ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ И УПРАВЛЕНИЕ ПО ПРОГНОЗИРУЮЩЕЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ЗАДАЧИ РОСТА ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПОСЛЕДОВАТЕЛЯ

Готовец Мария Алексеевна

Цели работы

Задача оптимального роста технологического последователя

$$J(x,u) = \int_0^{\infty} e^{-\rho t}[\kappa ln x(t) + ln(b - u(t))]dt \to \max,$$

$$\dot{x}(t) = u(t)(x(t) + \gamma y(t)),$$

$$x(0) = x_0,$$

$$\dot{y}(t) = \nu y(t),$$

$$y(0) = y_0,\ u(t) \in [0, b - \varepsilon],$$

где b, γ, ρ, ν, κ — положительные параметры, $\gamma < 1$; x_0 и y_0 — положительные начальные состояния.

Редуцированная задача

$$z(t) = \frac{x(t)}{y(t)}, \; t \geq 0, \; z_0 = \frac{x_0}{y_0}.$$

$$I(z,u) = \int_0^{\infty} e^{-\rho t}[\kappa \ln z(t) + \ln(b - u(t))]dt \to \max,$$

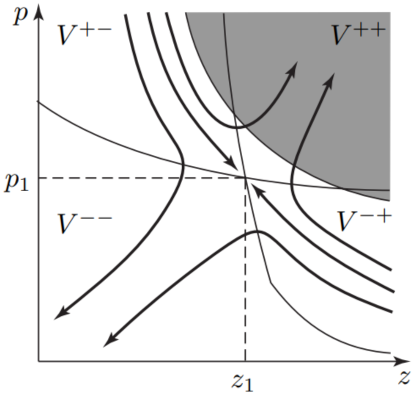
$$\dot{z}(t) = u(t)(z(t) + \gamma) - \nu z(t), \; z(0) = z_0,$$

$$u(t) \in [0, b - \varepsilon], \; t \geq 0.$$

Решение редуцированной задачи

МОУ: кафедра методов оптимального управления

Фазовые траектории решений гамильтоновой системы в неособых невырожденных случаях. $p(t) = e^{\rho t}\psi(t)$ - сопряженная переменная.



Прогнозирующая задача оптимального управления

$$\mathcal{P}(t, x_t, T) = \int_t^{t+T} L(x(s), u(s), s) ds + W(t+T, x(t+T)),$$

$$\dot{x}(s) = f(x(s), u(s), s), \; x(t) = x_t,$$

$$u(s) \in U(s), \; s \in [t, t+T],$$

$$x(t+T) \in S,$$

Алгоритм MPC

1. Измерить текущего состояния объекта x_{t_i}.
2. Вычисляется оптимального (программного) управления $u^0(t)$, $t \in [t_i, t_i + T]$, — задачи $\mathcal{P}(t_i, x_{t_i}, T)$.
3. Управление $u^*(t) := u^0(t)$ при $t \in [t_i, t_i + \delta]$ подается на вход объекта управления.
4. Процедура повторяется для следующего момента t_{i+1}.

Подход 1: Прогнозирующая задача для неограниченного EMPC

$$
\begin{gathered}
I_1(z,u) = \int_{\tau}^{\tau+T} e^{-\rho t}[\kappa \ln z(t) + \ln(b - u(t))]dt \to \max, \\
\dot{z}(t) = u(t)(z(t)+\gamma) - \nu z(t), \\
z(\tau) = \frac{x(\tau)}{y(\tau)}, \\
u(t) \in [0, b-\varepsilon],\ t \in [\tau, \tau+T].
\end{gathered}
\tag{1}
$$

Подход 2: с терминальным ограничением

$$
\begin{gathered}
I_2(z,u) = \int_t^{t+T} e^{-\rho t}[\kappa \ln z(t) + \ln(b - u(t))]dt \to \max, \\
\dot{z}(t) = u(t)(z(t)+\gamma) - \nu z(t), \\
z(\tau) = \frac{x(\tau)}{y(\tau)},\ z(\tau+T) = z_1, \\
u(t) \in [0, b-\varepsilon],\ t \in [\tau, \tau+T],
\end{gathered}
\tag{2}
$$

