1. Постановка задачи и построение математической модели

1.1. Постановка задачи на содержательном уровне

Рассмотрим систему массового обслуживания следующего вида (Рис. 1).

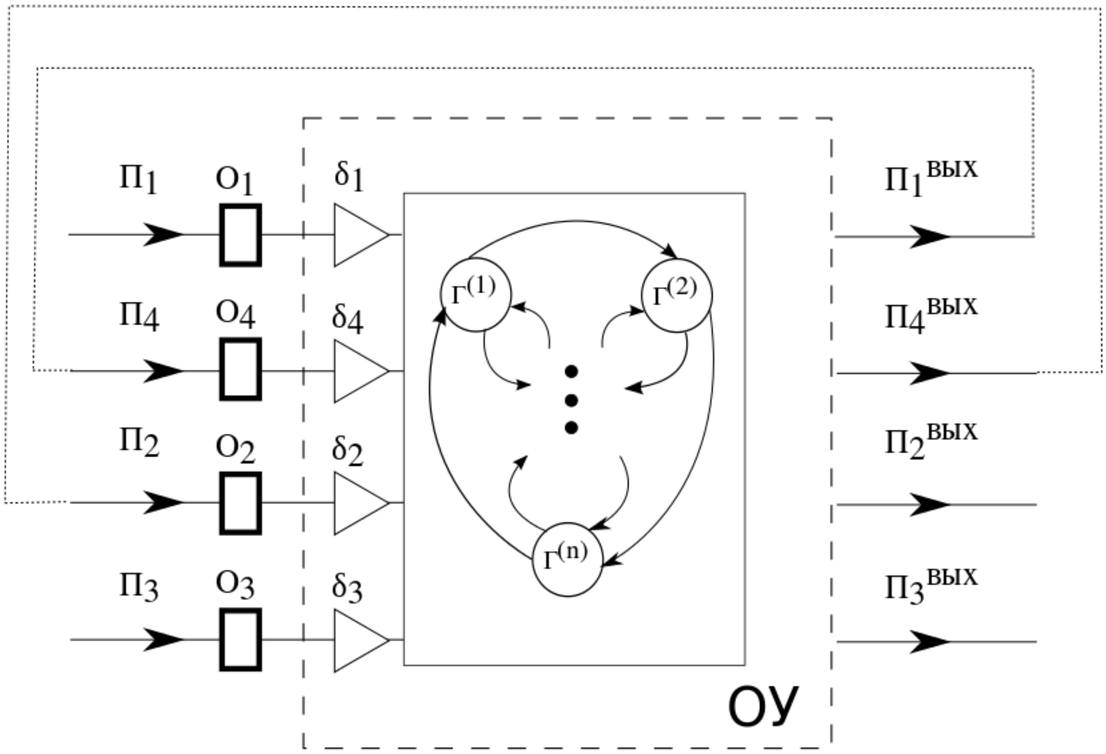

Рис. 1. Структурная схема системы обслуживания

Пусть в систему с одним обслуживающим устройством поступают потоки Π_1, Π_2, Π_3 и Π_4. Требования по потоку Π_j становятся в соответствующую очередь O_j неограниченной вместимостью, $j \in \{1, 2, 3, 4\}$. Для $j \in \{1, 2, 3\}$ дисциплина очереди O_j, поддерживаемая устройством δ_j, имеет тип FIFO (First In First Out). Таким образом, для обслуживания из соответствующей очереди выбирается то требование, которое пришло раньше. Дисциплина очереди O_4 будет описана ниже. Входные потоки Π_1 и Π_3 формируются внешней средой, которая, будем предполагать, имеет только одно состояние, то есть вероятностная структура потоков не меняется с течением времени. Требования потоков Π_1 и Π_3 формируют независимые между собой неординарные пуассоновские потоки, то есть стационарные, без последействия и ординарные потоки групп требований. Интенсивности соответствующих простейших потоков для Π_1 и Π_3 будем обозначать λ_1 и λ_3, а распределение числа заявок в группе по потоку Π_j будем описывать производящей функцией

