TESTE 4

a1.) • $x(t)$ limitado em banda a $f_x = 18\,KHz = 18000\,Hz$

• $y(t)$ limitado em banda a $f_y = 21\,KHz = 21000\,Hz$

a) $z(t) = x(t) \cdot \cos(2\pi \cdot f_x \cdot t)$

→ primeiramente, vamos calcular a taxa de Nyquist para $x(t)$:

$$N_x = 2 \cdot f_x = 2 \cdot 18 \cdot 10^3 = 36\,KHz$$

→ da fórmula do cosseno temos:

$$\cos(\underbrace{2\pi \cdot f_x}_{\omega} \cdot t)$$

$$\omega \Rightarrow \omega = 2\pi \cdot f_x = 2\pi \cdot 18 \cdot 10^3 = 36 \cdot \pi \cdot 10^3$$

como a frequência é dada por $\omega / 2\pi$, podemos fazer:

$$freq = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{36 \cdot \pi \cdot 10^3}{2\pi} = 18 \cdot 10^3 = 18\,KHz = f_x$$

assim, a taxa de Nyquist para o cosseno é dada por:

$$N_{cos} = 2\,f_x = 36\,KHz$$

→ agora vamos encontrar a taxa de Nyquist para $z(t)$

como temos uma multiplicação entre $x(t)$ e o cosseno, o resultado se dá pela soma, assim:

$$N_z = N_x + N_{cos} = 36 \cdot 10^3 + 36 \cdot 10^3 = 72 \cdot 10^3 = 72\,KHz$$

em radianos: $2\pi \cdot 72 \cdot 10^3 = 144\pi\,K \cdot rad/s$

b) $z(t) = x(t) + y(t)$

→ vamos passar para o domínio da frequência:

$$Z(j\omega) = X(j\omega) + Y(j\omega)$$

sabemos que para sinais periódicos, a frequência resultante de $z(t)$ será a maior entre a soma. Do enunciado, $f_y > f_x$, então a taxa de Nyquist de $y(t)$ é a de $z(t)$:

$$N_z = N_y = 2 \cdot f_y = 2 \cdot 21 \cdot 10^3 \Rightarrow N_z = 42\,KHz$$

tilibra

em radianos: $2\pi \cdot 42 \cdot 10^3 = 84\pi$ Krad/s

c) $z(t) = x(t) \cdot y(t)$

→ primeiramente, vamos calcular a taxa de Nyquist para $x(t)$:

$$N_x = 2 \cdot f_x = 36 \text{ KHz}$$

→ agora, vamos calcular a taxa de Nyquist para $y(t)$:

$$N_y = 2 \cdot f_y = 42 \text{ KHz}$$

→ assim como no item a), podemos calcular a taxa de Nyquist pela soma, então:

$$N_z = N_x + N_y = 36 \cdot 10^3 + 42 \cdot 10^3 = 78 \cdot 10^3 = 78 \text{ KHz}$$

em radianos: $2\pi \cdot 78 \cdot 10^3 = 156\pi$ Krad/s

— " — " — " — " — " — " — " —

Q.2) $x(t)$ $\qquad \omega_1 = 2\pi \cdot 4200$ rad/s e $\omega_2 = 2\pi \cdot 7200$ rad/s

↳ $W = 2\pi \cdot 22200$ rad/s (ou 22,2 KHz) → limitado à isso

↳ faixa de frequências que retém: $\omega_1 < |\omega| < \omega_2$, $\omega_2 < W$

Determine a menor taxa de amostragem.

→ primeiramente, vamos calcular a taxa de Nyquist para $x(t)$:

$$N_x = 2 \cdot f_x = 2 \cdot 22,2 \cdot 10^3 = 44,4 \text{ KHz}$$

em radianos: $2\pi \cdot 44,4 \cdot 10^3 = 88,8 \cdot \pi$ Krad/s

isto é a menor taxa de amostragem possível.

— " —

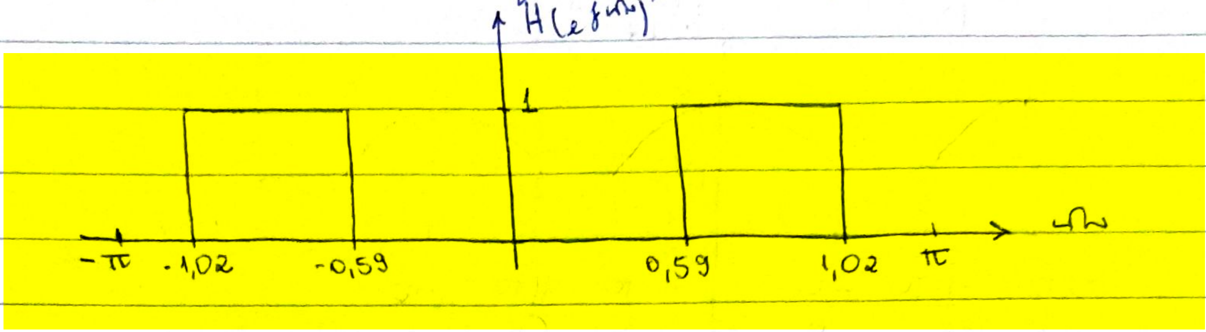
Determine a resposta em frequência do filtro

