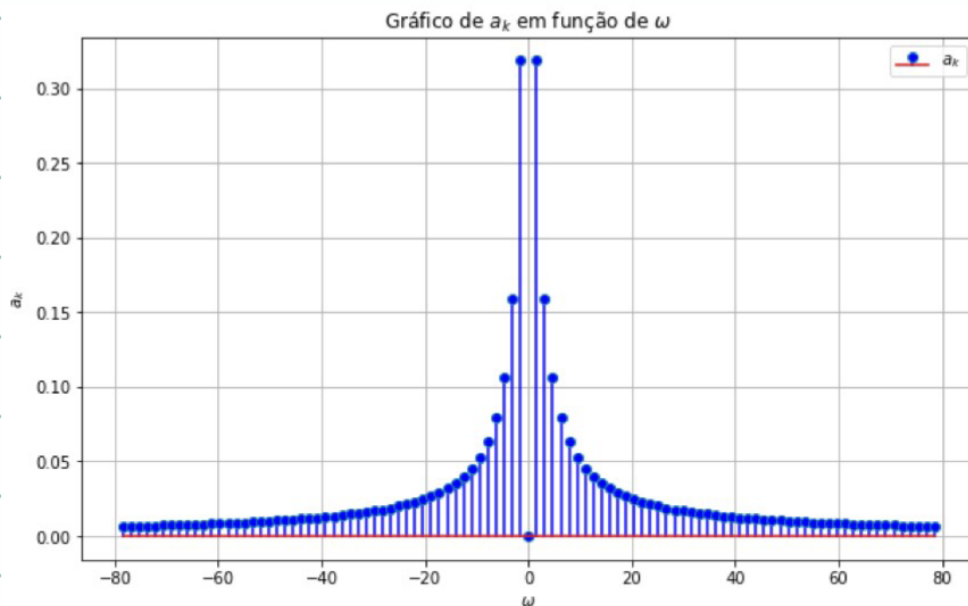
HARMÔNICA	ERRO (APROX)
$N=1$	0,03267
$N=10$	0,00482

$N=20$	0,00247
$N=50$	0,00100

### Discussão

→ a partir dos valores dos erros encontrados, podemos concluir que, conforme se aumenta o número de harmônicas, menor o erro fica.

### (d). Plot do gráfico



### Discussão

→ a partir do gráfico plotado, podemos observar uma simetria em relação ao eixo vertical:  $a_k[-\omega] = a_k[\omega]$ . Tal ocorrência se deve ao fato de que a função que os coeficientes  $a_k$  descrevem é par, portanto,  $x(t)$  também é uma função par.

(e) Gráfico do módulo:  $|H|$

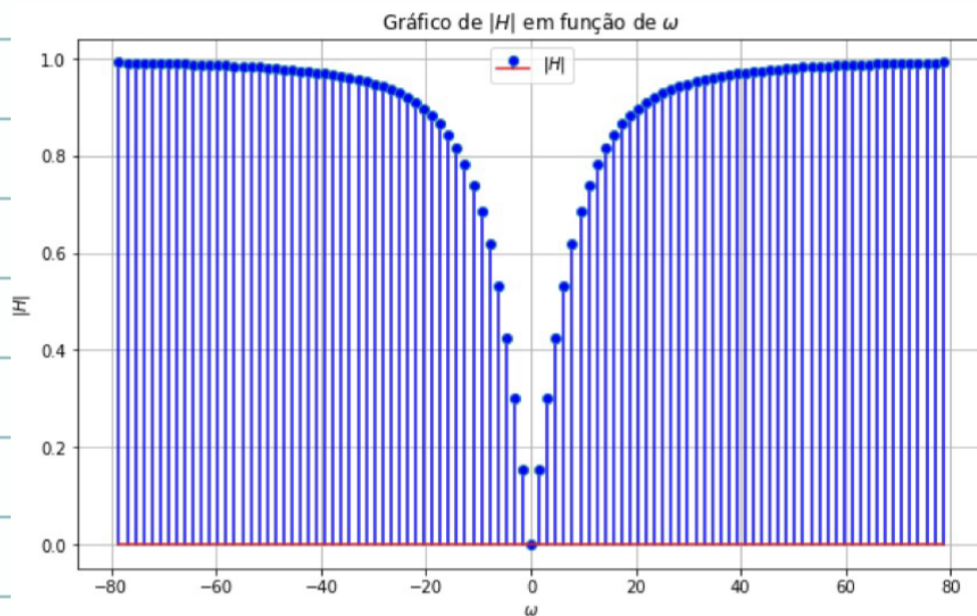
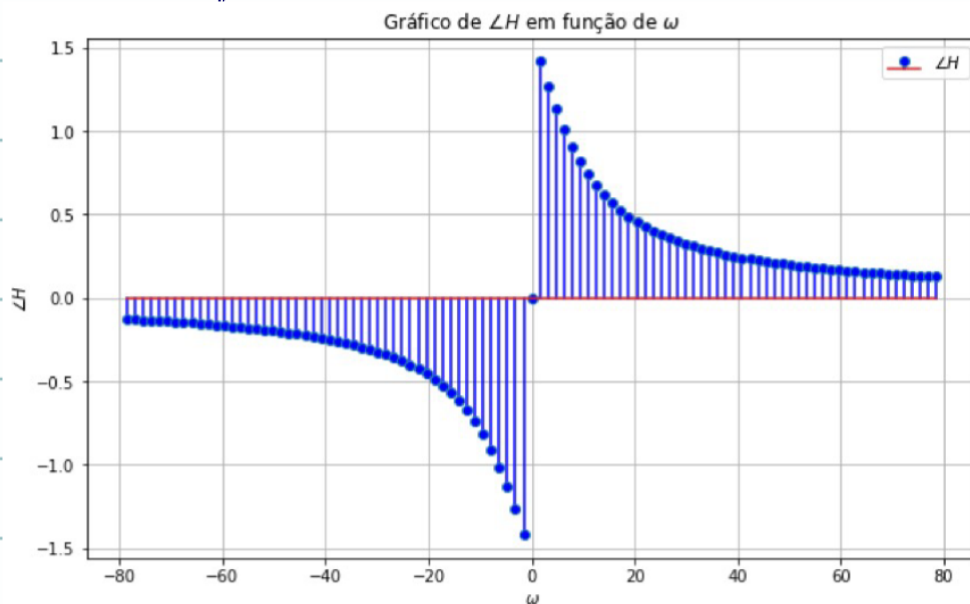