$$f_j(z) = \sum_{\nu=1}^{\infty} p_\nu^{(j)} z^\nu \tag{1}$$

для $|z| < (1 + \varepsilon), \varepsilon > 0$ и $p_\nu^{(j)} > 0$. Величина $p_\nu^{(j)}$ определяет вероятность того, что по потоку Π_j число требований в группе равно ν, $j \in \{1, 3\}$. Обслуженные требования потока Π_1 поступают на повторное обслуживание, формируя при этом поток Π_4 (т.е. $\Pi_1^{\text{вых}} = \Pi_4$). Далее, каждое требование из очереди O_4 с вероятностью p_r и независимо от других завершает обслуживание и отправляется в очередь O_2 потока Π_2, где r — номер состояния обслуживающего устройства на соответствующем такте обслуживания ($\Pi_4^{\text{вых}} = \Pi_2$). С вероятностью $1 - p_r$ требование очереди O_4 остается в ней до следующего такта. Потоки Π_2 и Π_3 являются конфликтными, что означает запрет на одновременное обслуживание требований этих потоков и, следовательно, исследование системы не может быть сведено к задаче с меньшим числом потоков.

В каждый момент времени обслуживающее устройство находится в одном из конечного множества состояний $\Gamma = \left\{\Gamma^{(1)}, \Gamma^{(2)}, \ldots, \Gamma^{(n)}\right\}$. В каждом состоянии $\Gamma^{(r)}$ обслуживающее устройство находится в течение времени $T^{(r)}$. Множество Γ представим в виде суммы четырех непересекающихся подмножеств: $\Gamma = \Gamma^{\mathrm{I}} + \Gamma^{\mathrm{II}} + \Gamma^{\mathrm{III}} + \Gamma^{\mathrm{IV}}$, — которые определим ниже.

В состоянии $\Gamma^{(r)} \in \Gamma^{\mathrm{I}}$ обслуживаются только требования из очередей O_1, O_2 и O_4.
В состоянии $\Gamma^{(r)} \in \Gamma^{\mathrm{II}}$ обслуживаются только требования из очередей O_2 и O_4.
В состоянии $\Gamma^{(r)} \in \Gamma^{\mathrm{III}}$ обслуживаются только требования из очередей O_1, O_3 и O_4.
В состоянии $\Gamma^{(r)} \in \Gamma^{\mathrm{IV}}$ обслуживаются только требования из очередей O_3 и O_4.

Поскольку законы распределения выходных потоков, как правило, имеют сложный вид и часто не поддаются аналитическому выражению, вместо них будем использовать потоки насыщения $\Pi_j^{\text{нас}}$, $j \in \{1,2,3,4\}$. Потоки насыщения $\Pi_j^{\text{нас}}$, $j \in \{1,2,3,4\}$, представляют собой виртуальные выходные потоки при условии максимального использования ресурсов обслуживающего устройства, а для $j \in \{1,2,3\}$ еще и при условии максимальной загрузки соответствующих очередей. Пусть

$$^1\Gamma = \Gamma^{\mathrm{I}} \bigcup \Gamma^{\mathrm{III}}, \quad ^2\Gamma = \Gamma^{\mathrm{I}} \bigcup \Gamma^{\mathrm{II}}, \quad ^3\Gamma = \Gamma^{\mathrm{III}} \bigcup \Gamma^{\mathrm{IV}}. \tag{2}$$

Тогда поток насыщения $\Pi_j^{\text{нас}}$, $j \in \{1,2,3\}$, будет содержать неслучайное число $\ell_{r,j}$ требований, обслуженных в течение времени $T^{(r)}$, если $\Gamma^{(r)} \in {}^j\Gamma$, и будет содержать 0 требований в противном случае: $\Gamma^{(r)} \notin {}^j\Gamma$. При условии, что в очереди O_4 находится $x \in Z_+$ требований, поток насыщения $\Pi_4^{\text{нас}}$ определим как поток, содержащий все x требований.