Подход 3: с терминальной стоимостью

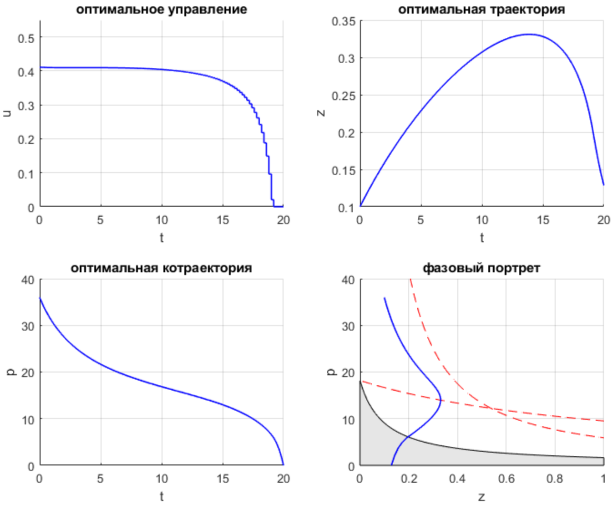
$$I_3(z,u) = \alpha e^{-\rho(\tau+T)} z(\tau+T) + \int_t^{t+T} e^{-\rho t}[\kappa \ln z(t) + \ln(b - u(t))]dt \to \max,$$

$$\dot{z}(t) = u(t)(z(t)+\gamma) - \nu z(t), \tag{3}$$

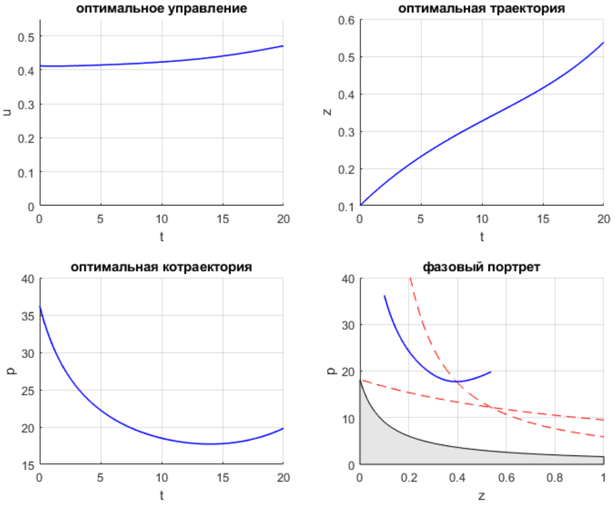
$$z(\tau) = \frac{x(\tau)}{y(\tau)},$$

$$u(t) \in [0, b-\varepsilon],\ t \in [\tau, \tau+T],$$

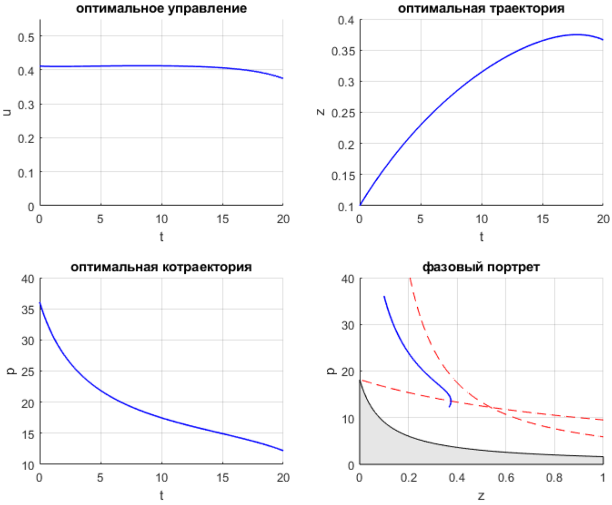
Подход 1: Прогнозирующая задача для неограниченного EMPC



Подход 2: с терминальным ограничением



Подход 3: с терминальной стоимостью



Сводный график

Рис.: Подход 1

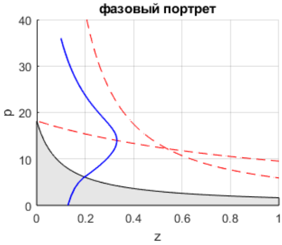


Рис.: Подход 2

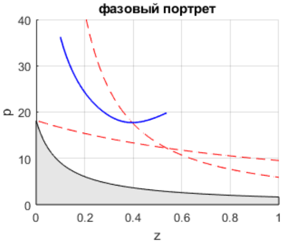
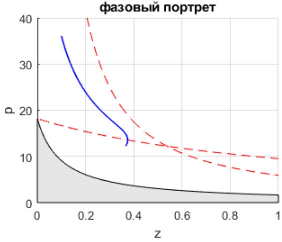


Рис.: Подход 3



Подход 1: Неограниченный EMPC

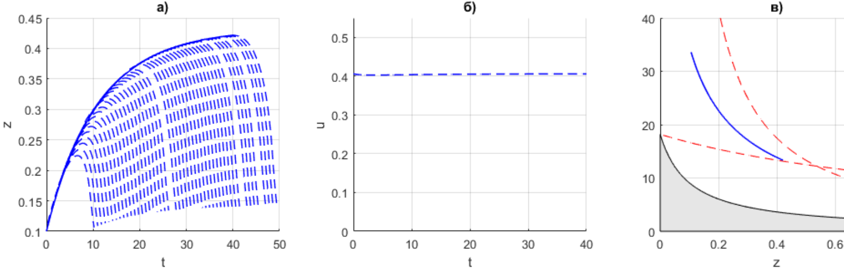


Рис.: Результаты EMPC с прогнозирующей задачей (1)

Подход 2: EMPC с ограничениями-равенс

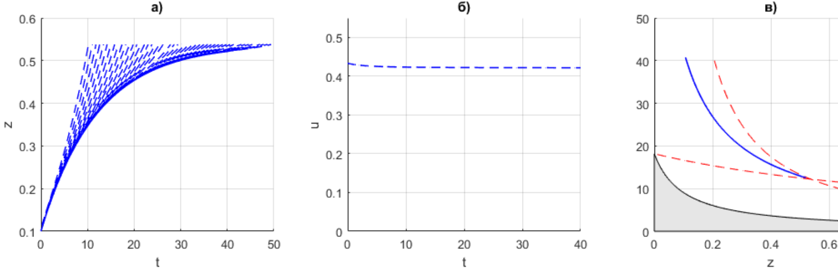


Рис.: Результаты EMPC с прогнозирующей задачей (1)

Подход 3: EMPC с терминальной стоимос

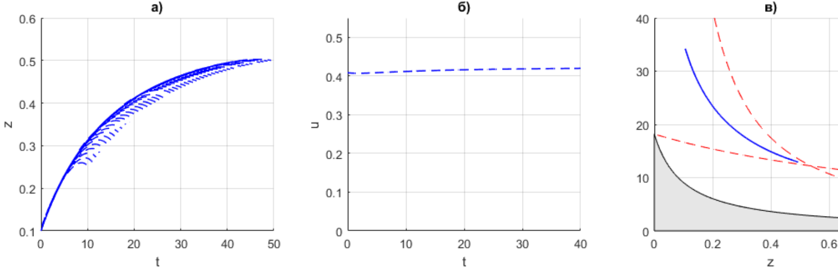


Рис.: Результаты EMPC с прогнозирующей задачей (1)

Выводы

Преимущества EMPC с терминальной стоимостью

- Простой вариант выбора терминальной стоимости;
- Задача оптимального управления проще с точки зрения численного решения;
- Задача проще с вычислительной точки зрения;
- Имеет решение при любом горизонте T.

Спасибо за внимание!