→ sabemos que $\Omega = \omega \cdot T_s = \omega \cdot 1/f_s$, então para $\omega_1 = 2\pi \cdot 4200$ rad/s e $\omega_2 = 2\pi \cdot 7200$ rad/s fornecidos no enunciado, temos:

→ $\Omega_1 = 2\pi \cdot 4200 \cdot \dfrac{1}{44,4 \cdot 10^3} \Rightarrow \Omega_1 \cong 0,59$ rad

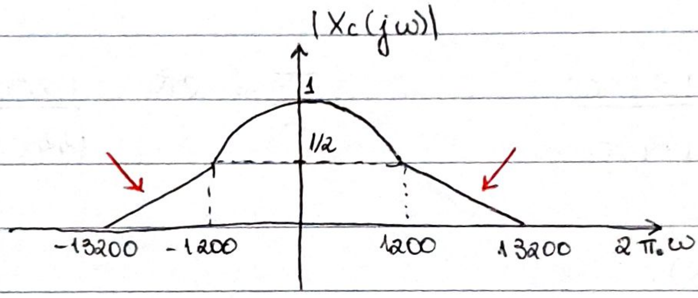
→ $\Omega_2 = 2\pi \cdot 7200 \cdot \frac{1}{44{,}4 \cdot 10^3} \Rightarrow \Omega_2 \cong 1{,}02 \text{ rad}$

→ disso, ficamos com o seguinte gráfico para $H(e^{j\Omega})$



3.)

$f_s = 14{,}4$ KHz



→ passando a taxa de amostragem para radianos:

$\omega_s = 2\pi \cdot f_s = 2\pi \cdot 14{,}4 \cdot 10^3 = 2\pi \cdot 14400$ rad/s

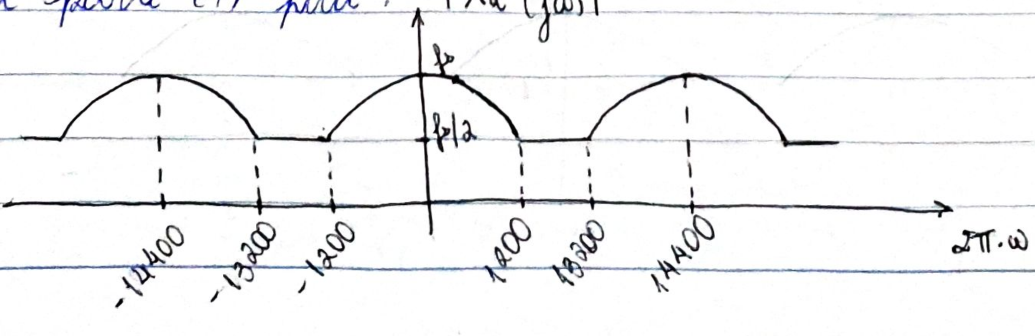
→ vamos checar se ocorre aliasing:

$2\pi \cdot 14400 - 2\pi \cdot 13200 = 2\pi(14400 - 13200) \Rightarrow$

$\Rightarrow 2\pi \cdot 1200$, logo ocorre aliasing

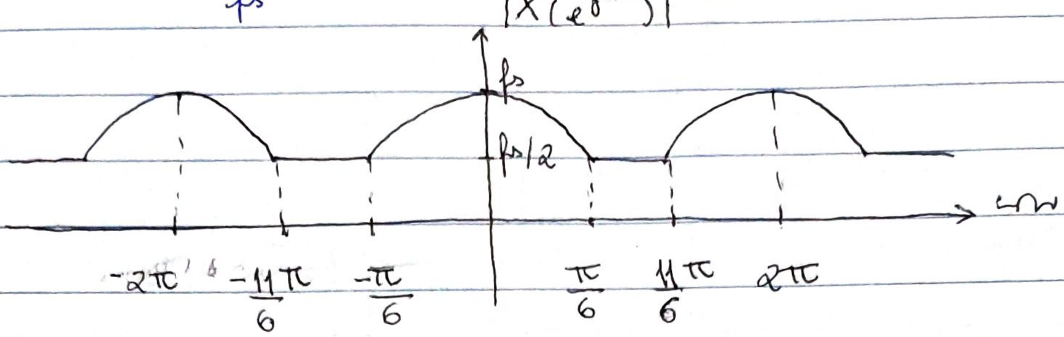
→ gráfico da parte (1):

as retas do gráfico da figura 4 (indicadas pela reta vermelha) que está representado acima são simétricas em relação ao eixo y. Assim, a soma delas resultará em uma reta constante em $y = 1/2$. Então, o gráfico da parte (1) fica:



