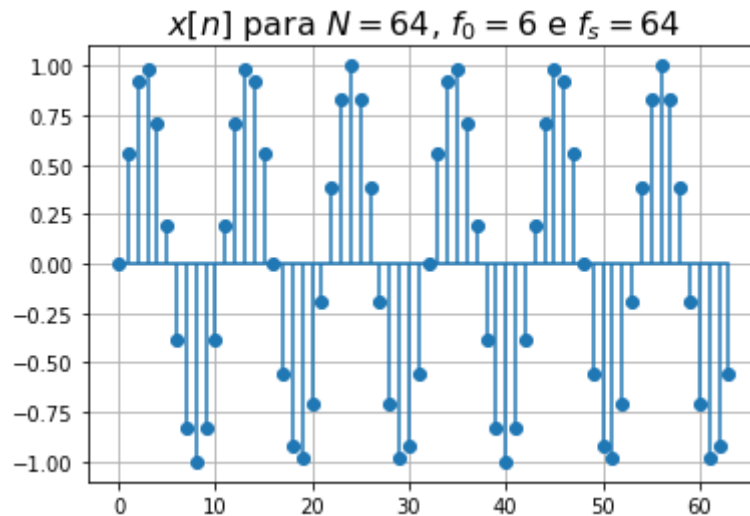


## EFC 5 - Parte Teórica

(a)

- Gráfico:



- Discussão item (a):

A partir do comando `stem()` podemos observar que a sequência gerada possui o formato de uma senóide, assim como descrito pela equação no enunciado deste item.

(b)

↪ Cálculo da Transformada

sabemos que  $\omega_0 = 2\pi \cdot f_0$  e podemos definir  $w_N[n]$  como:

$$(I) \quad w_N[n] = u[n] - u[n-N]$$

podemos reescrever o seno como:

$$(II) \quad \sin\left(\frac{2\pi \cdot f_0 \cdot n}{f_s}\right) = \sin\left(\frac{\omega_0 \cdot n}{f_s}\right) = \frac{\exp(jn \cdot \omega_0 / f_s) - \exp(-jn \cdot \omega_0 / f_s)}{2j}$$

então, vamos calcular a transformada de (I), aqui vamos chamá-la de  $X_I(e^{j\omega})$ :

$$X_I(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{N-1} e^{-j\omega n} = \frac{1 - e^{-j\omega N}}{1 - e^{-j\omega}}$$

agora, vamos calcular a transformada de (II) e vamos chamá-la de  $X_{II}(e^{j\omega})$ :

$$X_{II}(e^{j\omega}) = \frac{1}{2j} \left[ \mathcal{F}\left(e^{jn \frac{\omega_0}{f_s}}\right) - \mathcal{F}\left(e^{-jn \frac{\omega_0}{f_s}}\right) \right] = \frac{\pi}{f} \left[ \delta\left(\omega - \frac{\omega_0}{f_s}\right) - \delta\left(\omega + \frac{\omega_0}{f_s}\right) \right]$$

como  $x[n]$  é definido pela multiplicação entre (I) e (II), então, no domínio da frequência teremos uma convolução das transformadas  $X_I(e^{j\omega_n})$  e  $X_{II}(e^{j\omega_n})$  já calculadas:

$$X(e^{j\omega_n}) = \frac{1}{2\pi} [X_{II}(e^{j\omega_n}) * X_I(e^{j\omega_n})] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow X(e^{j\omega_n}) = \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{j}{\pi} \left( e^{-j(\omega_n - \omega_0/f_0)(N-1)/2} \cdot \frac{\sin(\omega_n - \omega_0/f_0) N/2}{\sin(\omega_n - \omega_0/f_0)} - \right. \right.$$

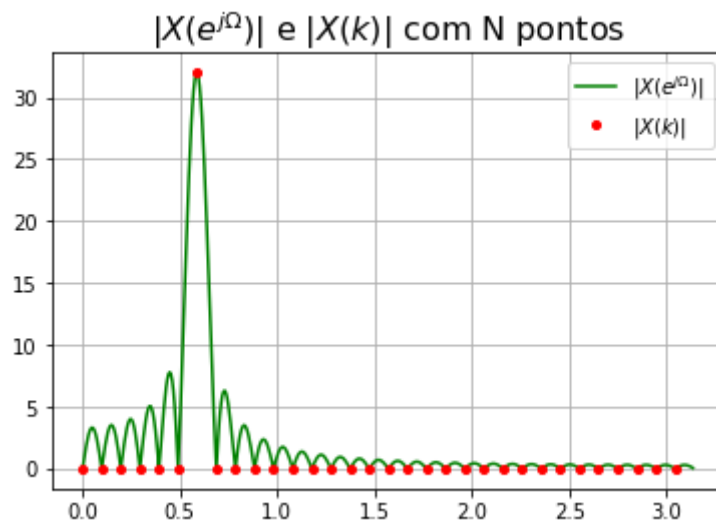
$$\left. - e^{j(\omega_n + \omega_0/f_0)(N-1)/2} \cdot \frac{\sin(\omega_n + \omega_0/f_0) N/2}{\sin(\omega_n + \omega_0/f_0)} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow X(e^{j\omega_n}) = \frac{j}{2} \left[ e^{j(\omega_n + \omega_0/f_0)(N-1)/2} \cdot \frac{\sin(\omega_n + \omega_0/f_0) N/2}{\sin(\omega_n + \omega_0/f_0)} - \right.$$

$$\left. - e^{-j(\omega_n - \omega_0/f_0)(N-1)/2} \cdot \frac{\sin(\omega_n - \omega_0/f_0) N/2}{\sin(\omega_n - \omega_0/f_0)} \right]$$

