

Wyznaczanie długości fali świetlnej za pomocą siatki dyfrakcyjnej

Maria Nowacka

czwartek, 17.05

1 Wstęp teoretyczny

W optyce geometrycznej podstawową cechą światła jest jego prostoliniowe rozchodzenie się w ośrodkach o jednorodnym współczynniku załamania. Stąd definiuje się pojęcie promienia świetlnego. Dyfrakcja to zjawisko, które polega na uginaniu się promieni świetlnych napotykających przeszkody na swojej drodze. Odstępstwo od prostoliniowego rozchodzenia się światła jest związane z jego falową naturą. Zgodnie z zasadą Huygensa każdy punkt przestrzeni, do którego dochodzi fala padająca może być traktowany jako nowe źródło fali kulistej. Takie elementarne fale spotykają się ze sobą interferują i w ten sposób powstaje nowa fala świetlna. Siatka dyfrakcyjna to przyrząd do przeprowadzania analizy widmowej światła. Tworzy ją układ równych, równoległych i jednakowo rozmieszczonych szczelin. Fale przechodzące przez szczeliny mają w nich jednakowe fazy drgań a więc będą się wzmacniać w tych kierunkach, w których będzie spełniony warunek na interferencyjne wzmocnienie natężenie światła:

$$d \sin(\Theta) = n\lambda$$

gdzie d - stała siatki dyfrakcyjnej, Θ - kąt odgięcia promieni od ich początkowego biegu, n - rząd widma dyfrakcyjnego, λ - długość fali.

Siatki dyfrakcyjne odgrywają bardzo ważną rolę w wielu przyrządach stosowanych w nauce i technice. Szczególnie często siatki są wykorzystywane do otrzymywania światła monochromatycznego lub do rozszczepiania światła i analizy widm.

2 Cel ćwiczenia

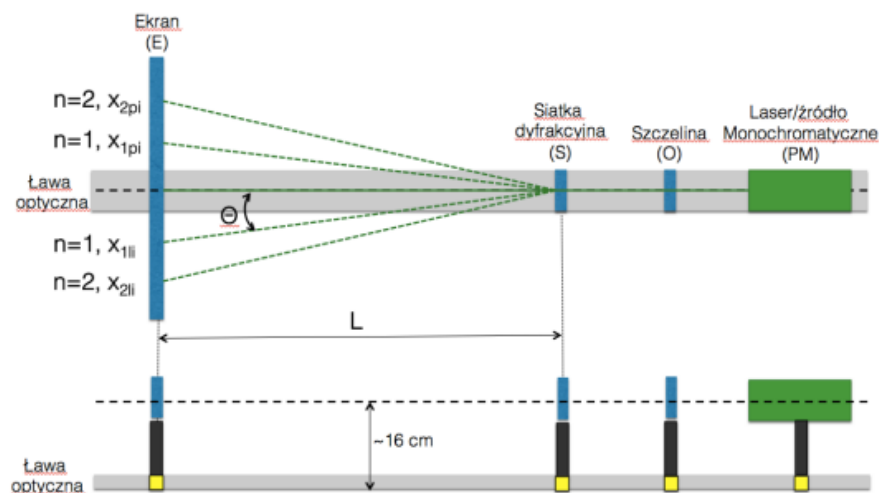
- Wyznaczenie długości fali emisji lasera lub innego źródła światła monochromatycznego.
- Wyznaczenie stałej siatki dyfrakcyjnej.

3 Schemat układu pomiarowego

Przyrządy:

- siatki dyfrakcyjne typu "A" - 50 linii na milimetr oraz typu "B",
- laser,
- ekran ze skalą milimetrową,
- ława optyczna ze skalą milimetrową,
- szczelina.

Schemat znajduje się na Rysunku 1.



Rysunek 1: Schemat układu pomiarowego

4 Opis metody pomiarowej

Ustaw układ w odpowiedni sposób i upewnienij się, że wiązka światła z lasera rozprasza się w pozycji "0" na ekranie.