Для исследования системы обслуживания в данной работе будет использоваться так называемый кибернетический подход. В соответствии с этим подходом наблюдение за системой осуществляется в дискретные моменты времени $\tau_0 = 0,\ \tau_1,\ \ldots,$ совпадающие с моментами переключения состояния обслуживающего устройства. Будем считать, что функция перехода из состояния Γ_i в момент τ_i в состояние Γ_{i+1} в момент τ_{i+1} известна и задается функцией $h(\Gamma_i, x_i)$ от предыдущего состояния Γ_i и величины x_i очереди O_3 в момент τ_i. Таким образом, обслуживающее устройство, в зависимости от объема очереди O_3, может переходить в разные состояния, что влечет за собой особый класс рассматриваемых графов переходов. Более подробно кибернетический подход будет описан в последующих разделах работы. Общая структура рассматриваемых графов переходов между состояниями также будет описана ниже.

1.2. Свойства условных распределений

Все рассматриваемые в этой работе случайные элементы определяются на общем вероятностном пространстве $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ элементарных исходов $\omega \in \Omega$ с вероятностной мерой $P(A)$, $A \in \mathcal{F}$, на σ-алгебре $\mathcal{F}$.

Введем следующие случайные величины и элементы, $j \in \{1,2,3,4\}$:

- количество $\varkappa_{j,i} \in Z_+$ требований в очереди O_j в момент времени τ_i;
- состояние обслуживающего устройства $\Gamma_i \in \Gamma = \left\{\Gamma^{(1)}, \Gamma^{(2)}, \ldots, \Gamma^{(n)}\right\}$ в течение времени $(\tau_{i-1}; \tau_i]$;
- количество $\eta_{j,i}$ требований, поступивших в очередь O_j по потоку Π_j в течение времени $(\tau_i; \tau_{i+1}]$;
- количество $\xi_{j,i}$ требований по потоку насыщения Π_j^{sat} в течение времени $(\tau_i; \tau_{i+1}]$;
- количество $\overline{\xi}_{j,i}$ реально обслуженных требований по потоку Π_j в течение времени $(\tau_i; \tau_{i+1}]$.

Тогда для $j \in \{1,2,3\}$ имеем

$$\Gamma_{i+1} = h(\Gamma_i, \varkappa_{3,i}), \quad \varkappa_{j,i+1} = \max\left\{0, \varkappa_{j,i} + \eta_{j,i} - \xi_{j,i}\right\}, \quad \overline{\xi}_{j,i} = \min\left\{\xi_{j,i}, \varkappa_{j,i} + \eta_{j,i}\right\} \tag{3}$$

и

$$\eta_{2,i} = \overline{\xi}_{4,i}, \quad \eta_{4,i} = \overline{\xi}_{1,i}, \quad \varkappa_{4,i+1} = \varkappa_{4,i} + \overline{\xi}_{1,i} - \overline{\xi}_{4,i} \tag{4}$$

Также для определения длительности T_i состояния обслуживающего устройства в течение $(\tau_{i-1}; \tau_i]$, удобно ввести функцию $h_T(\cdot, \cdot)$:

$$T_{i+1} = h_T(\Gamma_i, \varkappa_{3,i}) = T^{(r')}, \qquad \text{где } \Gamma^{(r')} = h(\Gamma_i, \varkappa_{3,i}). \tag{5}$$

Обозначим через $\varphi_j(x,t)$, $j \in \{1,3\}$, условную вероятность того, что за время $t > 0$ по потоку Π_j поступит ровно $b \in Z_+$ требований:

$$P\left(\eta_{j,i} = b \,\middle|\, \Gamma_i = \Gamma^{(r)}, \varkappa_{3,i} = x\right) = \varphi_j(b, h_T(\Gamma^{(r)}, x)). \tag{6}$$

Учитывая закон распределения процесса Пуассона и количества требований в пачках, величины $\varphi_j(x,t)$ могут быть найдены из соотношений

$$\sum_{x=0}^{\infty} z^x \varphi_j(x,t) = \exp\left\{\lambda_j t \left(\sum_{b=1}^{\infty} z^b \pi(b,j) - 1\right)\right\}. \tag{7}$$

