Отчёт по лабораторной работе №6

Задача об эпидемии

Кондрашина Мария Сергеевна

Содержание

List of Figures

List of Tables

1 Цель работы

- Научиться строить модель эпидемии.
- Выполнить лабораторную работу №5 согласно своему варианту(34) и сделать по ней отчет.

2 Задание. Вариант 34

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N = 12200$) в момент начала эпидемии ($t = 0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 130$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 53$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$.

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп.

Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. если $I(0) \leq I^*$
2. если $I(0) > I^*$

3 Теоретическое введение

Для того чтобы уметь бороться с эпидемиями, то есть своевременно проводить тот или иной комплекс мероприятий, необходимо уметь оценить эффективность каждого такого комплекса и выбрать наиболее оптимальный для определенного вида эпидемии. Оценка эффективности базируется, как правило, на прогнозе о протекании эпидемии. Отсюда вытекает задача построения модели, которая могла бы служить целям прогноза. Самой простой моделью является описание естественного хода эпидемии без применения каких-либо профилактических мероприятий. [2]

Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначающаяся через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения I^*, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(0) > I^*$,тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей. Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha * S, I(0) > I^* \\ 0, I(0) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов,заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha * S - \beta * I, I(0) > I^* \\ -\beta * I, I(0) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни)

$$\frac{dR}{dt} = \beta * I$$

Постоянные пропорциональности α, β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.[1]

4 Выполнение лабораторной работы

1. Случай если $I(0) \leq I^*$ Система уравнений для случая 1:

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = 0 \\ \frac{dI}{dt} = -\beta * I \\ \frac{dR}{dt} = \beta * I \end{cases}$$

где коэффициент заболеваемости $\alpha = 0.01$, а коэффициенты выздоровления $\beta = 0.02$

По условию задания в варианте $N = 12200$, $I(0) = 130$, $R(0) = 53$, $S(0) = N - I(0) - R(0) = 12200 - 130 - 53 = 12017$, $t = [0, 200]$ с шагом 0.01. Код программы (fig. 4.1)

```
model lab06f
  parameter Real alpha = 0.01; //коэффициент заболеваемости
  parameter Real beta = 0.02; //коэффициенты выздоровления
  parameter Real N = 12200;//общая численность популяции острова
  parameter Real I0 = 130;//количество инфицированных особей в начальный момент времени
  parameter Real R0 = 53;//количество здоровых особей с иммунитетом в начальный момент времени
  parameter Real S0 = N-I0-R0;//количество восприимчивых к болезни особей в начальный момент времени
  Real I(start=I0);//инфицированные особи
  Real R(start=R0);//здоровые особи с иммунитетом
  Real S(start=S0);//восприимчивые к болезни особи
equation
  der(S) = 0;
  der(I) = -beta*I;
  der(R) = beta*I;
end lab06f;
```

Figure 4.1: Код программы для случая 1($I(0) \leq I^*$)

Графики изменения числа особей в каждой из трех групп в случае 1 (если $I(0) \leq I^*$). (fig. 4.2)

