

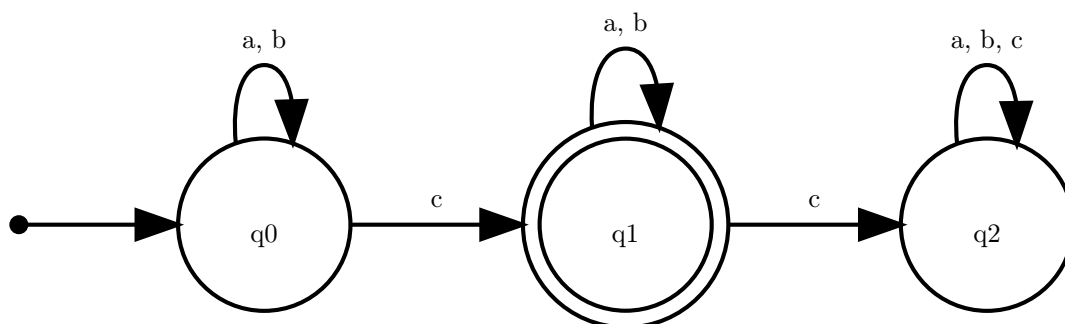
Домашняя работа №1

Калмыкова Мария, группа А-05-19

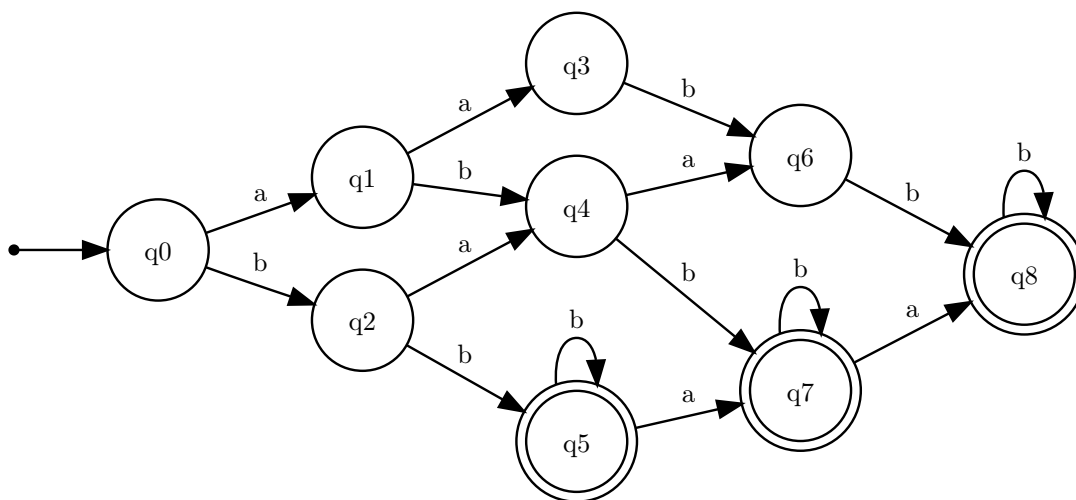
08 апреля 2022 года

1 Задание №1. Построить конечный автомат, распознающий язык

1. $L = \{ w \in \{ a, b, c \}^* | w_c| = 1 \}$



2. $L = \{ w \in \{ a, b \}^* | w_a| \leq 2 |w_b| \geq 2 \}$



3. $L = \{ w \in \{ a, b \}^* | w_a| \neq |w_b| \}$

Невозможно построить заданный автомат, т.к. он не регулярный. Воспользуемся леммой о разрастании: Т.к. язык \bar{L} нерегулярный, то и язык L - нерегулярный. Покажем это:

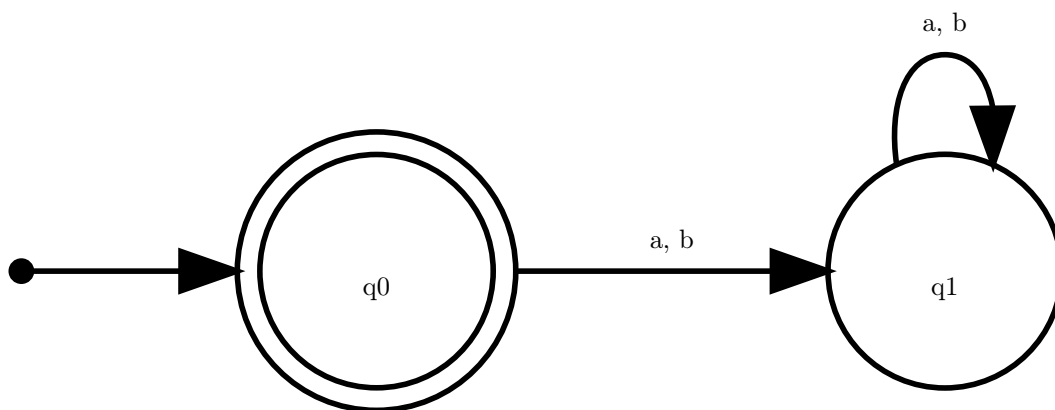
$$a^n b^n \in \bar{L}, |w| = 2n \geq n$$

