

sprawozdanie

Maria Nowacka

czwartek 17.05

1 Wstęp

1.1 Temat: Wyznaczanie gęstości ciał stałych

1.2 Wstęp teoretyczny

Gęstość to jedna z podstawowych cech opisujących ciała w fizyce. Jest to stosunek masy do objętości danego ciała $\rho = \frac{m}{V}$. W doświadczeniu będziemy musieli zmierzyć parametry ciała, aby na ich podstawie obliczyć objętość. Każdy urządzenie pomiarowe ma jednak jakąś niepewność, co będziemy musieli uwzględnić w obliczeniach. Dla uzyskania dokładniejszych wyników wykonamy kilka pomiarów, a następnie obliczymy wartości średnie.

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

1.3 Cel ćwiczenia

- Zapoznanie się z podstawowymi narzędziami inżynierskimi (sposobem pomiaru oraz niedokładnościami przyrządów).
- Wyznaczenie gęstości badanego elementu.
- Analiza otrzymanych wyników i nauka pisania sprawozdań.

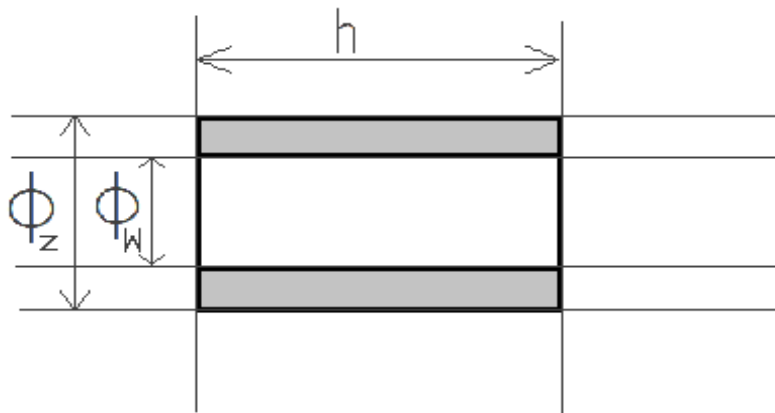
1.4 Schemat układu pomiarowego

Na schemacie przedstawiono mierzone parametry wraz z oznaczeniami.

- ϕ_w oznacza średnicę wewnętrzną
- ϕ_z oznacza średnicę zewnętrzną
- h oznacza wysokość (długość) tulejki

1.5 Opis metody pomiarowej

Tulejkę mierzymy według schematu - średnice wewnętrzną i zewnętrzną, dodatkowo długość tulejki, używając do tego śruby mikrometrycznej i suwmiarki.



lp	ϕ_w	$\Delta_p \phi_w$	ϕ_z	$\Delta_p \phi_z$	h	$\Delta_p h$	m	$\Delta_p m$
1.	11,85	0,05	16	0,01	22,05	0,05	5,17	0,01
2.	12	0,05	16,01	0,01	22,5	0,05	5,41	0,01
3.	12	0,05	16,01	0,01	22,45	0,05	5,7	0,01
4.	11,75	0,05	16	0,01	22,4	0,05	5,49	0,01
5.	11,8	0,05	16,01	0,01	22,5	0,05	5,64	0,01

Tabela 1: Wyniki pomiarów

Pomiary wykonujemy kilkakrotnie, w różnych miejscach. Dodatkowo ważymy ciało kilkakrotnie, kładąc je w różnych miejscach na wadze.

2 Wyniki pomiarów

Wyniki pomiarów znajdują się w Tabeli 1, razem z niepewnościami (odczytanymi z urządzeń pomiarowych).

2.1 Wzory

Aby obliczyć wartość średnią pomiaru używamy wzoru:

$$\overline{\phi_w} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \phi_{wi}$$

Podobnie obliczamy pozostałe wartości średnie.

Na ich podstawie możemy obliczyć średnią objętość:

$$\overline{V} = \frac{\pi \overline{\phi_w}^2}{4} \overline{h} - \frac{\pi \overline{\phi_z}^2}{4} \overline{h}$$

$\overline{\phi_w}$	$u(\overline{\phi_w})$	$\overline{\phi_z}$	$u(\overline{\phi_z})$	\overline{h}	$u(\overline{h})$	\overline{m}	$u(\overline{m})$
11,88	0,05902	16,006	0,00627163	22,38	0,0893495	5,482	0,0937408

Tabela 2: Wartości średnie i niepewności

2.2 Przykładowe obliczenia + komentarze co jest liczone

Aby obliczyć objętość, zaczniemy od wartości średnich wymiarów tulejki

$$\overline{\phi_w} = \frac{1}{5} \cdot (11,85 + 12 + 12 + 11,75 + 11,8) = 11,88$$

$$\overline{\phi_z} = \frac{1}{5} \cdot (16 + 16,01 + 16,01 + 16 + 16,01) = 16,006$$

$$\overline{h} = \frac{1}{5} \cdot (22,05 + 22,5 + 22,45 + 22,4 + 22,5) = 22,38$$

2.3 Wyniki obliczeń

Policzone według wspomnianych wzorów wartości średnie oraz niepewności przedstawiono w Tabeli 2. Na podstawie tych wyników możemy obliczyć objętość średnią:

$$\overline{V} = \frac{\pi \cdot 11,88^2}{4} \cdot 22,38 - \frac{\pi \cdot 16,006^2}{4} \cdot 22,38 = 2022,392333[mm^3] = 2,022392333 \cdot 10^{-6}[m^3]$$