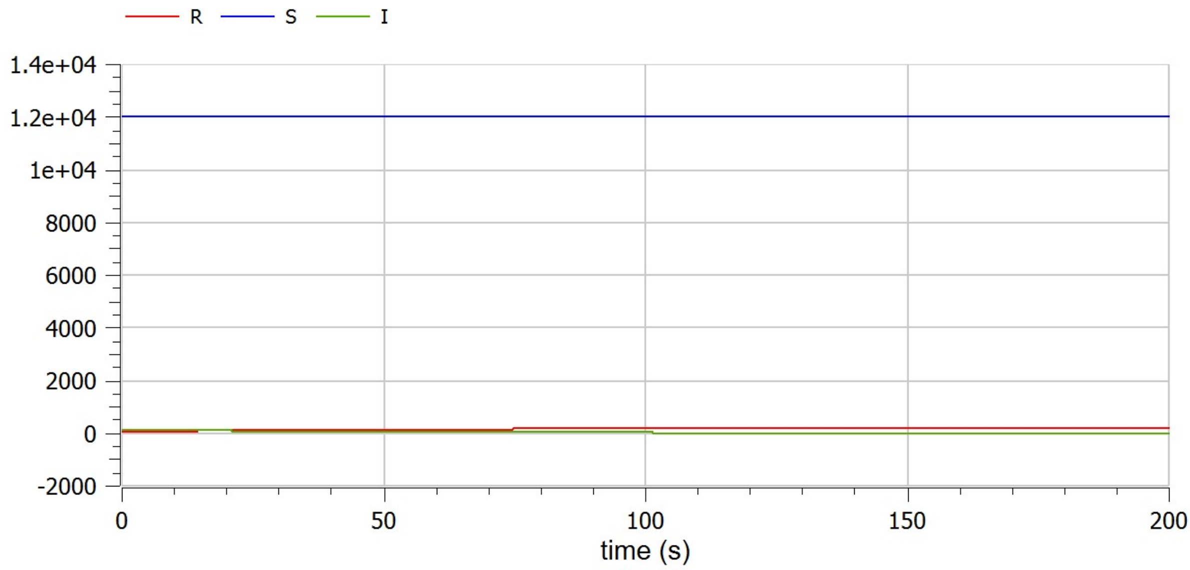

Figure 4.2: Динамика изменения числа людей в каждой из трех групп в случае $1(I(0) \leq I^*)$

Так как до того, как число заболевших не превышает критического значения, все больные изолированы и не заражают здоровых, то число здоровых(S) не изменяется, что видно на графике. Но сложно понять изменение заболевших(I) и здоровых с иммунитетом(R), поэтому я отдельно вывела их график. (fig. 4.3)

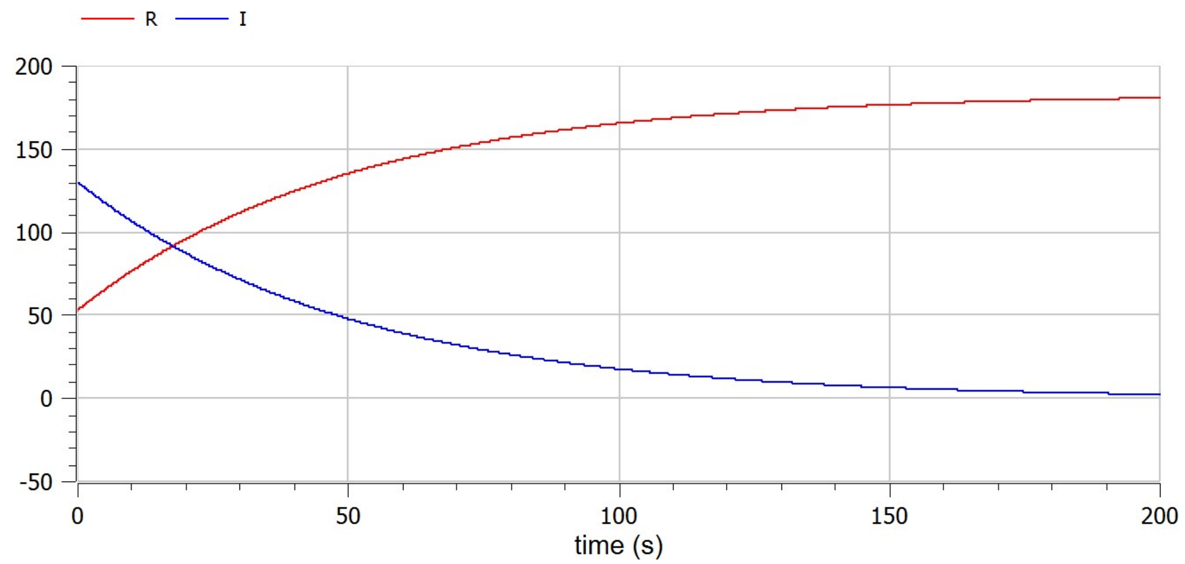

Figure 4.3: Динамика изменения числа людей заболевших(I) и здоровых с иммунитетом(R) в случае $1(I(0) \leq I^*)$