$$xy = a^i a^j, i + j \leq n$$

$$w = a^i a^j a^{n-i-j} b^n \notin \bar{L}$$

Ч.т.д.

4. $L = \{ w \in \{ a, b \}^* | ww = www \}$
 Если $|w| > 0$, то $|ww| < |www|$. Тогда $ww \neq www$. Следовательно, язык представлен пустым словом.



2 Задание №2. Построить конечный автомат, используя прямое произведение

1. $L_1 = \{ w \in \{ a, b \}^* | |w_a| \geq 2, |w_b| \geq 2 \}$

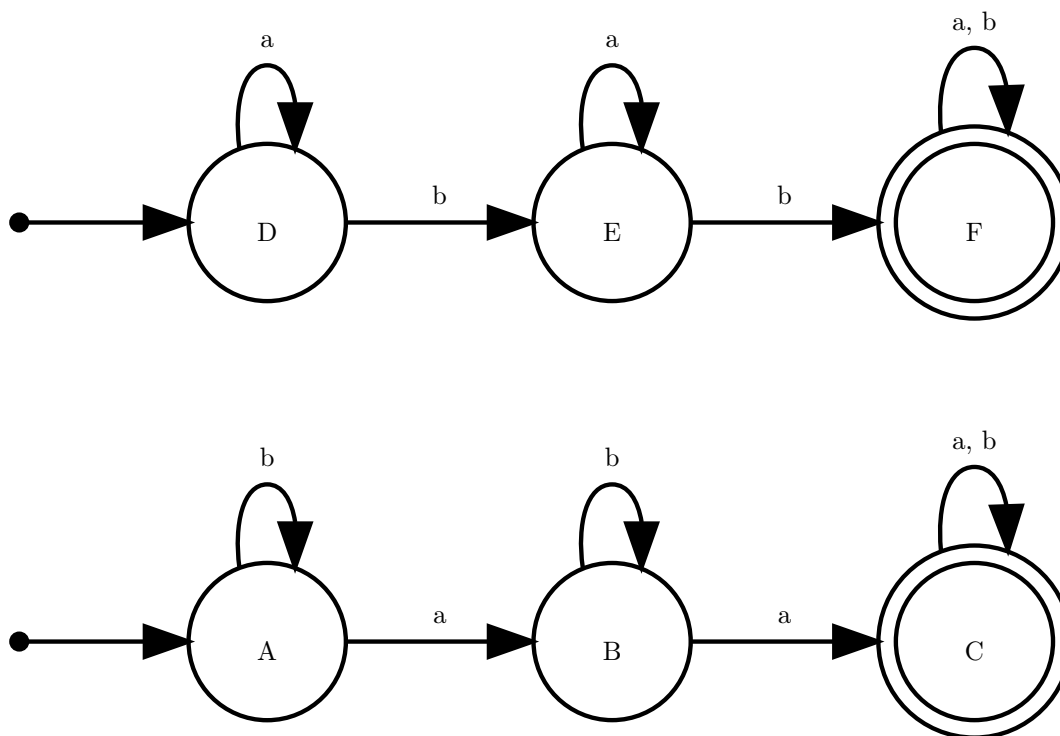


Рис. 1: Исходные ДКА

$\Sigma = \{ a, b \}$

$$Q = \{ AD, AE, AF, BD, BE, BF, CD, CE, CF \}$$

$$s = AD$$

$$T = \{ CF \}$$

$$\delta(AD, a) \rightarrow BD$$

$$\delta(AD, b) \rightarrow AE$$

$$\delta(AE, a) \rightarrow BE$$

$$\delta(AE, b) \rightarrow AF$$

$$\delta(AF, a) \rightarrow BF$$

$$\delta(AF, b) \rightarrow AF$$

$$\delta(BD, a) \rightarrow CD$$

$$\delta(BD, b) \rightarrow BE$$

$$\delta(BE, a) \rightarrow CE$$

$$\delta(BE, b) \rightarrow BF$$

$$\delta(BF, a) \rightarrow CF$$

$$\delta(BF, b) \rightarrow BF$$

$$\delta(CD, a) \rightarrow CD$$