Część A

Wstaw siatkę dyfrakcyjną oznaczoną literą "A" tak, aby wiązka światła przechodziła przez jej środek. Na ekranie zaobserwuj kolejne rzędy dyfrakcji światła po obu stronach pozycji "0". Ustaw siatkę w odległości $L_1 = 300\text{mm}$ od ekranu. Odczytaj i zanotuj L_i wraz z niepewnością odczytu oraz pozycje linii siatki dyfrakcyjnych po prawej i po lewej stronie (wraz z niepewnością). Odczyt wykonaj dla $n = 1, 2$ rzędu dyfrakcji dla pozycji L_i od 30 do 50 cm, co 10 cm.

Część B

Wstaw siatkę dyfrakcyjną oznaczoną literą "B" tak, aby wiązka światła przechodziła przez jej środek. Na ekranie zaobserwuj kolejne rzędy dyfrakcji światła po obu stronach pozycji "0". Ustaw siatkę w odległości $L_1 = 10\text{ cm}$ od ekranu. Odczytaj i zanotuj L_i wraz z niepewnością związaną z odczytem jej wartości $u(L_i)$ oraz odczytaj pozycję linii dyfrakcyjnych po prawej i po lewej stronie dla $n = 1$ rzędu dyfrakcji. Powtórz ostatni krok, zmieniając odległość siatki od ekranu co 2 cm, do 30 cm.

5 Wyniki pomiarów

Wyniki pomiarów znajdują się w tabelach: Tabela 1 i Tabela 2.

L_i [cm]	$u(L_i)$ [mm]	n	x_l [cm]	x_p [cm]	$u(x)$ [mm]
30	0,58	1	1,0	0,9	0,58
		2	1,9	1,9	
40		1	1,2	1,3	
		2	2,5	2,6	
50		1	1,6	1,7	
		2	3,2	3,2	

Tabela 1: Wyniki pomiarów - część A

L_i [cm]	$u(L_i)$ [mm]	x_l [cm]	x_p [cm]	$u(x)$ [mm]
10	0,58	3,5	3,3	0,58
12		4,2	4,0	
14		4,8	4,6	
16		5,5	5,3	
18		6,2	5,9	
20		6,8	6,5	
22		7,5	7,2	
24		8,2	7,9	
26		8,8	8,5	
28		9,5	9,1	
30		10,3	9,7	

Tabela 2: Wyniki pomiarów - część B

6 Wzory i obliczenia

6.1 Część A

W części A wyznaczymy długość fali emisji lasera.

1. Dla każdego rzędu dyfrakcji $n = 1, 2$ oraz odległości L_i ekranu od siatki obliczamy wartość średnią odległości linii dyfrakcyjnej od pozycji zerowego rzędu dyfrakcji

$$\bar{x}_{n,i} = \frac{x_{nli} + x_{npi}}{2}$$

Przykładowo dla $L_1 = 30$ cm i $n = 1$

$$\bar{x}_{1,1} = \frac{1 + 0,9}{2} = 0,95 \text{ cm}$$

2. Obliczamy odpowiedni sinus kąta ugięcia:

$$\sin(\Theta_{n,i}) = \frac{\bar{x}_{n,i}}{\sqrt{\bar{x}_{n,i}^2 + L_i^2}}$$

Dla tego samego pomiaru:

$$\sin(\Theta_{1,1}) = \frac{0,95}{\sqrt{0,95^2 + 30^2}} = 0,03165080128$$

3. Obliczamy długość fali emisji światła emitowanego przez laser zgodnie z zależnością:

$$\lambda_{n,i} = \frac{d \cdot \sin(\Theta_{n,i})}{n}$$

gdzie: $n = 1, 2$ są kolejnymi rzędami dyfrakcji, i oznacza indeks kolejnego położenia L_i , a $d = 2\mu\text{m}$ to stała siatki dyfrakcyjnej.

Przykładowo:

$$\lambda_{1,1} = \frac{0,002 \cdot 0,03165080128}{1} = 0,00006330160257 \text{ cm}$$

4. Obliczamy wartość średnią $\bar{\lambda}$ długości fali emisji.

$$\bar{\lambda} = \sum_{k=1}^6 \lambda_k = 0,00006373867935 \text{ cm}$$

Pozostałe wartości znajdują się w Tabeli 3.

6.2 Część B

W części B wyznaczamy stałą siatki dyfrakcyjnej.