(c)

- Gráfico:



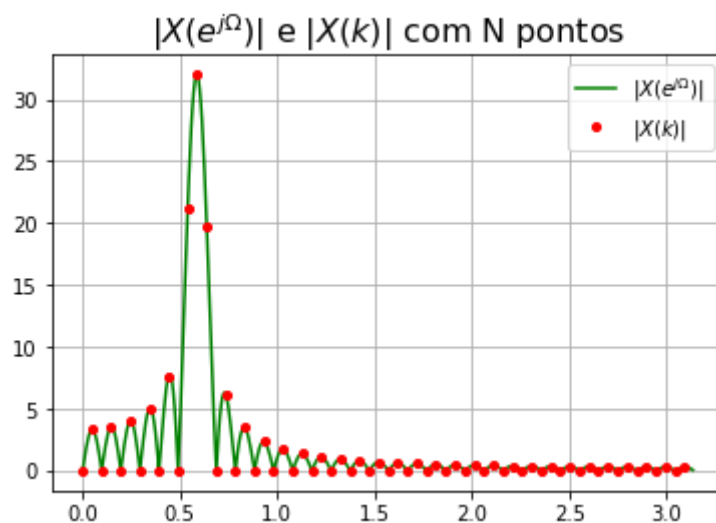
- Discussão item (c):

No gráfico podemos observar que os valores da DFT representados em vermelho são, com exceção de um único pico em aproximadamente  $\Omega = 0.6$ , iguais a zero. Temos, também, em verde, o espectro em frequência do módulo da transformada formado por senóides com um pico também em aproximadamente  $\Omega = 0.6$ .

O valor de pico observado próximo a  $\Omega = 0.6$  se dá quando  $\Omega = \omega_0$ . Os pontos vermelhos zerados são justificados por  $f_0$  e  $f_s$ , com base na equação apresentada em (b), serem inteiros e, na amostragem, os senos serão múltiplos pares de  $\pi$ , por isso serão zerados.

(d)

- Gráfico:

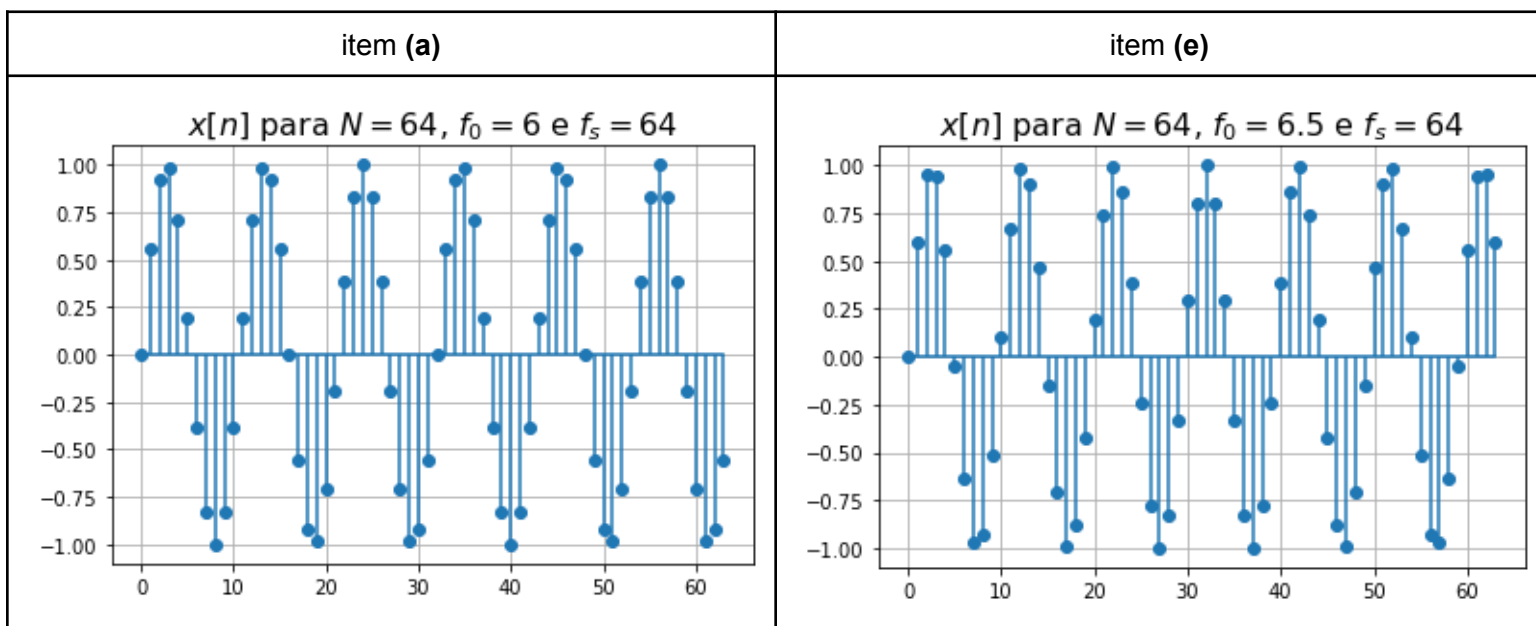


- Discussão item (d):

