Лабораторная работа №6

Кондрашина Мария Сергеевна[1]

04.03.2022, Moscow

[1]RUDN University, Moscow, Russian Federation

Задача об эпидемии

Цель работы

- Научиться строить модель эпидемии.
- Выполнить лабораторную работу №6 согласно своему варианту(34) и сделать по ней отчет.

Теоретическое введение

Для того чтобы уметь бороться с эпидемиями, то есть своевременно проводить тот или иной комплекс мероприятий, необходимо уметь оценить эффективность каждого такого комплекса и выбрать наиболее оптимальный для определенного вида эпидемии. Оценка эффективности базируется, как правило, на прогнозе о протекании эпидемии.

Отсюда вытекает задача построения модели, которая могла бы служить целям прогноза. Самой простой моделью является описание естественного хода эпидемии без применения каких-либо профилактических мероприятий.

Основные обозначения

- N - количество особей в популяции. Данное число подразделяется на три группы.
- $S(t)$ (первая группа) - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи.
- $I(t)$(вторая группа) – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции.
- $R(t)$ (третья группа) – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.
- α - коэффициент заболеваемости.
- β - коэффициент выздоровления.

Описание модели

До того, как число заболевших не превышает критического значения I^*, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(0) > I^*$, тогда инфицированные способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha * S, I(0) > I^* \\ 0, I(0) \leq I^* \end{cases}$$

Скорость изменения числа инфекционных особей представляет собой разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha * S - \beta * I, I(0) > I^* \\ -\beta * I, I(0) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей, при этом приобретающие иммунитет к болезни:

$$\frac{dR}{dt} = \beta * I$$

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N = 12200$) в момент начала эпидемии ($t = 0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 130$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 53$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$.

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп.

Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. если $I(0) \leq I^*$
2. если $I(0) > I^*$

Случай 1 (если $I(0) \leq I^*$)

Система уравнений для случая 1:

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = 0 \\ \frac{dI}{dt} = -\beta * I \\ \frac{dR}{dt} = \beta * I \end{cases}$$

Где коэффициент заболеваемости $\alpha = 0.01$, а коэффициенты выздоровления $\beta = 0.02$

По условию задания в варианте $N = 12200$, $I(0) = 130$, $R(0) = 53$, $S(0) = N - I(0) - R(0) = 12200 - 130 - 53 = 12017$, $t = [0, 200]$ с шагом 0.01.

Динамика изменения числа людей в каждой из трех групп в случае 1($I(0) \leq I^*$)

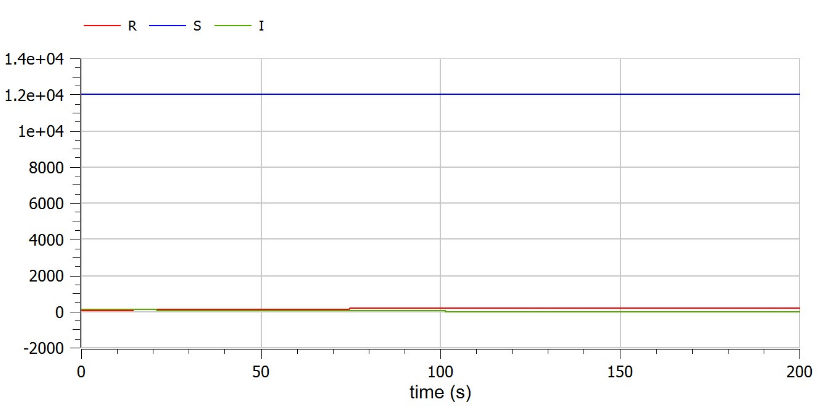

Figure 1: Динамика изменения числа людей в каждой из трех групп в случае 1($I(0) \leq I^*$)

Динамика изменения числа людей заболевших(I) и здоровых с иммунитетом(R) в случае 1($I(0) \leq I^*$)

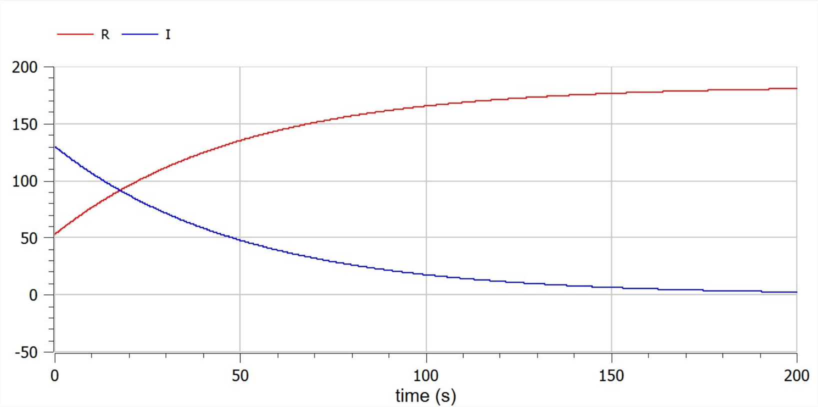

Figure 2: Динамика изменения числа людей заболевших(I) и здоровых с иммунитетом(R) в случае 1($I(0) \leq I^*$)

Случай 2 ($I(0) > I^*$)

Система уравнений для случая 2:

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\alpha * S \\ \frac{dI}{dt} = \alpha * S - \beta * I \\ \frac{dR}{dt} = \beta * I \end{cases}$$

Коэффициенты и значения не отличаются от предыдущего пункта.

Динамика изменения числа людей в каждой из трех групп в случае 2$(I(0) > I^*)$

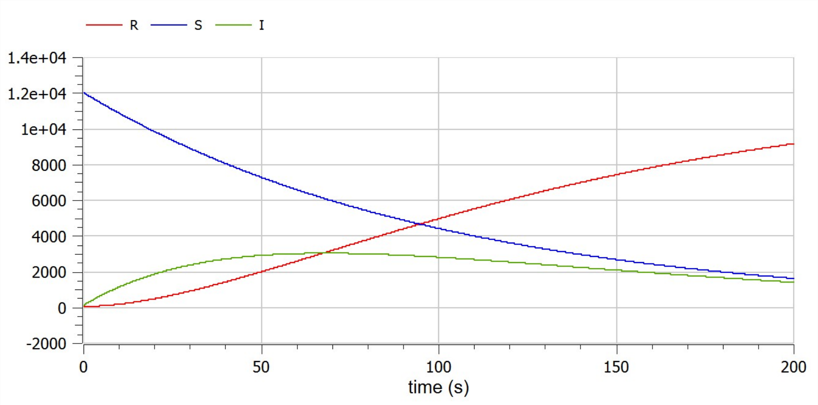

Figure 3: Динамика изменения числа людей в каждой из трех групп в случае 2$(I(0) > I^*)$

- Выполнила лабораторную работу №6.
- Познакомилась с написанием модели эпидемии.
- Познакомилась с написанием математических моделей при использованиии openmodelica.

Список литературы

1. Методические материалы курса.
2. https://studopedia.ru/8_138165_prosteyshaya-model-epidemii.html