1. Dla każdej odległości L_i i $n = 1$ rzędu dyfrakcji obliczamy wartość średnią odległości linii dyfrakcyjnej od pozycji zerowego rzędu dyfrakcji

$$\bar{x}_i = \frac{x_{li} + x_{pi}}{2}$$

2. Obliczamy odpowiedni sinus kąta ugięcia:

$$\sin(\Theta_i) = \frac{\bar{x}_i}{\sqrt{\bar{x}_i^2 + L_i^2}}$$

3. Wyznaczamy wartość średnią $\overline{\sin\Theta_i}$

$$\overline{\sin\Theta_i} = \frac{1}{11} \sum_{i=1}^{11} (\sin(\Theta_i)) = 0,3181242302$$

4. Wyznaczamy stałą siatki dyfrakcyjnej d ze wzoru:

$$d = \frac{n\bar{\lambda}}{\overline{\sin\Theta}} \Big|_{n=1} = \frac{0,00006373867935}{0,3181242302} = 0,0002003578266 \text{ cm}$$

Wszystkie wartości znajdują się w Tabeli 4.

7 Analiza niepewności pomiarowych

Niepewność pomiaru przy użyciu ławy optycznej: $\Delta_p L_i = \pm 1 \text{ mm}$

Niepewność standardowa:

$$u(L_i) = \frac{\Delta_p L_i}{\sqrt{3}} = \frac{\pm 1 \text{ mm}}{\sqrt{3}} = 0,577325 \text{ mm} \approx \pm 0,58 \text{ mm}$$

Niepewność pomiaru przy użyciu skali milimetrowej ekranu: $\Delta_p x_l = \Delta_p x_p = \pm 1 \text{ mm}$

7.1 Część A

Niepewność wartości średniej odległości linii dyfrakcyjnej od pozycji zerowego rzędu dyfrakcji x_n

$$u_c(\bar{x}_{n,i}) = \sqrt{\left(\frac{\partial \bar{x}_{n,i}}{\partial x_{n,l,i}} u(x_{n,l,i})\right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{x}_{n,i}}{\partial x_{n,p,i}} u(x_{n,p,i})\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{2} u^2(x_n)} = \sqrt{\frac{0,1 \text{ cm}}{2 \cdot \sqrt{3}^2}} = 0,04082482905 \text{ cm} \approx 0,041 \text{ cm}$$

Niepewność sinusa kąta ugięcia:

$$u_c(\sin(\Theta_{n,i})) = \sqrt{\left(\frac{L_i \bar{x}_{n,i}}{(L_i^2 + \bar{x}_{n,i}^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot u(L)\right)^2 + \left(\frac{L_i^2}{(L_i^2 + \bar{x}_{n,i}^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot u(\bar{x}_{n,i})\right)^2}$$

Dla $n = 1, i = 1$

$$u_c(\sin(\Theta_{1,1})) = \sqrt{\left(\frac{30 \cdot 0,95}{(30^2 + 0,95^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot 0,058\right)^2 + \left(\frac{30^2}{(30^2 + 0,95^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot 0,041\right)^2} = 0,0118934321 \approx 0,012$$

Niepewność standardowa długości fali emisji $u(\bar{\lambda})$

$$u(\bar{\lambda}) = \sqrt{\frac{1}{5 \cdot 6} \sum_{k=1}^6 (\lambda_k - \bar{\lambda})^2} = 0,0000004853954617 \text{ cm} \approx 4,9 \text{ nm}$$

7.2 Część B

Niepewność wartości średniej odległości linii dyfrakcyjnej od pozycji zerowego rzędu dyfrakcji x_i oraz niepewność sinusa kąta ugięcia $u_c(\sin(\Theta_i))$ obliczamy podobnie jak w części A

$$u_c(\bar{x}_i) = \sqrt{\left(\frac{\partial \bar{x}_i}{\partial x_{l,i}} u(x_{l,i})\right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{x}_i}{\partial x_{p,i}} u(x_{n,p,i})\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{2} u^2(x)} = \sqrt{\frac{0,1 \text{ cm}}{2 \cdot \sqrt{3}}} = 0,04082482905 \text{ cm} \approx 0,041 \text{ cm}$$

