

Търсене

Задача 1: Имаме n реални положителни числа - оценки на n спортисти по някаква скала.

Да се напише алгоритъм, който разделя играчите на два отбора с равен брой състезатели и с най-голяма разлика в силите. Сили на отбор наричаме сбора от оценките на неговите състезатели.

Решение:

n -четно, иначе задачата няма решение.

Първи начин:

С пълно изчерпване:

Броят на всички разбивания на множество от n спортисти на две равномоощни множества е равен на $\frac{1}{2} \binom{n}{n/2} = \frac{n!}{2^{(n/2)} \cdot (n/2)!}$

За всяко разбиване е нужно време $\Theta(n)$ за събирането на оценките на играчите.

Следователно сложността на алгоритъма, работещ чрез пълно изчерпване, е:

$$n \cdot \frac{n!}{2^{(n/2)} \cdot (n/2)!} \asymp \boxed{2^n \sqrt{n!}} \quad \times$$

Втори начин:

Със сортиране:

Сортираме за време $\Theta(n \log n)$ с бърз сортиращ алгоритъм, например с пирамидално сортиране.

Първата половина на масива е слабият отбор, втората - силният.

Следователно сложността на алгоритъма, работещ чрез сортиране, е $\boxed{\Theta(n \log n)}$

Трети начин:

Намигаме медианата с алгоритъма PISC за време $\Theta(n)$.
Разделяме играчите на силни и слаби спрямо намерената медиана.

Сложността на алгоритъма е $\Theta(n)$ при всякакви входни данни.

Тя е оптимална заради тривиалната долна граница по размера на входа, тоей този алгоритъм е най-бърз по порядък. ✓

Задача 2: Даден е масив $A[1..n]$ от цели положителни числа - цени на коледни сувенири. Дадено е също така едно положително число K - парична сума, с която разполагаме. Искаме да зарадваме колкото може повече от близките си хора, като им купим коледни подаръци. Да се състави бърз алгоритъм за закупуване на възможно най-много сувенири.

Пример:

Souvenirs = [39, 4, 6, 1, 2, 66, 33]

$K = 40$

Отговор: 4

(4, 6, 1, 2)

(4, 1, 2, 33)

Решение \rightarrow Task02.cpp

Сложност:

$$T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + \Theta(n), \quad k = \log_2 1 = 0$$

$$n \geq n^{0+\varepsilon} \text{ за } \varepsilon > 0$$

$$af\left(\frac{n}{b}\right) \stackrel{?}{\leq} c \cdot f(n) \text{ за } 0 < c < 1 \text{ (условие за регулярност)}$$

$$1. f\left(\frac{n}{2}\right) \stackrel{?}{\leq} c \cdot f(n)$$

$$\frac{n}{2} \stackrel{?}{\leq} c \cdot n$$

Вярно за $c=1$ и $n_0=1$.

$$\text{Следователно } T(n) = \Theta(f(n)) = \boxed{\Theta(n)}$$

Задача 3: Имаме n аукционери и числов масив $A[1..n]$, където $A[k] =$ броят акции, притежавани от k -тия аукционер.

Да се състави бърз алгоритъм за закупуване на контролен пакет акции (т.е. повече от половината) чрез преговори с възможно най-малко аукционери.

Решение \rightarrow Task03.cpp

Сложност - $\boxed{\Theta(n)}$

Домашно: задачи 1 и 2 от контролното на 14.12.19г.

Задача 4: Кино излъчва прожекцията на даден филм.
Даден е масив с петабди за киното, ако филмът се
излъчва през i -тия ден.

Киното започва излъчването на филма i -тия ден и
го спира j -тия ден.

Меню i -тия и j -тия ден прожекцията се излъчва всички
дни.

Предложете бърз алгоритъм, който ни връща максималната
възможна петабда на киното.