$$\delta(CD, b) \rightarrow CE$$

$$\delta(CE, a) \rightarrow CE$$

$$\delta(CE, b) \rightarrow CF$$

$$\delta(CF, a) \rightarrow CF$$

$$\delta(CF, b) \rightarrow CF$$

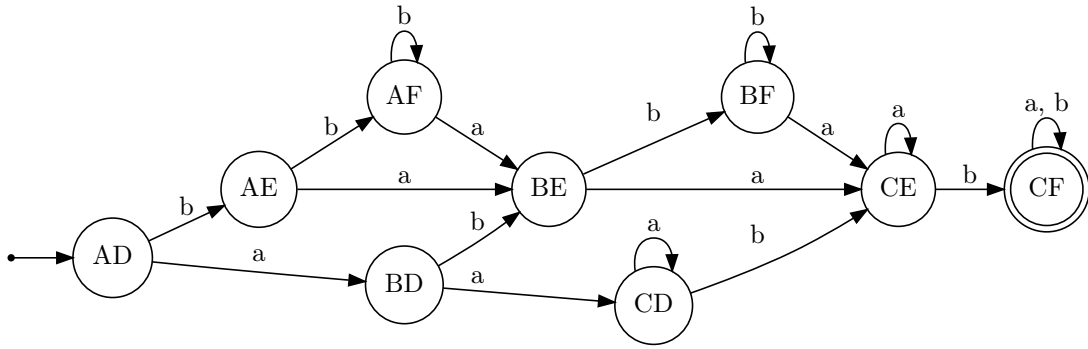


Рис. 2: Полученный ДКА

$$2. L_2 = \{ w \in \{ a, b \}^* | w| \geq 3, |w| - \text{нечетное} \}$$

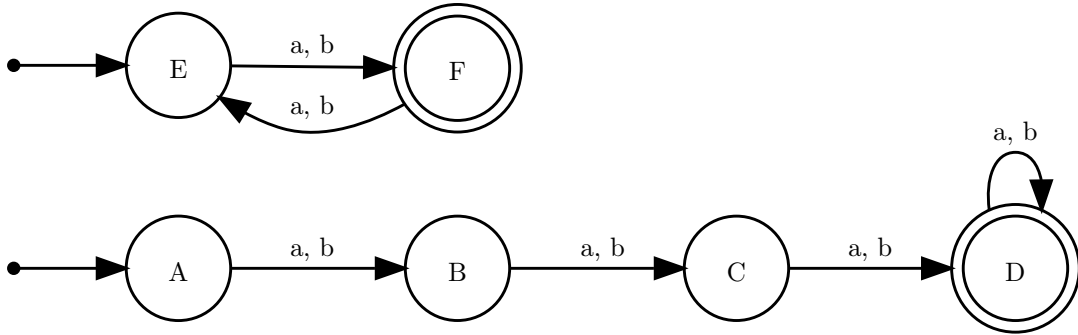


Рис. 3: Исходные ДКА

$$\Sigma = \{ a, b \}$$

$$Q = \{ AE, AF, BE, BF, CE, CF, DE, DF \}$$

$s = AE$
 $T = \{ DF \}$
 $\delta(AE, a) \rightarrow BF$
 $\delta(AE, b) \rightarrow BF$
 $\delta(AF, a) \rightarrow BE$
 $\delta(AF, b) \rightarrow BE$
 $\delta(BE, a) \rightarrow CF$
 $\delta(BE, b) \rightarrow CF$
 $\delta(BF, a) \rightarrow CE$
 $\delta(BF, b) \rightarrow CE$
 $\delta(CE, a) \rightarrow DF$
 $\delta(CE, b) \rightarrow DF$
 $\delta(CF, a) \rightarrow DE$
 $\delta(CF, b) \rightarrow DE$
 $\delta(DE, a) \rightarrow DF$
 $\delta(DE, b) \rightarrow DF$
 $\delta(DF, a) \rightarrow DE$
 $\delta(DF, b) \rightarrow DE$

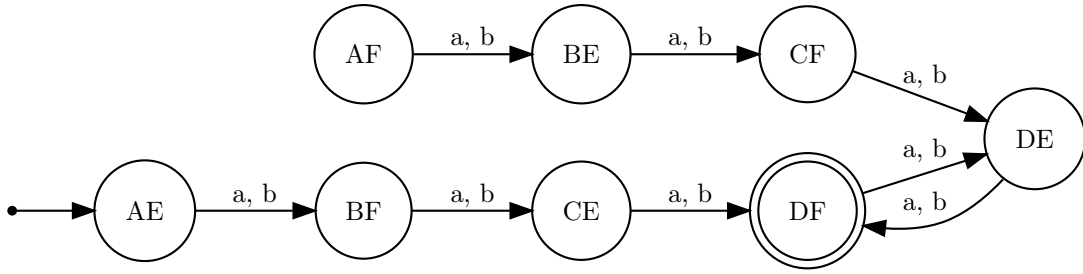
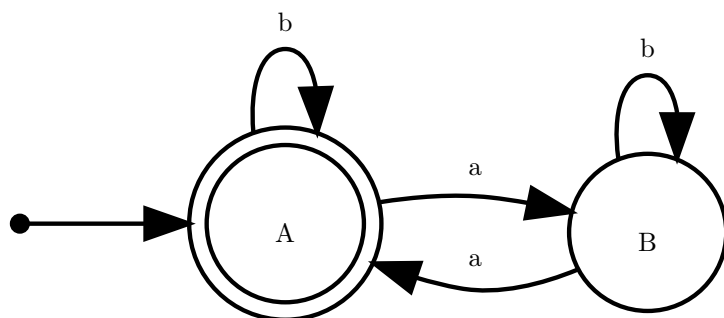
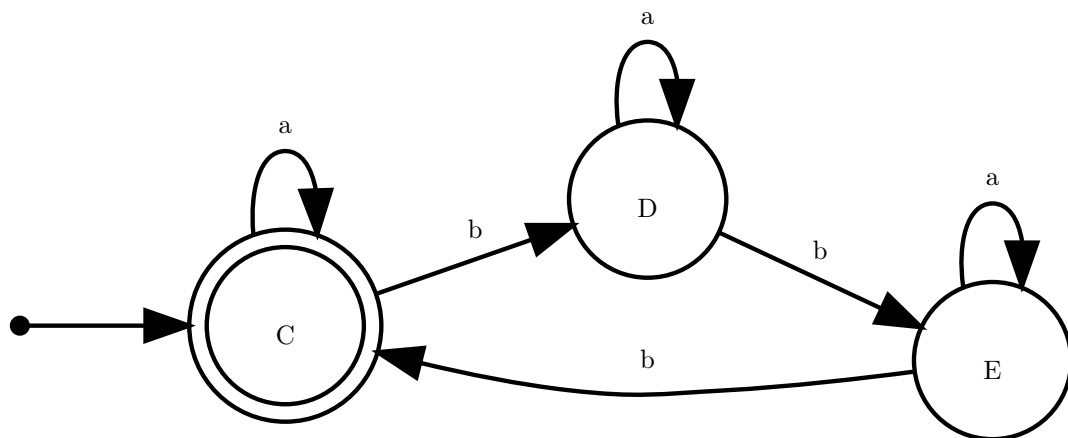


Рис. 4: Полученный ДКА

3. $L_3 = \{ w \in \{ a, b \}^* \mid |w_a| - \text{четно} \mid w_b| - \text{кратно } 3 \}$



Исходные ДКА:

$\Sigma = \{ a, b \}$

$Q = \{ AC, AD, AE, BC, BD, BE \}$

$s = AC$

$T = \{ AC \}$

$\delta(AC, a) \rightarrow BC$

$\delta(AC, b) \rightarrow AD$

$\delta(AD, a) \rightarrow BD$

$\delta(AD, b) \rightarrow AE$

$\delta(AE, a) \rightarrow BE$

$\delta(AE, b) \rightarrow AC$

$\delta(BC, a) \rightarrow AC$

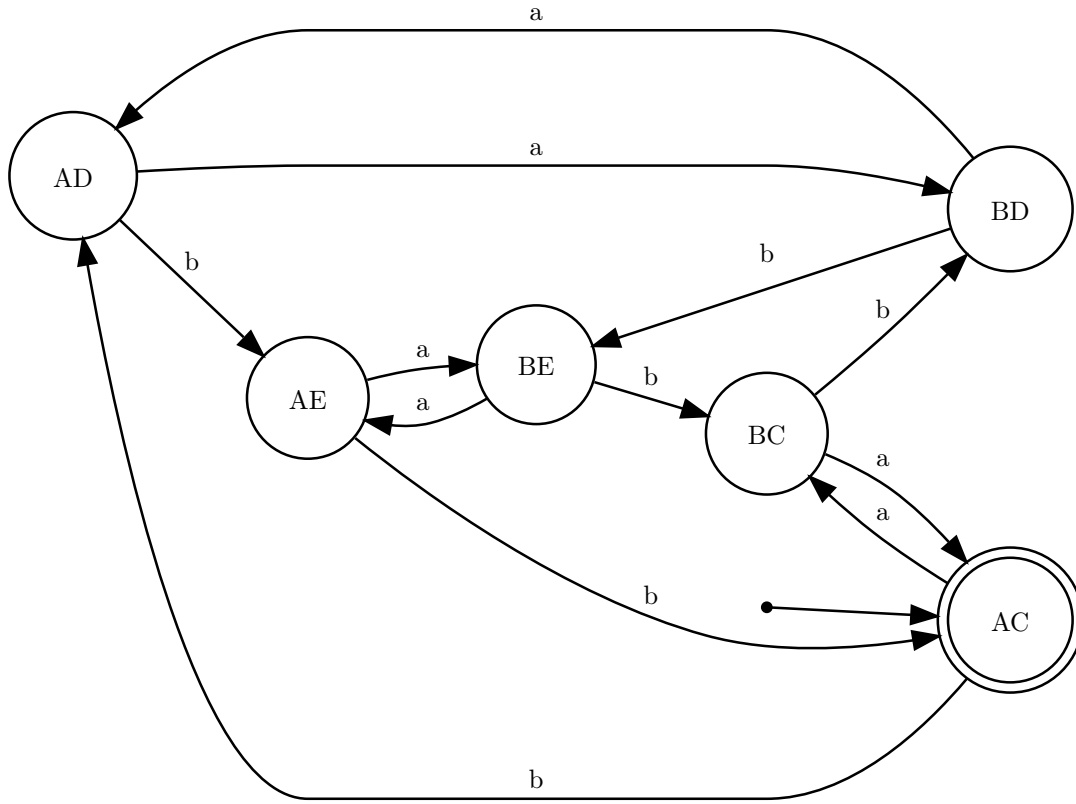
$\delta(BC, b) \rightarrow BD$

$\delta(BD, a) \rightarrow AD$

$\delta(BD, b) \rightarrow BE$

$\delta(BE, a) \rightarrow AE$

$\delta(BE, b) \rightarrow BC$



4. $L_4 = \overline{L_3}$
 $\overline{L_3} = \{ \Sigma, Q, s, Q \setminus T, \delta \}$

$\Sigma = \{ a, b \}$
 $Q = \{ AC, AD, AE, BC, BD, BE \}$
 $s = AC$
 $T = \{ AD, AE, BC, BD, BE \}$

