**1 слайд (заголовок работы)**

Здравствуйте, меня зовут Виктор Кочеганов, мой научный руководитель

Зорин Андрей Владимирович. Тема доклада— вероятностная модель тандема систем массового обслуживания с циклическим управлением с продлением

**2 слайд (Физическая постановка задачи)**

Математическая модель, про которую я сегодня буду рассказывать, проистекает из всем известной жизненной задачи.

Имеется два перекрестка с двумя конфликтными направлениями на каждом. Машины, прошедшие первый перекресток, попадают на второй. Обслуживание на первом перекрестке является обычным, циклическим, то есть какое-то фиксированное время горит зеленый, затем какое-то другое фиксированное время горит красный. Потом опять зеленый. Потом опять красный. Обслуживание на втором перекрестке отличается тем, что при отсутствии достаточного количества машин по направлению Pi\_3, продолжают пропускаться машины по направлению Pi\_2, то есть время горения зеленого света по направлению Pi\_2 “продлевается”. Это и есть циклический алгоритм с продлением.

**3 слайд (Общая постановка задачи)**

В общем система массового обслуживания, соответствующая описанной физической задаче, будет выглядить следующим образом. Требования по потоку Pi\_1 формируются внешней средой и обрабатываются обслуживающим устройством трижды. Сначала как требования самого потока Pi\_1, затем все выходные требования потока Pi\_1, поступают на повторное обслуживание как требования потока Pi\_4, и затем как требования потока Pi\_2. Требования потока Pi\_3 также формируются внешней средой

2,3 слайды (Цели работы)

Передо мной стояли следующие задачи:

1. Построить математическую модель системы обслуживания

неординарных потоков с относительными приоритетами

2. Провести анализ построенной математической модели.

3. Найти стационарное распределение числа требований в очередях

для частного случая m=2 входных потоков, используя метод

цензурирования марковских цепей.

4. Реализовать иммитационную модель и с ее помощью изучить такие

характеристики системы как стационарные вероятности некоторых

состояний, загрузку системы и т.д.

4 слайд (Общий вид системы)

Итак, система обслуживания имеет следующий вид.

Есть m входных потоков требований. Требования по каждому потоку

поступают группами, причем поток групп является пуассоновским.

Сначала требование попадает в соответствующую очередь бесконечного

объема, откуда поступает на обслуживание в соответствии с

правилом «первый пришел — первый вышел».

Обслуживающее устройство одно и одновременно может обслуживать

только одно требование. Обслуживание осуществляется в классе

приоритетных алгоритмов (алгоритмов относительного приоритета):

требование потока считается тем приоритетнее, чем ниже его номер.

После обслуживания требование покидает систему.

5 слайд (Параметры системы)

Следующие параметры системы предполагаются известными.

6 слайд (Построение математической модели. 1 Введение необходимых

случайных величин. Формализация работы обслуживающего устройства

и формирования очередей)

Под рабочим актом будем понимать промежуток времени обслуживания

одного требования. Наблюдение за системой будет осуществляться в

моменты окончания рабочих актов.

Для построения математической модели были введены несколько случайных

величин и случайных элементов, основные из которых

Ti — момент окончания i-го рабочего акта.

Гi — состояние прибора на протяжении i-1 Рабочего акта.

Kappa ji — величина очереди Oj в момент Ti,

eta(1)ji — количество требований поступивших в очередь Оj от момента Tj до начала i+1 рабочего акта.

eta(2)ji — число требований, пришедших в очередь Oj за i+1 рабочий акт.

overline{Xi} ji — число обслуженных требований j-го типа на i+1 рабочем акте.

Xi ji — максимально возможное число обслуженных требований j-го типа на i+1 рабочем акте (при бесконечной очереди).

Закон изменения состояния обслуживающего устройства формализует

соотношение (1), а закон изменения очереди – соотношение (2)

7,8 слайды (Свойства условных распределений)

В завершении построения математической модели были сформулированы

выражения для следующих условных вероятностей.

9 слайд (Результаты анализа. Марковость)

В результате анализа СМО были доказаны следующие теоремы.

Марковость последовательностей kappa и (Г, kappa).

10 слайд (Результаты анализа. Рекуррентные соотношения для

переходных вероятностей)

Были найдены в явном виде переходные перовтности цепей kappa и (gamma,

kappa).