Mając obliczoną średnią masę:

$$\overline{m} = \frac{1}{5} \cdot (5,17 + 5,41 + 5,7 + 5,49 + 5,64) = 5,482[g] = 5,482 \cdot 10^{-3}kg$$

możemy obliczyć średnią gęstość tulejki:

$$\overline{\rho} = \frac{\overline{m}}{\overline{V}} = \frac{5,482 \cdot 10^{-3}kg}{2,022392333 \cdot 10^{-6}[m^3]} = 2,710651099 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$$

2.4 Analiza niepewności pomiarowych

Biorąc pod uwagę różnicę poszczególnych pomiarów i wartości średniej należy obliczyć niepewność (typu A)

$$u_A(\overline{x}) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \overline{x})^2}$$

Urządzenia pomiarowe dają wyniki obarczone błędem, co należy uwzględnić w obliczeniach (niepewność typu B)

$$u_B(x) = \sqrt{\frac{(\Delta_px)^2}{3} + \frac{(\Delta_ex)^2}{3} + \frac{(\Delta_tx)^2}{3}}$$

Końcowa niepewność pomiaru danej wielkości:

$$u(\bar{x}) = \sqrt{u_A^2 + u_B^2}$$

Dodatkowo, jeśli dana wielkość jest zależna od innych, jej niepewność nazywamy niepewnością złożoną i obliczamy ze wzoru:

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^k \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} u(x_i) \right)^2}$$

Korzystamy z podanych wzorów i uzyskujemy niepewność średnicy wewnętrznej typu A:

$$\begin{aligned} u_A(\bar{\phi}_w) &= \sqrt{\frac{1}{5(5-1)} \sum_{i=1}^5 (\phi_{wi} - \bar{\phi}_w)^2} \\ &= \sqrt{\frac{1}{20} ((11, 85 - 11, 88)^2 + (12 - 11, 88)^2 + (12 - 11, 88)^2 + (11, 75 - 11, 88)^2 + (11, 8 - 11, 88)^2)} \\ &= 0,0514781507 [mm] \end{aligned}$$

typu B:

$$u_B(\phi_w) = \sqrt{\frac{(\Delta_p \phi_w)^2}{3}} = \sqrt{\frac{(0,05)^2}{3}} = 0,02886751346 [mm]$$

oraz niepewność ogólną (z oczywistych względów nie uwzględniamy niepewności czasu, oceniamy również wzrok eksperymentatora na wystarczająco dobry):

$$\begin{aligned} u(\bar{\phi}_w) &= \sqrt{u_A^2(\bar{\phi}_w) + u_B^2(\phi_w)} = \sqrt{0,0514781507^2 + 0,02886751346^2} \\ &= 0,0590197707 [mm] \end{aligned}$$

Podobnie obliczamy pozostałe niepewności oraz niepewność złożoną objętości:

$$\begin{aligned} u_c(V) &= \sqrt{\left(\frac{\partial \bar{V}}{\partial \bar{\phi}_z} u(\bar{\phi}_z) \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{V}}{\partial \bar{\phi}_w} u(\bar{\phi}_w) \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{V}}{\partial \bar{h}} u(\bar{h}) \right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{\pi \bar{\phi}_z}{2} u(\bar{\phi}_z) \right)^2 + \left(\frac{\pi \bar{\phi}_w}{2} u(\bar{\phi}_w) \right)^2 + \left(\frac{\pi}{4} (\bar{\phi}_w^2 - \bar{\phi}_z^2) u(\bar{h}) \right)^2} \end{aligned}$$

co po podstawieniu wartości daje wynik:

$$u_c(\bar{V}) = 26,17639344 [mm^3]$$

Do wyniku potrzebujemy ostateczną niepewność $u_c(\rho)$, którą obliczymy z tego samego wzoru:

$$\begin{aligned} u_c(\bar{\rho}) &= \sqrt{\left(\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \bar{V}} u(\bar{V}) \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \bar{m}} u(\bar{m}) \right)^2} = \sqrt{\left(\frac{-\bar{m}}{\bar{V}^2} u(\bar{V}) \right)^2 + \left(\frac{1}{\bar{V}} u(\bar{m}) \right)^2} \\ &= 0,00005813254425 \end{aligned}$$

2.5 Wyniki końcowe

Obliczona niepewność wyniku to 0,00005813254425, po zaokrągleniu do dwóch cyfr znaczących otrzymujemy $5,9 \cdot 10^{-5} \frac{g}{mm^3}$, co można zamienić na $5,9 \cdot 10 \frac{kg}{m^3}$. Zaokrąglimy teraz wynik do tego samego rzędu wielkości

$$2,710651099 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3} \approx 2711 \frac{kg}{m^3}$$

Ostateczny wynik naszego eksperymentu zapisujemy jako

$$\bar{\rho} = (2,711 \pm 0,059) \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$$

3 Wnioski

Udało nam się obliczyć gęstość metalowej tulejki na podstawie jej masy oraz wymiarów. Wzięliśmy pod uwagę niepewności urządzeń pomiarowych; suwmiarki, śruby mikrometrycznej i wagi, oraz obliczone niepewności wynikające z odchylenia poszczególnych pomiarów od wartości średniej. Porównując wynik ze znanymi gęstościami metali można wnioskować, że badana tulejka została wykonana z aluminium.