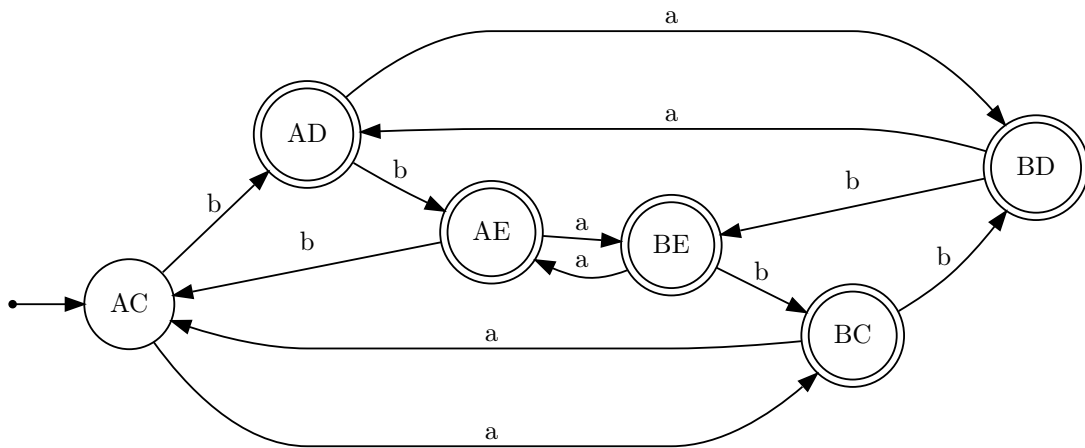


Рис. 5: Полученный ДКА

5. $L_5 = L_2 \quad L_3 = L_2 \cap \overline{L_3}$

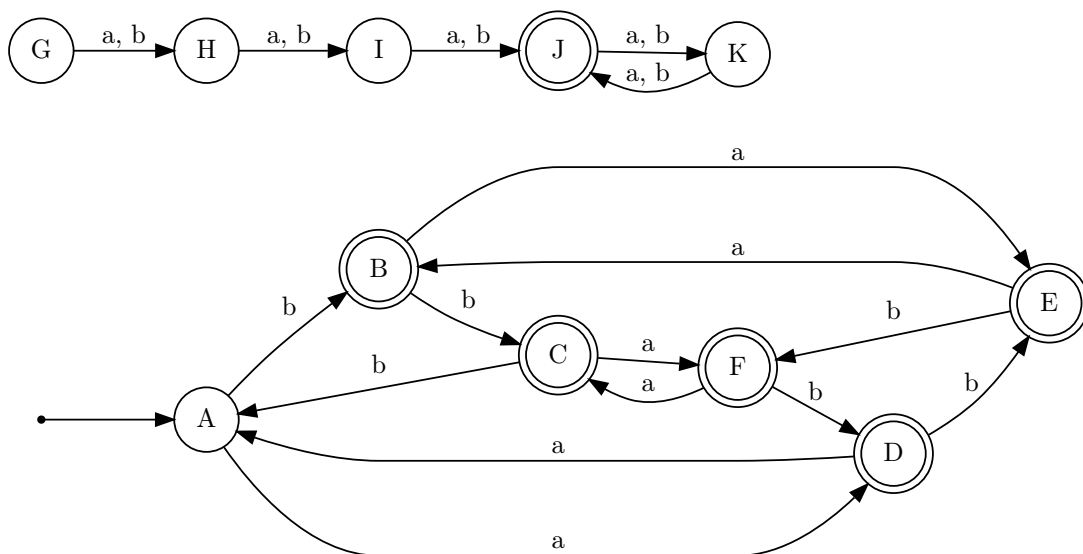


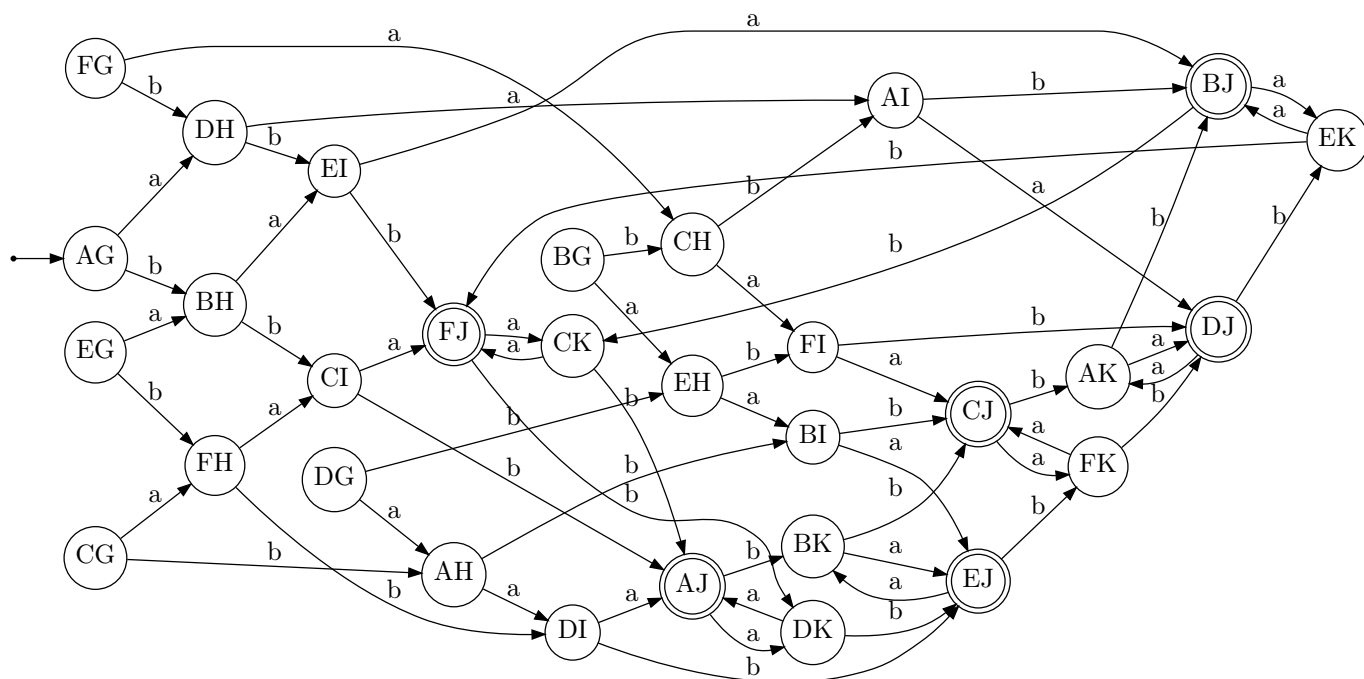
Рис. 6: Исходные ДКА

$\Sigma = \{ a, b \}$

$Q = \{ AG, AH, AI, AJ, AK, BG, BH, BI, BJ, BK, \dots \}$

$s = AG$