→ gráfico da parte (2):

nesta parte, ocorre uma mudança de eixo para Ω, onde $\Omega = \omega . T_s = \omega . \frac{1}{f_s}$. Então nosso gráfico fica:

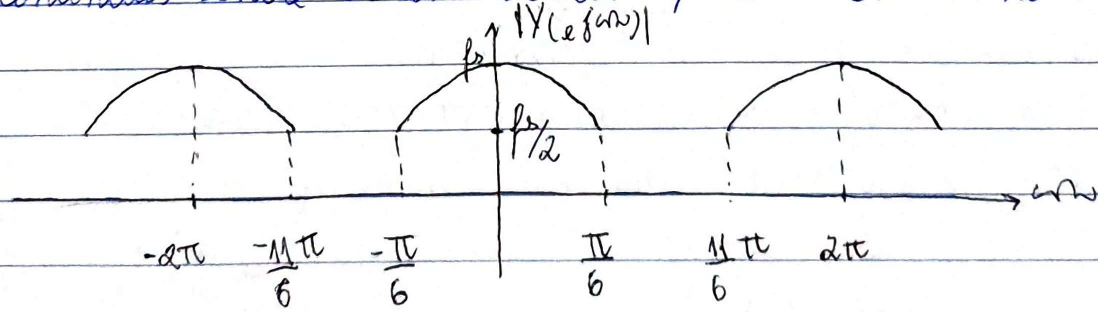


onde:

$$\frac{11\pi}{6} = 2\pi . \frac{13200}{14400} \quad e \quad \frac{\pi}{6} = 2\pi . \frac{1200}{14400}$$

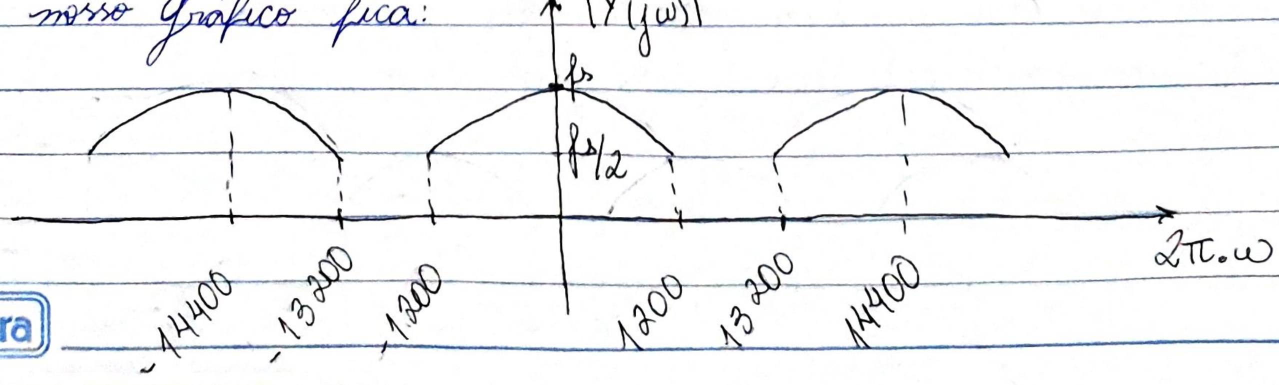
→ gráfico da parte (3):

nesta parte, ocorre a aplicação do filtro passa baixas, onde o corte ocorre em $\Omega = \pi/6$, assim o sinal não terá mais as retas contínuas entre os arcos de circunferência. Então nosso gráfico fica:



→ gráfico da parte (4):

nesta parte, retornamos do eixo Ω para ω, onde $\omega = \Omega / T_s$. Então nosso Gráfico fica:



→ gráfico da parte (5):

nesta parte, ocorre a aplicação do filtro passa baixas, onde as replicas são eliminadas e ficamos apenas com o arco de circunferência centrado na origem. Além disso, o filtro limita a amplitude em 1. Então nosso gráfico fica: