sprawozdanie

Maria Nowacka

czwartek 17.05

1 Wstęp

1.1 Temat: Wyznaczanie gęstości ciał stałych

1.2 Wstęp teoretyczny

Gęstość to jedna z podstawowych cech opisujących ciała w fizyce. Jest to stosunek masy do objętości danego ciała $\rho = \frac{m}{V}$. W doświadczeniu będziemy musieli zmierzyć parametry ciała, aby na ich podstawie obliczyć objętość. Każdy urządzenie pomiarowe ma jednak jakąś niepewność, co będziemy musieli uwzględnić w obliczeniach. Na początku trzeba wykonać kilka pomiarów (a tym przypadku 5) i obliczyć z nich średnią arytmetyczną, korzystając ze wzoru:

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

1.3 Cel ćwiczenia

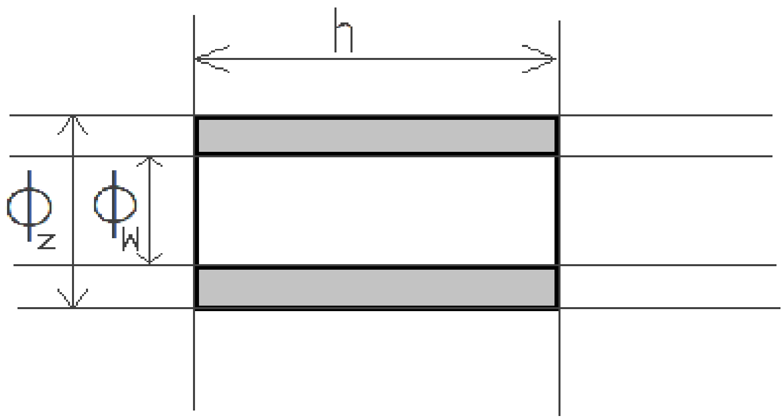
- Zapoznanie się z podstawowymi narzędziami inżynierskimi (sposobem pomiaru oraz niedokładnościami przyrządów).
- Wyznaczenie gęstości badanego elementu.
- Analiza otrzymanych wyników i nauka pisania sprawozdań.

1.4 Schemat układu pomiarowego

Na schemacie przedstawiono mierzone parametry wraz z oznaczeniami.
- ϕ_w oznacza średnicę wewnętrzną
- ϕ_z oznacza średnicę zewnętrzną
- h oznacza wysokość (długość) tulejki

1.5 Opis metody pomiarowej

Rurkę mierzymy według schematu - średnice wewnętrzną i zewnętrzną, dodatkowo długość tulejki, używając do tego śruby mikrometrycznej i suwmiarki.



,

lp	ϕ_w	$\Delta_p \phi_w$	ϕ_z	$\Delta_p \phi_z$	h	$\Delta_p h$	m	$\Delta_p m$
1.	11,85	0,05	16	0,01	22,05	0,05	5,17	0,01
2.	12	0,05	16,01	0,01	22,5	0,05	5,41	0,01
3.	12	0,05	16,01	0,01	22,45	0,05	5,7	0,01
4.	11,75	0,05	16	0,01	22,4	0,05	5,49	0,01
5.	11,8	0,05	16,01	0,01	22,5	0,05	5,64	0,01

Tabela 1: Wyniki pomiarów

Pomiary wykonujemy kilkakrotnie, w różnych miejscach. Dodatkowo ważymy ciało kilkukrotnie, kładąc je w różnych miejscach na wadze.

2 Wyniki pomiarów

Wyniki pomiarów znajdują się w Tabeli 1, razem z niepewnościami (odczytanymi z urządzeń pomiarowych).

2.1 Wzory

Aby obliczyć wartość średnią pomiaru używamy wzoru:

$$\overline{\phi_w} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \phi_{wi}$$

Podobnie obliczamy pozostałe wartości średnie.
Na ich możemy obliczyć średnią objętość

$$\overline{V} = \frac{\pi \overline{\phi_w}^2}{4} \overline{h} - \frac{\pi \overline{\phi_z}^2}{4} \overline{h}$$

$\overline{\phi_w}$	u($\overline{\phi_w}$)	$\overline{\phi_z}$	u($\overline{\phi_z}$)	$\overline{h}$	u($\overline{h}$)	$\overline{m}$	u($\overline{m}$)
11,88	0,05902	16,006	0,00627163	22,38	0,0893495	5,482	0,0937408

Tabela 2: Wartości średnie i niepewności

2.2 Przykładowe obliczenia + komentarze co jest liczone

Aby obliczyć objętość, zaczniemy od wartości średnich wymiarów tulejki

$$\overline{\phi_w} = \frac{1}{5} \cdot (11,85 + 12 + 12 + 11,75 + 11,8) = 11,88$$

$$\overline{\phi_z} = \frac{1}{5} \cdot (16 + 16,01 + 16,01 + 16 + 16,01) = 16,006$$

$$\overline{h} = \frac{1}{5} \cdot (22,05 + 22,5 + 22,45 + 22,4 + 22,5) = 22,38$$