$T = \{ BJ, CJ, DJ, EJ, FJ \}$



3 Задание №3. Построить минимальный ДКА по заданному регулярному выражению

1. $(ab + aba)^*a$

Полученный НКА:

Построение ДКА по заданному НКА:

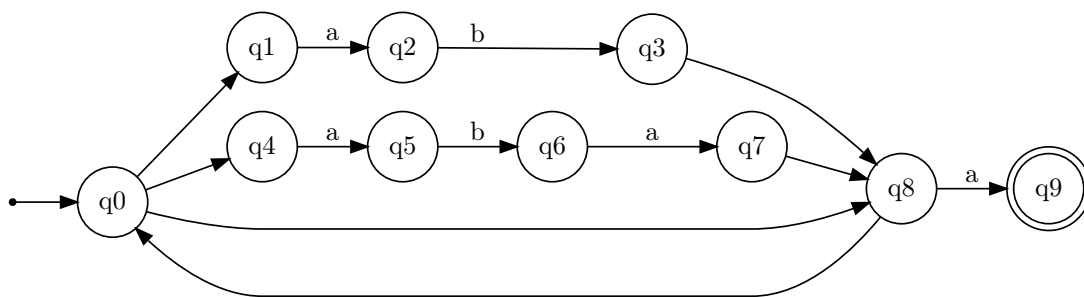
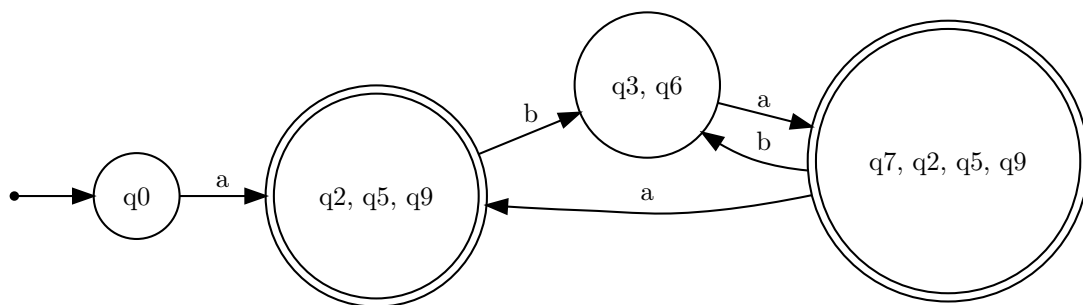


Рис. 7: НКА



[ht!]

Полученный ДКА

2. $a(a(ab)^*b)^*(ab)^*$
Полученный НКА:

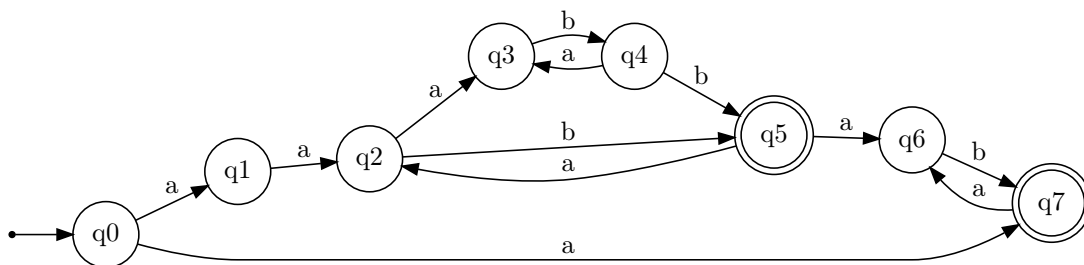
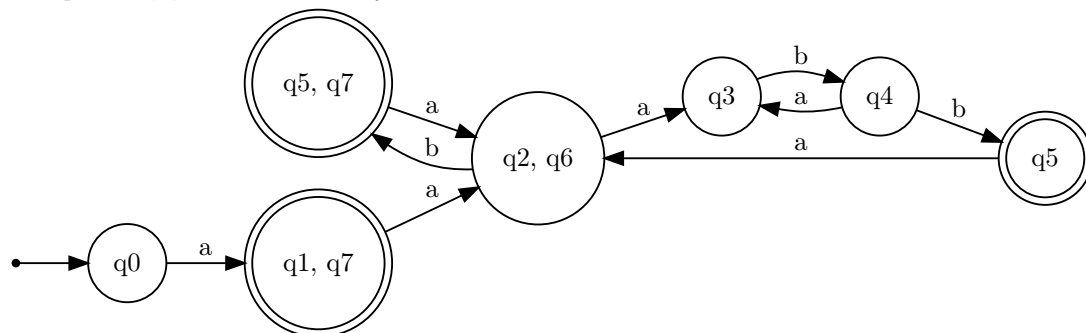
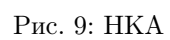
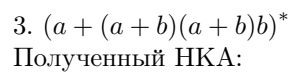


Рис. 8: Полученный НКА

Построение ДКА по заданному НКА:

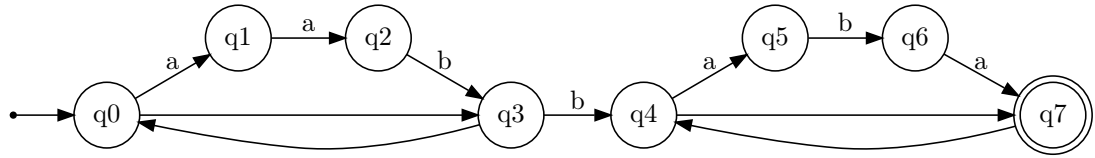


Минимизируем полученный ДКА:



4 Задание №4. Определить, является ли язык регулярным или нет

1. $L = \{(aab)^n b(aba)^m | n \geq 0, m \geq 0\}$



Язык регулярный.

2. $L = \{(uaav)|u \in \{a, b\}^*, v \in \{a, b\}^*, |u_b| \geq |v_a|\}$

$w = b^n aaa^n, |w| \geq n$

$w = xyz$

$x = b^i, y = b^j, i + j \leq n, j > 0$

$z = b^{n-i-j} aaa^n$

$|xy| \leq n, |y| > 0$

$xy^0z = b^i b^{n-i-j} aaa^n \notin L$

3. $L = \{a^m w | w \in \{a, b\}^*, 1 \leq |w_b| \leq m\}$

$w = a^n b^n, |w| \geq n$

$w = xyz$

$x = a^i, y = a^j, i + j \leq n, j > 0$

$z = a^{n-i-j} b^n$

$|xy| \leq n, |y| > 0$

$xy^0z = a^i a^{n-i-j} b^n \notin L$

4. $L = \{a^k b^m a^n | k = nm > 0\}$

$w = a^n b a^n, |w| \geq n$

$w = xyz$

$x = a^i, y = a^j, i + j \leq n, j > 0$

$z = a^{n-i-j} b a^n$

$|xy| \leq n, |y| > 0$

$xy^k z = a^i a^j a^{n-i-j} b a^n = a^{n+(1-k)j} b a^n \notin L \quad \forall k > 1$

5. $L = \{ucv | u \in \{a, b\}^*, v \in \{a, b\}^*, u \neq v^R\}$

$w = (ab)^n c (ba)^n = \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_{4n+1}, |w| \geq n$

$w = xyz$

$x = \alpha_1 \dots \alpha_i, y = \alpha_{i+1} \dots \alpha_{i+j}, i + j \leq n, j > 0$

$z = \alpha_{i+j+1} \dots \alpha_{4n+1} c (ba)^n$

$|xy| \leq n, |y| > 0$

$xy^k z = \alpha_1 \dots \alpha_i (\alpha_{i+1} \dots \alpha_{i+j})^k \alpha_{i+j+1} \dots \alpha_{4n+1} c (ba)^n \notin L \quad \forall k > 1$