Temos em verde o espectro em frequência do módulo da transformada formado por senóides com um pico em aproximadamente  $\Omega = 0.6$ , assim como dito anteriormente. No entanto, observamos que os pontos em vermelho aumentaram de quantidade quando feito a mesma comparação, desta vez é possível notar mais pontos iguais a zero e também diferentes de zero nos picos das senóides; isso ocorre porque dobramos o N inserido.

(e)

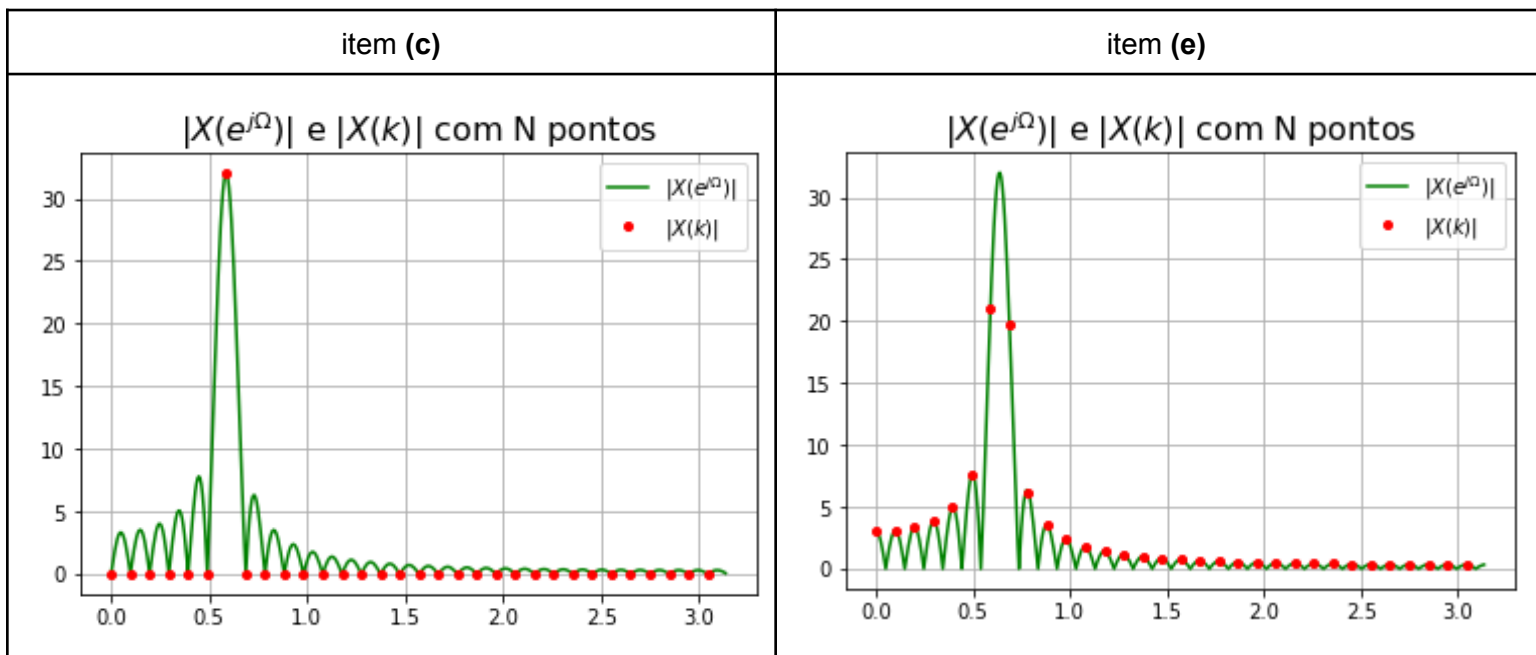
- Gráficos da comparação com o item (a):



- Discussão da comparação com o item (a):

No item (a) observamos seis períodos completos, agora observamos que, além de seis períodos inteiros, temos uma certa parcela do próximo. Isso ocorreu porque a frequência fundamental aumentou do item (a) para este.

- Gráficos da comparação com o item (c):



- Discussão da comparação com o item **(c)**:

Observamos pela comparação que os pontos vermelhos deixaram de ter o valor zero, isso ocorre porque  $f_0$  e  $f_s$  não são mais múltiplos pares de  $\pi$ . O fenômeno observado no gráfico deste item é conhecido como vazamento de frequências.

