

## ● Вычматы

### Задача 1

Дано уравнение теплопроводности с нелинейным коэффициентом. Аппроксимировать, выписать элементы матрицы Якоби и расчетные формулы метода Ньютона.

- Расписать разностную схему как в лекции, но вместо  $k$  подставить конкретную функцию
- Найти производные (или взять готовые формулы из лекции)
- Выписать расчетные формулы метода Ньютона

### Задача 2

Для системы линейных алгебраических уравнений  $AU = f$

- построить МПИ
  - $U_{n+1} = (E - tA)U_n + tF$
  - Выводится для самосопряженной, поэтому сначала домножить слева на  $A^*$
- Оценить оптимальное значение итерационного параметра
  - $t = 2/(\lambda_{\max} + \lambda_{\min})$
- Оценить число итераций, необходимое для достижения точности  $\epsilon$  если начальное приближение  $u_0$ 
  - $n \geq \ln(\epsilon \|A\| / \|r_0\|) / \ln \|B\|$ ,  $r_0 = Au_0 - F$
- Скорость сходимости
  - $\|E - tA\| < q$

### Задача 3

- Произвести  $ILU(0)$ -разложение матрицы
  - Проводим LU разложение (по алгоритму из лекции 7 апреля)
  - Выкидываем лишнее
- Вычислить симметричный предобуславливатель Гаусса-Зейделя
  - Основные предобуславливатели:
    - Якоби:  $D$
    - Гаусса-Зейделя:  $L+D$
    - Симметричный Г-3  $(L+D)^{-1} D^{-1} (L+D)$
    - Верхняя релаксация :  $(\omega L + D) / \omega$

### Зада

### Задача 5 (Метод Зейделя, но, наверное, может быть и метод Якоби)

Дано уравнение  $AU = f$

- Записать расчетные формулы
  - В лекции от 7 апреля на 40 минуте
- Будет ли сходиться при любом начальном приближении
  - Достаточные условия и критерии в лекции от 7 апреля

- Сделать 1 итерацию
  - Подставить в формулу

### Задача 6

Найти число обусловленности в трех нормах

- $\mu = \|A\| \cdot \|A^{-1}\|$
- Норма 1 - max сумма модулей элементов в строке
- Норма 2 - max сумма модулей элементов в столбце
- Норма 3 - Корень из максимального  $\lambda$  матрицы  $A^* \cdot A$ ,  $A^* = A^T$
- При  $A^T = A$   $\|A\|_3 = |\lambda_{\max}(A)|$
- $\mu_3 = |\lambda_{\max}|/|\lambda_{\min}|$

### Задача 7.

Исследование спектра эллиптического оператора

### Задача 8

Аппроксимация и устойчивость 2d

- на устойчивость отбрасывается f
- 

### Консультация

СЛУ

1) нормы (1, 2, 3, число обусловленности)

2) МПИ: записать, оптимальное  $\tau$ ,  $q_{\text{опт}}$ , N

3) Методы Якоби, Зе