Также выведу отдельно графики для каждой группы

График изменения числа людей восприимчивых к болезни (S): (fig. 4.4)

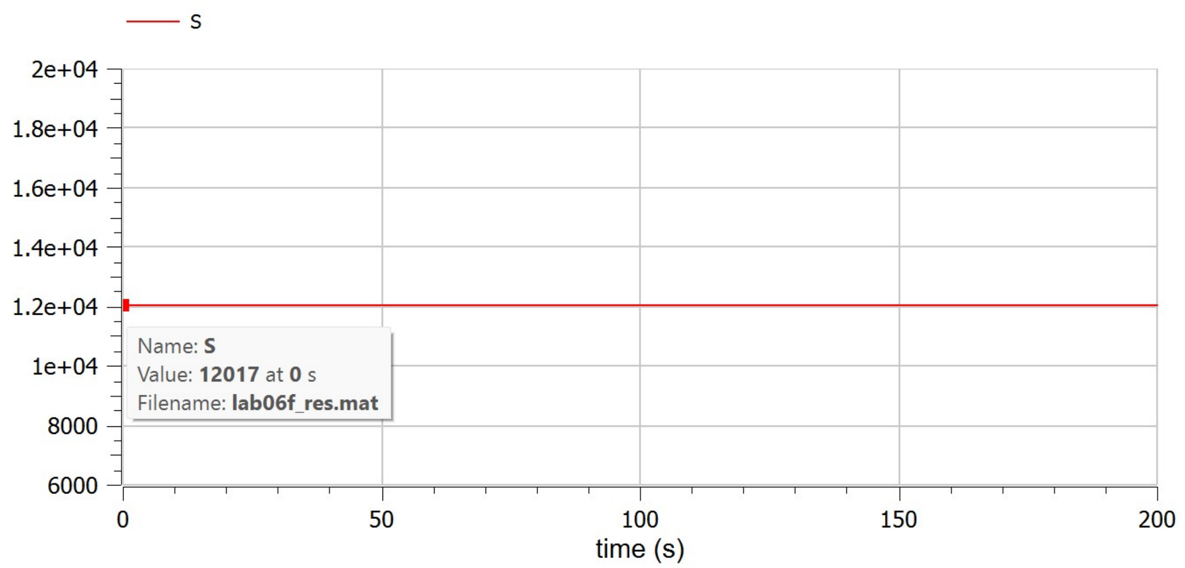

Figure 4.4: Динамика изменения числа людей восприимчивых к болезни(S) в случае $1(I(0) \leq I^*)$

График изменения числа людей здоровых с иммунитетом (R): (fig. 4.5)