Для потоков насыщения имеем следующие соотношения:

$$P\left(\xi_{j,i}=0 \middle| \Gamma_i=\Gamma^{(r)}, \varkappa_{3,i}=x\right)=1, \quad \Gamma_{i+1}\notin {}^{j}\Gamma, \tag{8}$$

$$P\left(\xi_{j,i}=l_{r',j} \middle| \Gamma_i=\Gamma^{(r)}, \varkappa_{3,i}=x\right)=1, \quad \Gamma_{i+1}=\Gamma^{\left(r'\right)}\in {}^{j}\Gamma, \tag{9}$$

где $j\in\{1,2,3\}$, $x\in Z_+$.

Введем для $0<u\leqslant 1$ и $0\leqslant k\leqslant x$ величину

$$\psi\left(k,x,u\right)=C_x^k u^k(1-u)^{x-k}. \tag{10}$$

Поскольку требования из очереди O_4 независимо друг от друга с вероятностью p_r на выходе системы поступают в очередь O_2, то количество требований в выходном потоке $\Pi_4^{\text{вых}}$ определяется по биномиальному закону распределения:

$$P\left(\overline{\xi}_{4,i}=b \middle| \Gamma_i=\Gamma^{(r)}, \varkappa_{4,i}=x, \varkappa_{3,i}=\tilde{x}\right)=\psi\left(b,x,p_{r'}\right), \quad \Gamma_{i+1}=\Gamma^{\left(r'\right)}, \quad 0\leqslant b\leqslant x. \tag{11}$$

Введем следующие события:

$$A_i\left(r;x_1;x_2;x_3;x_4\right)=\left\{\Gamma_i=\Gamma^{(r)}, \varkappa_{3,i}=x_3\right\}\bigcap\left\{\varkappa_{1,i}=x_1, \varkappa_{2,i}=x_2, \varkappa_{4,i}=x_4\right\} \tag{12}$$

$$B_i\left(b_1;b_3;y_1;y_2;y_3;y_4\right)=\left\{\eta_{1,i}=b_1, \eta_{3,i}=b_3\right\}\bigcap\left\{\xi_{1,i}=y_1, \xi_{2,i}=y_2, \xi_{3,i}=y_3, \overline{\xi}_{4,i}=y_4\right\} \tag{13}$$

В соответствии с описанной структурой системы, количество требований пришедших по потокам Π_1, Π_3, $\Pi_1^{\text{нас}}$, $\Pi_2^{\text{нас}}$, $\Pi_3^{\text{нас}}$ и $\Pi_4^{\text{вых}}$ за $(i+1)$-ый такт зависит только от состояния обслуживающего устройства и размера очередей в момент τ_i. Поэтому условные распределения рассматриваемых в системе потоков, учитывая все «прошлое» системы удовлетворяют соотношениям

$$P\left(B_i\left(b_1;b_2;y_1;y_2;y_3;y_4\right) \middle| \bigcap_{t=0}^{i} A_t\left(r_t;x_{1,t};x_{2,t};x_{3,t};x_{4,t}\right)\right)= \\ P\left(B_i\left(b_1;b_2;y_1;y_2;y_3;y_4\right) \middle| A_i\left(r_i;x_{1,i};x_{2,i};x_{3,i};x_{4,i}\right)\right) \tag{14}$$

Далее, в силу того, что потоки насыщения $\Pi_1^{\text{нас}}$, $\Pi_2^{\text{нас}}$, $\Pi_3^{\text{нас}}$, входные потоки Π_1, Π_3, а также поток насыщения $\Pi_1^{\text{нас}}$ условно независимы между собой, верно следующее соотношение:

$$P\left(B_i\left(b_1;b_2;y_1;y_2;y_3;y_4\right) \middle| \bigcap_{t=0}^{i} A_t\left(r_t;x_{1,t};x_{2,t};x_{3,t};x_{4,t}\right)\right)= \\ =P\left(\eta_{1,i}=b_1 \middle| \Gamma_i=\Gamma^{(r_i)}, \varkappa_{3,i}=x_{3,i}\right)\times P\left(\eta_{3,i}=b_3 \middle| \Gamma_i=\Gamma^{(r_i)}, \varkappa_{3,i}=x_{3,i}\right)\times \\ P\left(\xi_{1,i}=y_1 \middle| \Gamma_i=\Gamma^{(r_i)}, \varkappa_{3,i}=x_{3,i}\right)\times P\left(\xi_{2,i}=y_2 \middle| \Gamma_i=\Gamma^{(r_i)}, \varkappa_{3,i}=x_{3,i}\right)\times \\ P\left(\xi_{3,i}=y_3 \middle| \Gamma_i=\Gamma^{(r_i)}, \varkappa_{3,i}=x_{3,i}\right)\times P\left(\overline{\xi}_{4,i}=y_3 \middle| \Gamma_i=\Gamma^{(r_i)}, \varkappa_{3,i}=x_{3,i}, \varkappa_{4,i}=x_{4,i}\right) \tag{15}$$

Сформулируем и докажем теорему о марковости последовательности $\left\{\left(\Gamma_i, \varkappa_{1,i}, \varkappa_{2,i}, \varkappa_{3,i}, \varkappa_{4,i}\right), i\geqslant 0\right\}$:

Теорема 1.1. При заданном распределении начального вектора $\left(\Gamma_0, \varkappa_{1,0}, \varkappa_{2,0}, \varkappa_{3,0}, \varkappa_{4,0}\right)$ последовательность $\left\{\left(\Gamma_i, \varkappa_{1,i}, \varkappa_{2,i}, \varkappa_{3,i}, \varkappa_{4,i}\right), i\geqslant 0\right\}$ является цепью Маркова.

Доказательство. Для доказательства достаточно показать, что

$$P\left(A_{i+1}\left(r;x_1;x_2;x_3;x_4\right) \middle| \bigcap_{t=0}^{i} A_t\left(r_t;x_{1,t};x_{2,t};x_{3,t};x_{4,t}\right)\right)= \\ P\left(A_{i+1}\left(r;x_1;x_2;x_3;x_4\right) \middle| A_i\left(r_i;x_{1,i};x_{2,i};x_{3,i};x_{4,i}\right)\right) \tag{16}$$

Распишем сначала левую часть равенства (16). Учитывая то, что сумма непересекающихся событий $B_i\left(b_1;b_2;b_3;y_1;y_2;y_3\right)$ есть достоверное событие, $\bigcup_{b,y} B_i\left(b_1;b_2;b_3;y_1;y_2;y_3\right)=\Omega$ получим

$$P\left(A_{i+1}\left(r;x_1;x_2;x_3;x_4\right)\Big|\bigcap_{t=0}^{i}A_t\left(r_t;x_{1,t};x_{2,t};x_{3,t};x_{4,t}\right)\right)=$$

$$=\sum_{b,y}P\left(A_{i+1}\left(r;x_1;x_2;x_3;x_4\right)\bigcap B_i\left(b_1;b_2;b_3;y_1;y_2;y_3\right)\Big|\bigcap_{t=0}^{i}A_t\left(r_t;x_{1,t};x_{2,t};x_{3,t};x_{4,t}\right)\right)=$$

$$=\sum_{b,y}P\left(B_i\left(b_1;b_2;b_3;y_1;y_2;y_3\right)\Big|\bigcap_{t=0}^{i}A_t\left(r_t;x_{1,t};x_{2,t};x_{3,t};x_{4,t}\right)\right)\times$$

$$\times P\left(A_{i+1}\left(r;x_1;x_2;x_3;x_4\right)\Big|\bigcap_{t=0}^{i}A_t\left(r_t;x_{1,t};x_{2,t};x_{3,t};x_{4,t}\right)\bigcap B_i\left(b_1;b_3;b_3;y_1;y_2;y_3\right)\right)\quad(17)$$