$$u_c(\sin(\Theta_i)) = \sqrt{\left(\frac{L_i \bar{x}_i}{(L_i^2 + \bar{x}_i^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot u(L_i)\right)^2 + \left(\frac{L_i^2}{(L_i^2 + \bar{x}_i^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot u(\bar{x}_i)\right)^2}$$

dla $i = 1$

$$u_c(\sin(\Theta_1)) = \sqrt{\left(\frac{10 \cdot 3,4}{(10^2 + 3,4^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot 0,058\right)^2 + \left(\frac{10^2}{(10^2 + 3,4^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot 0,041\right)^2} = 0,0118934321 \approx 0,012 \text{ cm}$$

Odchylenie standardowe $u(\overline{\sin(\Theta)})$

$$u(\overline{\sin(\Theta)}) = \sqrt{\frac{1}{11} \sum_{i=1}^{11} (\sin(\Theta_i) - \overline{\sin(\Theta)})^2} = 0,00253426867 \approx 0,0026$$

Niepewność związana z wyznaczeniem stałej siatki dyfrakcyjnej:

$$u_c(d) = \sqrt{\left(\frac{n}{\overline{\sin(\Theta)}} u(\bar{\lambda})\right)^2 + \left(\frac{n \bar{\lambda}}{\overline{\sin(\Theta)}^2} u(\overline{\sin(\Theta)})\right)^2} \Bigg|_{n=1} = 0,000002208085193 \approx 0,0000023 \text{ cm}$$

Wszystkie obliczone niepewności znajdują się w Tabeli 3 (część A) i Tabeli 4 (część B).

L_i [cm]	$u(L_i)$ [cm]	$\overline{x}_{n,i}$ [cm]	$u(\overline{x}_{n,i})$ [cm]	$\sin(\Theta_{n,i})$	$u_c(\sin(\Theta_{n,i}))$	$\lambda_{n,i}$ [cm]		
30	0,058	0,95	0,041	0,0317	0,0075	0,00006330		
		1,9		0,0632	0,0075	0,00006321		
40		1,25		0,0312	0,00645	0,00006247		
		2,55		0,0636	0,0065	0,00006362		
50		1,65		0,0330	0,0058	0,00006596		
		3,2		0,0639	0,0058	0,00006387		
Wartość średnia				$\overline{\lambda}$ (nm) =		637,4		
odchylenie standardowe				$u(\overline{\lambda})$ (nm) =		4,9		

Tabela 3: Wyniki obliczeń - część A

8 Wyniki końcowe

Podsumowując wszystkie obliczenia, możemy zapisać:

$$\bar{\lambda} = (0,00006374 \pm 0,00000049) \text{ cm} = (6,374 \pm 0,049) \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

$$d = (0,0002004 \pm 0,0000023) \text{ cm} = (2,004 \pm 0,023) \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

\bar{x}_i [cm]	$u(\bar{x}_i)$ [cm]	$\sin(\Theta_i)$	$u(\sin(\Theta_i))$
3,400	0,041	0,3220	0,0120
4,100		0,3230	0,0110
4,700		0,3180	0,0110
5,400		0,3198	0,0095
6,050		0,3186	0,0089
6,650		0,3155	0,0085
7,350		0,3169	0,0081
8,050		0,3180	0,0077
8,650		0,3157	0,0075
9,300		0,3152	0,0071
10,000		0,3162	0,0069
Wartość średnia		$\sin(\Theta) =$	0,3181
Niepewność		$u(\sin(\Theta)) =$	0,0026
Stała siatki		$d \mu\text{m} =$	0,2004
Niepewność		$u_c(d) \mu\text{m} =$	0,0023

Tabela 4: Wyniki obliczeń - część B

9 Wnioski

- Dzięki zjawisku dyfrakcji możliwe jest obliczenie długości fali świetlnej.
- Wyznaczona przez nas długość fali światła mieści się w zakresie długości światła czerwonego (627–780 nm)
- Korzystając z obliczonej długości fali oraz potrzebnych pomiarów, wyznaczyliśmy stałą siatki dyfrakcyjnej - możemy przybliżyć, że na siatce jest około 500 rys na 1 mm siatki.