Gráfico da fase:  $\angle H$

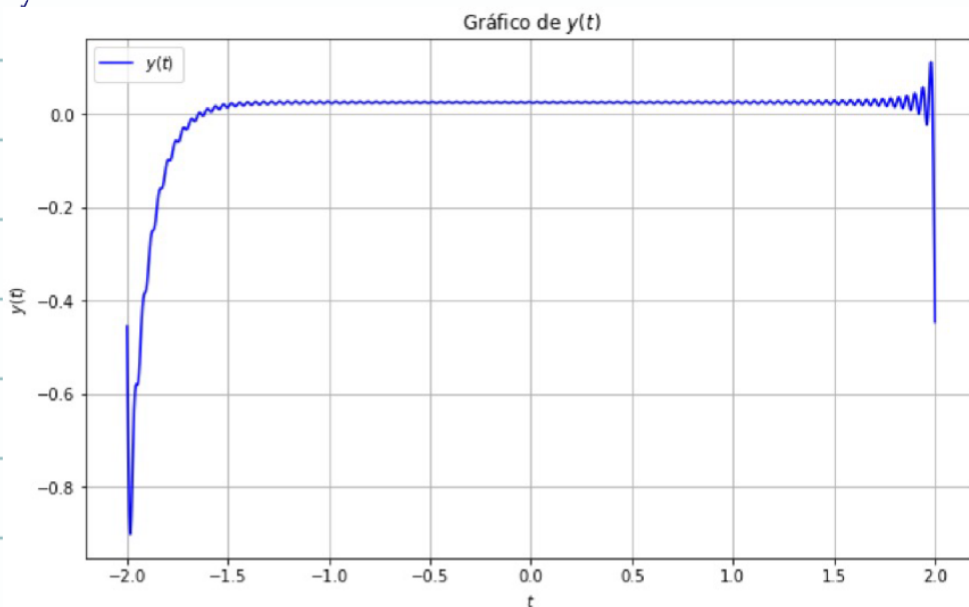


Discussão

→ Observamos, através do circuito e dos gráficos, que temos um filtro passa alta, onde frequências maiores que a de corte, neste caso definida por  $\omega = \frac{1}{R \cdot C} = \frac{1}{10^5 \cdot 10^{-6}} = \frac{1}{10^{-1}} = 10$ , "passam".



(f). Gráfico obtido:



### Discussão

→ como dito na letra (e), o filtro é do tipo passa alta, então apenas frequências altas poderão passar e, portanto, as formas de onda que são correspondentes aos primeiros coeficientes da série de Fourier não passam, isto é, são eliminadas.

→ vale ressaltar também que em ambos os extremos de  $y(t)$  há uma grande oscilação, tal fato se deve à descontinuidade da função Dente de Serra.

### (g). Discussão

→ na representação da série de Fourier, observa-se que há mais descontinuidades do que comparado à resposta do circuito da Figura 2 ao sinal Dente de Serra da Figura 1. Também é possível observar variações menores (ou até nenhuma)



nas extremidades.

→ As variações que aparecem na Série de Fourier são explicadas pelo Fenômeno de Gibbs, que ocorre nas descontinuidades, já mencionado acima. 