Беря во внимание (3) и (4), найдем второй множитель:

$$P\left(A_{i+1}\left(r;x_1;x_2;x_3;x_4\right)\Big|\bigcap_{t=0}^{i}A_t\left(r_t;x_{1,t};x_{2,t};x_{3,t};x_{4,t}\right)\bigcap B_i\left(b_1;b_2;b_3;y_1;y_2;y_3\right)\right)=$$

$$=P\Big(\Gamma_{i+1}=\Gamma^{(r)},\varkappa_{1,i+1}=x_1,\varkappa_{2,i+1}=x_2,\varkappa_{3,i+1}=x_3,\varkappa_{4,i+1}=x_4\Big|\bigcap_{t=0}^{i-1}A_t\left(r_t;x_{1,t};x_{2,t};x_{3,t};x_{4,t}\right)\bigcap$$

$$\bigcap\Big\{\Gamma_i=\Gamma^{(r_i)},\varkappa_{1,i}=x_{1,i},\varkappa_{2,i}=x_{2,i},\varkappa_{3,i}=x_{3,i},\varkappa_{4,i}=x_{4,i}\Big\}\bigcap$$

$$\bigcap\left\{\eta_{1,i}=b_1,\eta_{2,i}=b_2,\eta_{3,i}=b_3,\xi_{1,i}=y_1,\xi_{2,i}=y_2,\xi_{3,i}=y_3\right\}\Big)=$$

$$=P\Big(h\left(\Gamma^{(r_i)},x_{3,i}\right)=\Gamma^{(r)},\max\left\{0,x_{1,i}+b_1-y_1\right\}=x_1,$$

$$\max\Big\{0,x_{4,i}+\min\left\{y_1,x_{1,i}+b_1\right\}-y_3\Big\}=x_4,\max\left\{0,x_{2,i}+b_2-y_2\right\}=x_2,$$

$$\max\left\{0,x_{3,i}+b_3-y_2\right\}=x_3,\Big|\bigcap_{t=0}^{i-1}A_t\left(r_t;x_{1,t};x_{2,t};x_{3,t};x_{4,t}\right)\bigcap$$

$$\bigcap\Big\{\Gamma_i=\Gamma^{(r_i)},\varkappa_{1,i}=x_{1,i},\varkappa_{2,i}=x_{2,i},\varkappa_{3,i}=x_{3,i},\varkappa_{4,i}=x_{4,i}\Big\}\bigcap$$

$$\bigcap\left\{\eta_{1,i}=b_1,\eta_{2,i}=b_2,\eta_{3,i}=b_3,\xi_{1,i}=y_1,\xi_{2,i}=y_2,\xi_{3,i}=y_3\right\}\Big)=$$

$$=P\Big(h\left(\Gamma^{(r_i)},x_{3,i}\right)=\Gamma^{(r)},\max\left\{0,x_{1,i}+b_1-y_1\right\}=x_1,$$

$$\max\Big\{0,x_{4,i}+\min\left\{y_1,x_{1,i}+b_1\right\}-y_3\Big\}=x_4,\max\left\{0,x_{2,i}+b_2-y_2\right\}=x_2,$$

$$\max\left\{0,x_{3,i}+b_2-y_2\right\}=x_3\Big),\quad(18)$$

где последнее равенство верно, поскольку оставшаяся под знаком вероятности величина уже не является случайной. Из (15), (17) и (18) получаем выражение для левой части равенства (16):

$$P\left(A_{i+1}\left(r;x_1;x_2;x_3;x_4\right)\Big|\bigcap_{t=0}^{i}A_t\left(r_t;x_{1,t};x_{2,t};x_{3,t};x_{4,t}\right)\right)=$$

$$=\sum_{b,y}P\left(\eta_{1,i}=b_1,\eta_{2,i}=b_2,\eta_{3,i}=b_3,\xi_{1,i}=y_1,\xi_{2,i}=y_2,\xi_{3,i}=y_3\Big|\Gamma_i=\Gamma^{(r_i)},\varkappa_{3,i}=x_{3,i}\right)\times$$

$$\times P\Big(h\left(\Gamma^{(r_i)},x_{3,i}\right)=\Gamma^{(r)},\max\left\{0,x_{1,i}+b_1-y_1\right\}=x_1,$$