11 слайд (Результаты анализа. Классификация состояний)

Было установлено, что состояния обеих марковских цепей являются

существенными, сообщающимися и апериодическими.

12 слайд (Результаты анализа. Производящие функции)

Найдены соотношения для многомерных производящих функций.

13 слайд (Результаты анализа. Условия существования стационарного

распределения)

И в конечном итоге найдено необходимое и достаточное условие

существования стационарного распределения марковской цепи kappa.

14 слайд (Стационарное распределение. Исходная цепь)

Теперь несколько слов о поиске стационарного распределения.

Существующие на данный момент методы нахождения стационарных

вероятностей состояний марковской цепи kappa основываются на z-

преобразованиях, преобразованиях Лапласа и подразумевают вычисления

обратных преобразований, что пораждает численную неустойчивость

полученных результатов. Поэтому был исследован новый подход к решению

этой задаче, основанный на методе цензурирования марковской цепи kappa.

Итак, обозначим через П x1 x2 стационарную вероятность исходной

марковской цепи kappa. Пространтсво состояний цепи можно представить

графически следующим образом.

15 слайд (Стационарное распределение. Цензурирование1. )

Зафиксируем неотрицательное целое число a. Введем новое множество

состояний, которое назовем цензурирующим, и моменты времени попадания

в это множество. Тогда новая последовательность случайных величин также

будет марковской. Назовем ее цензурированная марковская цепь.

16 слайд (Стационарное распределение. Цензурирование2. )

Цензурирование позволяет найти рекуррентные выражения для

стационарных веротяностей состояний исходной цепи kappa. Однако

вероятность нулевого состояния по-прежнему неизвестна. Для ее нахождения

применяется вложенное цензурирование.

17 слайд (Стационарное распределение. Вложенное цензурирование1.)

Возьмем цензурированную марковскую цепь kappa0 и проведем с ней

вложенную процедуру цензурирования: зафиксируем целое число а>=1 и

будем наблюдать за ней в моменты попадания в множество E...

18 слайд (Стационарное распределение. Вложенное цензурирование2.)

В итоге получаем следующее выражение для стационарной вероятности П.

19 слайд (Имитационная модель. Построение модели).

Для моделирования системы обслуживания была выбрана имитационная

модель, основанная на понятии регенерирующего процесса.

20 слайд (Имитационная модель. Построение модели).

Не вдаваясь в технические детали определения, процесс является

регенерирующим, если существует последовательность случайных

величин \beta (называемых точками регенерации), таких, что исходный

случайный процесс на интервалах [\beta i, \beta i+1] можно рассматривать как

независимые копии одного и того же процесса.

21 слайд (Имитационная модель. Построение модели)

Тогда, если процесс сходится по распределению к некоторой (стационарной)

случайной величине X, то оценку ожидания произвольной измеримой

функции f от Х можно получить усреднением значений этого функционала

на траекториях копий процесса \overline{X}.

22 слайд (Имитационная модель. Построение модели)

Одним из важнейших свойств введенной оценки является ассимптотическая

нормальность.

Для введеной оценки имеет место следующая пределная теорема.

В рассматриваемой СМО в качестве процесса выступает марковская цепь \kappa, а в качестве функционала, например, можно взять

индикатор того, что система находится в состоянии (x\_1,x\_2). Тогда, очевидно, r(f) будет не чем иным, как стационарной вероятностью

этого состояния.

23 слайд (Имитационная модель. Построение модели).

Описанный метод имеет ряд преимуществ по сравнению с более общими

методами:

1. существенное сокращение общего времени моделирования;

2. есть возможность построения доверительных интервалов;

3. есть возможность вычислить необходимое число итераций для

достижения заданной точности.

24 слайд (Имитационная модель. Реализация).

Имитационная модель была реализована в виде приложения:

1. используемый язык программирования: C++;

2. используемая библиотека для параллельных вычислений:

OpenSHMEM;

3. используемая библиотека для генерации случайных чисел: GSL (GNU

Scientific Library).

25 слайд (Заключение).

1. Построена математическая модель СМО;

2. проведен анализ построенной математической модели и доказан ряд

теорем, в том числе найдено необходимое и достаточное условие

существования стационарного распределения;

3. найдено стационарное распределение длин очередей в частном случае

$m=2$ входных потоков;

4. Реализована регенеративная имитационная модель с использованием

методов параллельных вычислений.

Спасибо за внимание.