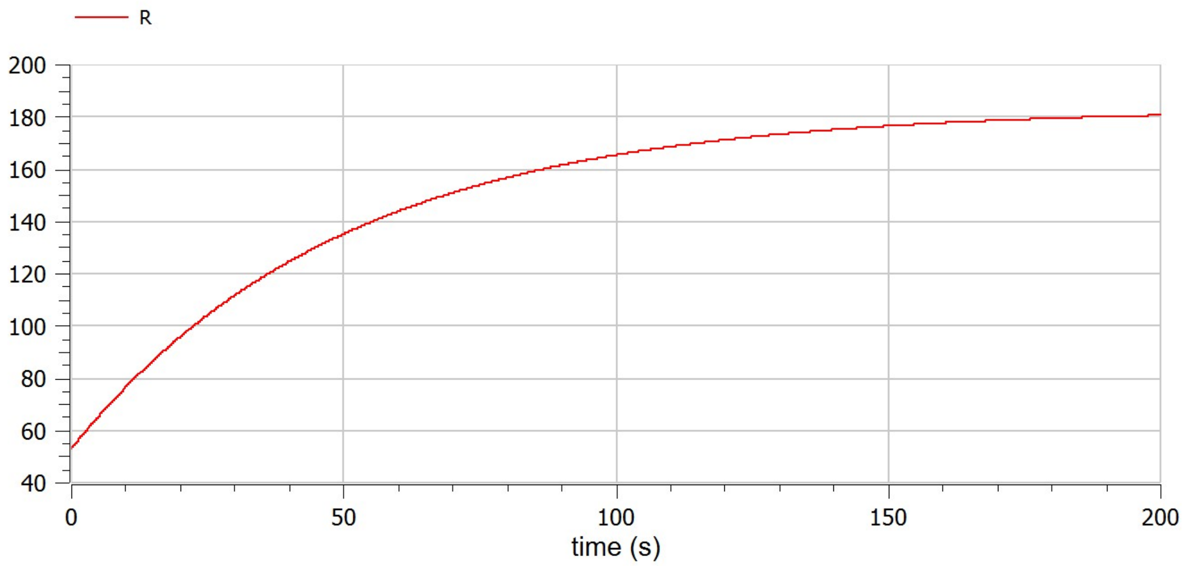

Figure 4.5: Динамика изменения числа людей здоровых с иммунитетом(R) в случае 1($I(0) \leq I^*$)

График изменения числа людей заболевших (I): (fig. 4.6)

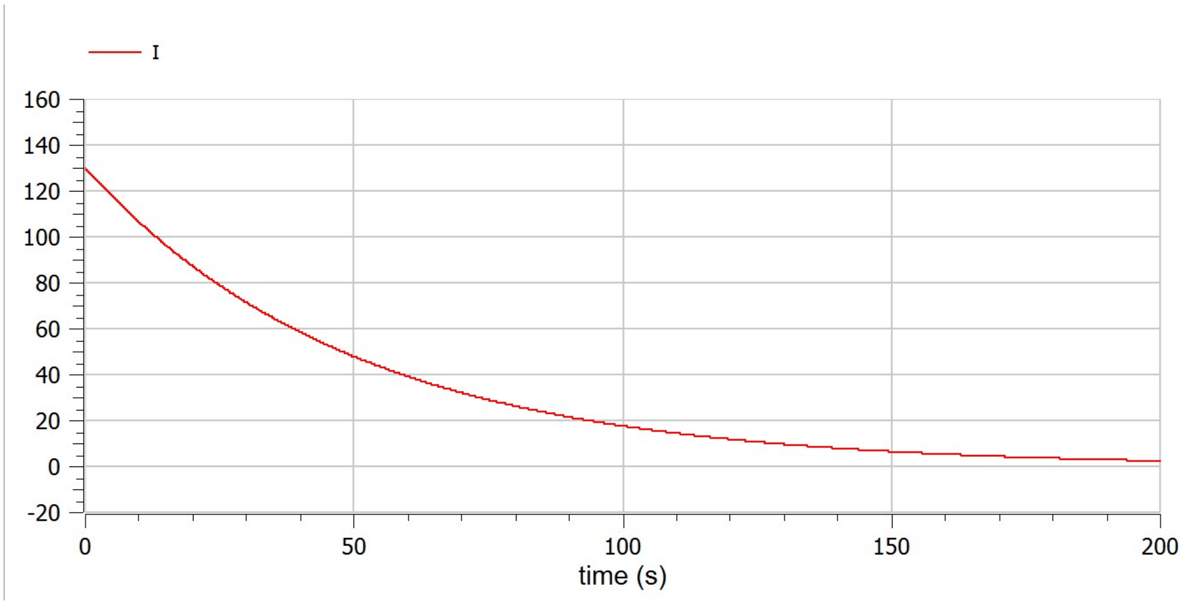

Figure 4.6: Динамика изменения числа людей заболевших(I) в случае 1($I(0) \leq I^*$)

2. Случай если $I(0) > I^*$ Система уравнений для случая 2:

$$
\begin{cases}
\frac{dS}{dt} = -\alpha * S \\
\frac{dI}{dt} = \alpha * S - \beta * I \\
\frac{dR}{dt} = \beta * I
\end{cases}
$$

Коэффициенты и значения не отличаются от предыдущего пункта.

Код программы (fig. 4.7)

```
model lab06s
  parameter Real alpha = 0.01; //коэффициент заболеваемости
  parameter Real beta = 0.02; //коэффициенты выздоровления
  parameter Real N = 12200;//общая численность популяции острова
  parameter Real I0 = 130;//количество инфицированных особей в начальный момент времени
  parameter Real R0 = 53;//количество здоровых особей с иммунитетом в начальный момент времени
  parameter Real S0 = N-I0-R0;//количество восприимчивых к болезни особей в начальный момент времени
  Real I(start=I0);//инфицированные особи
  Real R(start=R0);//здоровые особи с иммунитетом
  Real S(start=S0);//восприимчивые к болезни особи
equation
  der(S) = -alpha*S;
  der(I) = alpha*S-beta*I;
  der(R) = beta*I;
end lab06s;
```

Figure 4.7: Код программы для случая 2($I(0) > I^*$)

Графики изменения числа особей в каждой из трех групп в случае 2 (если $I(0) > I^*$). (fig. 4.8)

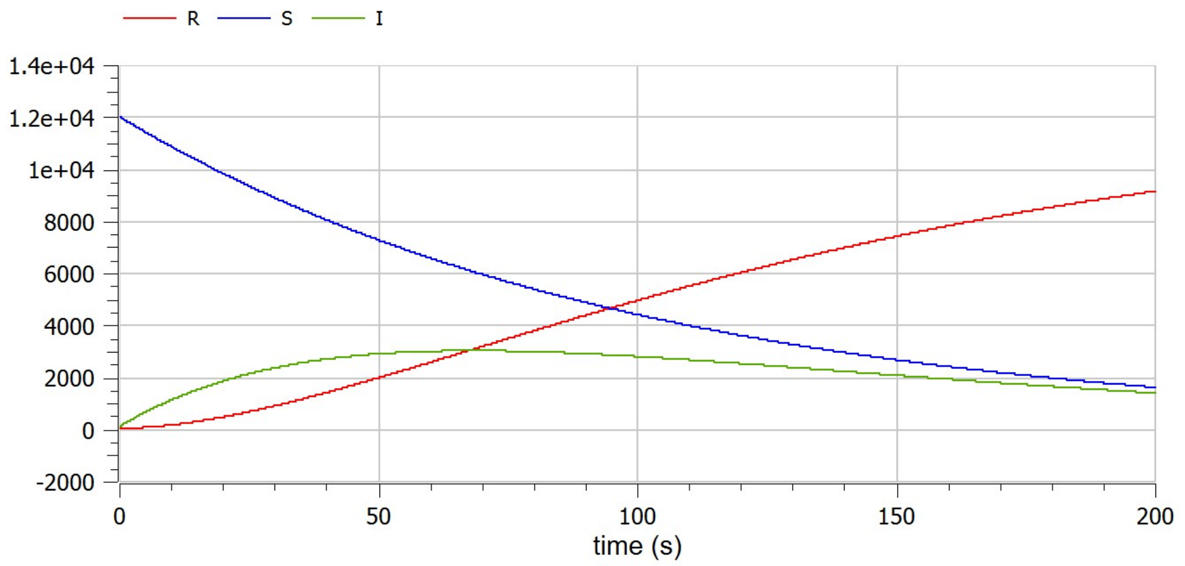

Figure 4.8: Динамика изменения числа людей в каждой из трех групп в случае 2($I(0) > I^*$)

