

Лабораторная работа №5

Кондрашина Мария Сергеевна¹

02.03.2022, Moscow

¹RUDN University, Moscow, Russian Federation

Модель хищник-жертва

- Научиться строить модель «хищник-жертва».
- Выполнить лабораторную работу №5 согласно своему варианту(34) и сделать по ней отчет.

Часто представители одного вида питаются представителями другого вида. Модель Лотки – Вольтерры – модель взаимного существования двух популяций типа «хищник – жертва».

То есть, система «хищник — жертва» — это сложная экосистема, для которой реализованы долговременные отношения между видами хищника и жертвы, типичный пример коэволюции.

Отношения между хищниками и их жертвами развиваются циклически, являясь иллюстрацией нейтрального равновесия.

Модель Лотки – Вольтерры описывает данная система:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = ax(t) - bx(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = -cy(t) + dx(t)y(t) \end{cases}$$

В этой модели x – число жертв, y – число хищников. Коэффициент a описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников, d – естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников (xy). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены $-bxy$ и dxy в правой части уравнения).

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.26x(t) + 0.027x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.28y(t) - 0.031x(t)y(t) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях:
 $x_0 = 6, y_0 = 12$. Найдите стационарное состояние системы.

График зависимости численности хищников от численности жертв