$$\max\Big\{0,x_{4,i}+\min\left\{y_1,x_{1,i}+b_1\right\}-y_3\Big\}=x_4,\max\left\{0,x_{2,i}+b_2-y_2\right\}=x_2,$$

$$\max\left\{0,x_{3,i}+b_2-y_2\right\}=x_3\Big)\quad(19)$$

Заметим, что в наших рассуждениях мы нигде не использовали информацию о событиях

$\bigcap_{t=0}^{i-1} A_t\left(r_t; x_{1,t}; x_{2,t}; x_{3,t}; x_{4,t}\right)$, поэтому рассуждения для правой части (16) будут аналогичными:

$$P\Big(A_{i+1}\left(r; x_1; x_2; x_3; x_4\right) \big| \, A_i\left(r_i; x_{1,i}; x_{2,i}; x_{3,i}; x_{4,i}\right)\Big) =$$

$$= \sum_{b,y} P\Big(B_i\left(b_1; b_2; b_3; y_1; y_2; y_3\right) \big| \, A_i\left(r_i; x_{1,i}; x_{2,i}; x_{3,i}; x_{4,i}\right)\Big) \times$$

$$\times P\Big(A_{i+1}\left(r; x_1; x_2; x_3; x_4\right) \big| \, A_i\left(r_i; x_{1,i}; x_{2,i}; x_{3,i}; x_{4,i}\right) \bigcap B_i\left(b_1; b_2; b_3; y_1; y_2; y_3\right)\Big) =$$

$$= \sum_{b,y} P\Big(\eta_{1,i} = b_1, \eta_{2,i} = b_2, \eta_{3,i} = b_3, \xi_{1,i} = y_1, \xi_{2,i} = y_2, \xi_{3,i} = y_3 \big| \, \Gamma_i = \Gamma^{(r_i)}, \varkappa_{3,i} = x_{3,i}\Big) \times$$

$$\times P\Big(\Gamma_{i+1} = \Gamma^{(r)}, \varkappa_{1,i+1} = x_1, \varkappa_{2,i+1} = x_2, \varkappa_{3,i+1} = x_3, \varkappa_{4,i+1} = x_4 \Big|$$

$$\Big\{\Gamma_i = \Gamma^{(r_i)}, \varkappa_{1,i} = x_{1,i}, \varkappa_{2,i} = x_{2,i}, \varkappa_{3,i} = x_{3,i}, \varkappa_{4,i} = x_{4,i}\Big\} \bigcap$$

$$\bigcap \left\{\eta_{1,i} = b_1, \eta_{2,i} = b_2, \eta_{3,i} = b_3, \xi_{1,i} = y_1, \xi_{2,i} = y_2, \xi_{2,i} = y_2, \xi_{3,i} = y_3\right\}\Big) =$$

откуда опять в силу (3) и (4) получаем

$$= \sum_{b,y} P\Big(\eta_{1,i} = b_1, \eta_{2,i} = b_2, \eta_{3,i} = b_3, \xi_{1,i} = y_1, \xi_{2,i} = y_2, \xi_{3,i} = y_3 \big| \, \Gamma_i = \Gamma^{(r_i)}, \varkappa_{3,i} = x_{3,i}\Big) \times$$

$$\times P\Big(h\left(\Gamma^{(r_i)}, x_{3,i}\right) = \Gamma^{(r)}, \max\left\{0, x_{1,i} + b_1 - y_1\right\} = x_1,$$

$$\max\Big\{0, x_{4,i} + \min\left\{y_1, x_{1,i} + b_1\right\} - y_3\Big\} = x_4, \max\left\{0, x_{2,i} + b_2 - y_2\right\} = x_2,$$

$$\max\left\{0, x_{3,i} + b_2 - y_2\right\} = x_3\Big).$$

Таким образом, выражения для левой и правой частей (16) совпадают, следовательно равенство верно и последовательность $\Big\{\left(\Gamma_i, \varkappa_{1,i}, \varkappa_{2,i}, \varkappa_{3,i}, \varkappa_{4,i}\right), i \geqslant 0\Big\}$ является цепью Маркова. $\square$