

Кусочек итоговорого отчета

Каглинская Мария, БПМИ141

2016

1 Модуль численного интегрирования

Был реализован модуль, осуществляющий численное вычисление интеграла с помощью формулы трапеций. Простая формула трапеций:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{(b-a)}{2} (f(a) + f(b))$$

Составная формула трапеций:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{2} (f_0 + 2(f_1 + f_2 + \dots + f_{N-1}) + f_N)$$

Предполагаем, что сетка равномерная с шагом $h = \frac{b-a}{N}$. Для данного метода можно аналитически оценить порядок точности как:

$$|Error| \leq \frac{b-a}{12} * \|f^{(2)}\|_{[a;b]}$$

Результаты сравнения метода с модулем интегрирования `scipy.integrate.quad`:

	$x^2,$	$100 * \frac{\cos(x*3\pi)}{x^2+1}$	$x = \begin{cases} 3 & \text{при } x < 1 \\ 1 & \text{Иначе} \end{cases}$
	$x \in [0, 5], n = 50$	$x \in [-5, 5], n = 50$	$x \in [-5, 5], n = 50$
scipy.	41.666667	0.058502	22.000000
my module	41.675344	0.070983	22.040816
Difference	0.008677	0.012481	0.040816

Видим, что метод гораздо сильнее ошибается на осциллирующих и разрывных функциях.

Проверим порядок точности экспериментально, построив график зависимости погрешности от количества сегментов в сетке:



При использовании `scipy.optimize.curve_fit` получаем, что порядок аппроксимации $k = 2.00$, а оценка константы $\bar{C} = 7.64$, то есть $Error \leq 7.64h^2$.