Также выведу отдельно графики для каждой группы

График изменения числа людей восприимчивых к болезни (S): (fig. 4.9)

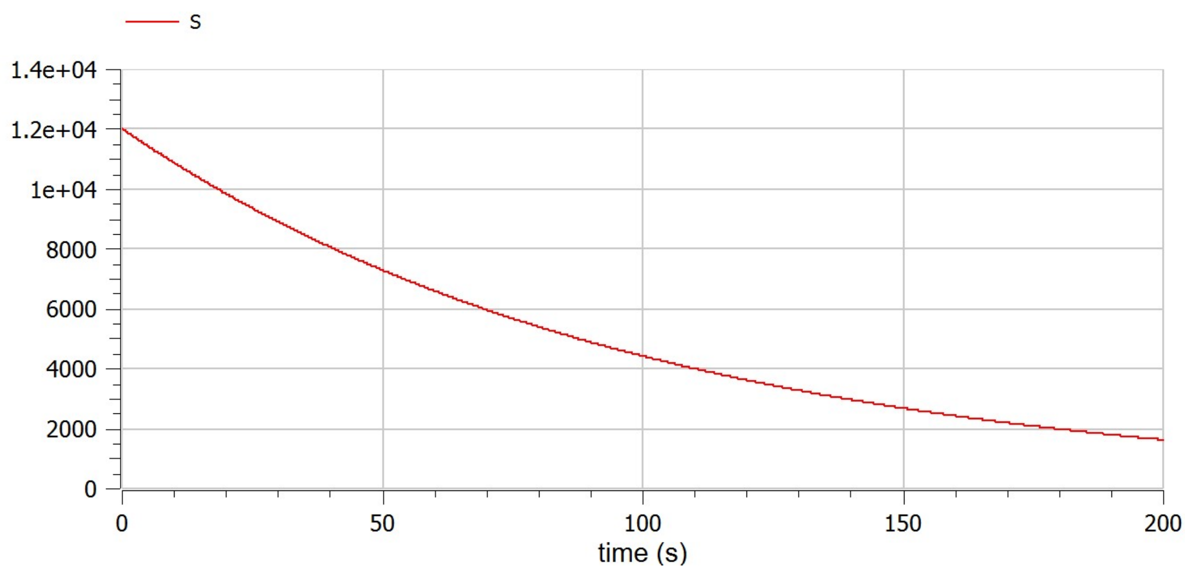

Figure 4.9: Динамика изменения числа людей восприимчивых к болезни(S) в случае 2($I(0) > I^*$)

График изменения числа людей здоровых с иммунитетом (R): (fig. 4.10)