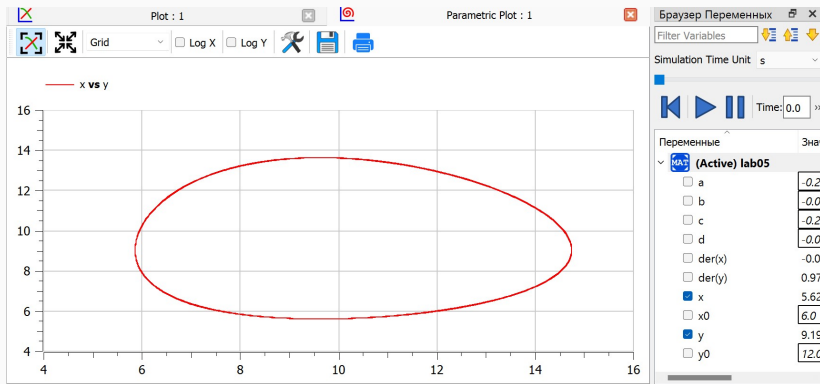


Figure 1: График зависимости численности хищников от численности жертв

График изменения численности хищников

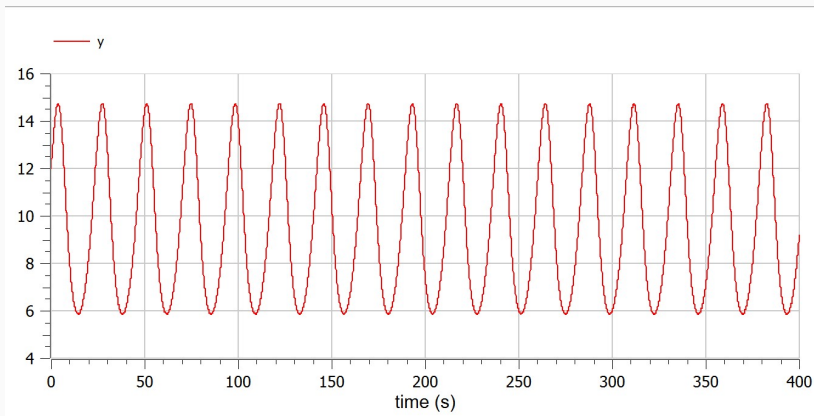


Figure 2: График изменения численности хищников

График изменения численности жертв

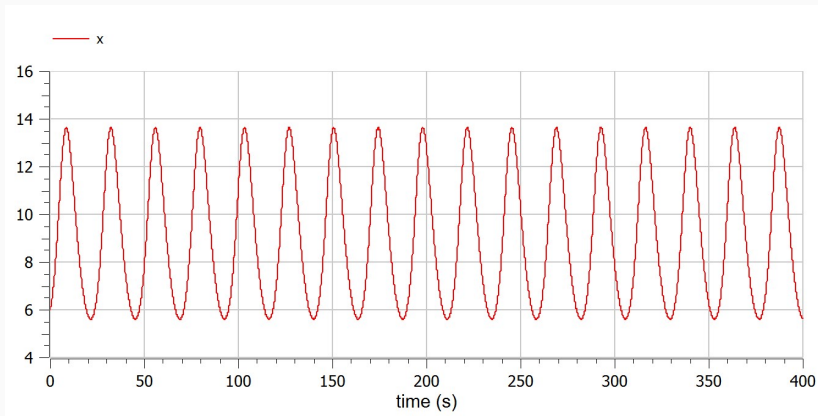


Figure 3: График изменения численности жертв

График изменения численности хищников и численности жертв

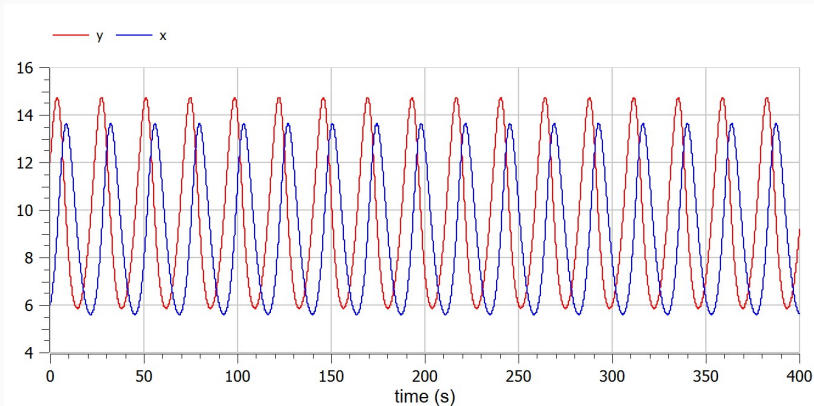


Figure 4: График изменения численности хищников и численности жертв

Стационарное состояние системы (положение равновесия, не зависящее от времени решение) будет в точке: $x_0 = \frac{c}{d}, y_0 = \frac{a}{b}$.

Если начальные значения задать в стационарном состоянии, то в любой момент времени численность популяций изменяться не будет.

Стационарное состояние системы для задания:

Коэффициенты: $a=-0.26$, $b=-0.027$, $c=-0.28$, $d=-0.031$

$$x_0 = \frac{-0.28}{-0.031} \approx 9.032$$

$$y_0 = \frac{-0.26}{-0.027} \approx 9.63$$

График, когда начальные данные задаются в стационарном состоянии

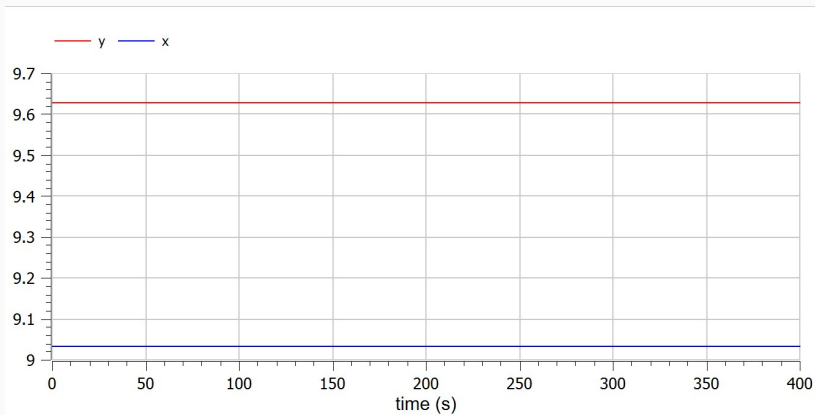


Figure 5: График, когда начальные данные задаются в стационарном состоянии

- Выполнила лабораторную работу №5.
- Познакомилась с написанием модели хищник-жертва.
- Познакомилась с написанием математических моделей при использовании openmodelica.

1. Методические материалы курса.
2.
https://spravochnick.ru/informacionnye_tehnologii/informacionnye_modeli_zhertva/
3. https://ru.wikipedia.org/wiki/Система_«хищник_—_жертва»