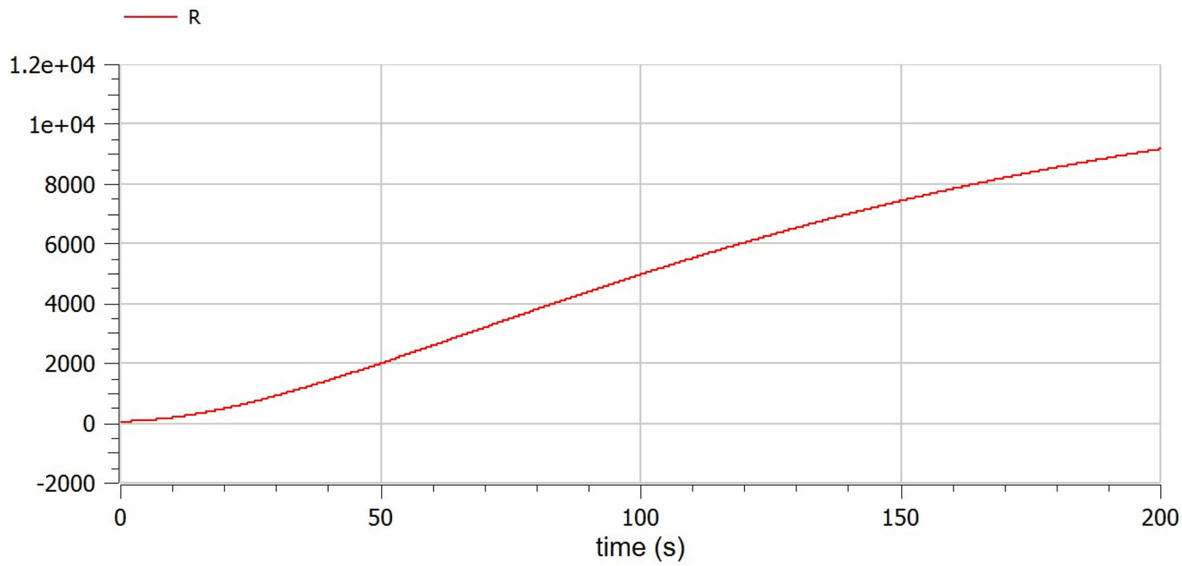

Figure 4.10: Динамика изменения числа людей здоровых с иммунитетом(R) в случае 2($I(0) > I^*$)

График изменения числа людей заболевших (I): (fig. 4.11)

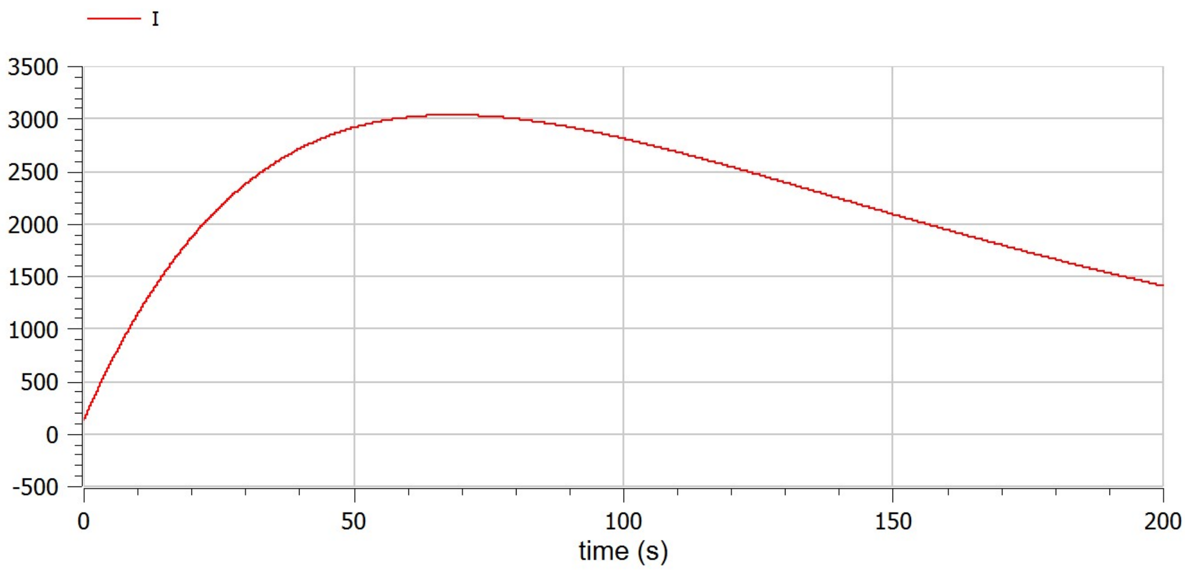

Figure 4.11: Динамика изменения числа людей заболевших(I) в случае 2($I(0) > I^*$)

5 Выводы

- Выполнила лабораторную работу №6.
- Познакомилась с написанием модели эпидемии.
- Познакомилась с написанием математических моделей при использованиии openmodelica.

6 Список литературы

1. Методические материалы курса.
2. https://studopedia.ru/8_138165_prosteyshaya-model-epidemii.html