Objętość średnia, po podstawieniu wartości do wzoru przedstawia się w następujący sposób:

$$\overline{V} = \frac{\pi \cdot 11,88^2}{4} \cdot 22,38 - \frac{\pi \cdot 16,006^2}{4} \cdot 22,38 = 2022,392333[mm^3] = 2,022392333 \cdot 10^{-6}[m^3]$$

Mając obliczoną średnią masę:

$$\overline{m} = \frac{1}{5} \cdot (5,17 + 5,41 + 5,7 + 5,49 + 5,64) = 5,482[g] = 5,482 \cdot 10^{-3} kg$$

możemy obliczyć średnią gęstość tulejki:

$$\overline{\rho} = \frac{\overline{m}}{\overline{V}} = \frac{5,482 \cdot 10^{-3} kg}{2,022392333 \cdot 10^{-6}[m^3]} = 2,710651099 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$$

2.3 Wyniki obliczeń

Policzone według wspomnianych wzorów wartości średnie oraz niepewności przedstawiono w Tabeli 2.

2.4 Analiza niepewności pomiarowych

Biorąc pod uwagę różnicę poszczególnych pomiarów i wartości średniej należy obliczyć niepewnoś (typu A)

$$u_A(\overline{x}) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}$$

Urządzenia pomiarowe dają wyniki obarczone błędem, co należy uwzględnić w obliczeniach (niepewność typu B)

$$u_B(x) = \sqrt{\frac{(\Delta_p x)^2}{3} + \frac{(\Delta_e x)^2}{3} + \frac{(\Delta_t x)^2}{3}}$$

Końcową niepewność pomiaru danej wielkości:

$$u(\overline{x}) = \sqrt{u_A^2 + u_B^2}$$

Dodatkowo, jeśli dana wielkość jest zależna od innych, jej niepewność nazywamy niepewnością złożoną i obliczamy ze wzoru:

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{k} \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} u(x_i) \right)^2}$$

Korzystamy z podanych wzorów i uzyskujemy niepewność średnicy wewnętrzej typu A:

$$u_A(\overline{\phi_w}) = \sqrt{\frac{1}{5(5-1)} \sum_{i=1}^{5} (\phi_{wi} - \overline{\phi_w})^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{20}((11,85-11,88)^2 + (12-11,88)^2 + (12-11,88)^2 + (11,75-11,88)^2 + (11,8-11,88)^2)}$$

$$= 0,0514781507[mm]$$

tupu B:

$$u_B(\phi_w) = \sqrt{\frac{(\Delta_p \phi_W)^2}{3}} = \sqrt{\frac{(0,05)^2}{3}} = 0,02886751346 \ [mm]$$

oraz niepewność ogólną (z oczywistych względów nie uwzględniamy niepewości czasu, oceniamy również wzrok eksperymentatora na wystarczająco dobry):

$$u(\overline{\phi_w}) = \sqrt{u_A^2(\overline{\phi_w}) + u_B^2(\phi_w)} = \sqrt{0,0514781507^2 + 0,02886751346^2}$$

$$= 0,0590197707 \ [mm]$$

Podobnie obliczamy pozostałe niepewności oraz niepewność złożoną objętości:

$$u_c(V) = \sqrt{\left(\frac{\partial \overline{V}}{\partial \overline{\phi_z}} u(\overline{\phi_z}) \right)^2 + \left(\frac{\partial \overline{V}}{\partial \overline{\phi_w}} u(\overline{\phi_w}) \right)^2 + \left(\frac{\partial \overline{V}}{\partial \overline{h}} u(\overline{h}) \right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{\pi \overline{\phi_z}}{2} u(\overline{\phi_z}) \right)^2 + \left(\frac{\pi \overline{\phi_w}}{2} u(\overline{\phi_w}) \right)^2 + \left(\frac{\pi}{4} (\overline{\phi_w}^2 - \overline{\phi_z}^2) u(\overline{h}) \right)^2}$$

co po podstawieniu wartości daje wynik:

$$u_c(\overline{V}) = 26,17639344 \ [mm^3]$$

Do wyniku potrzebujemy ostateczną niepewność $u_c(\rho)$, którą obliczymy z tego samego wzoru:

$$u_c(\overline{\rho}) = \sqrt{\left(\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial \overline{V}} u(\overline{V}) \right)^2 + \left(\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial \overline{m}} u(\overline{m}) \right)^2} = \sqrt{\left(\frac{-\overline{m}}{\overline{V}^2} u(\overline{V}) \right)^2 + \left(\frac{1}{\overline{V}} u(\overline{m}) \right)^2}$$

$$= 0,00005813254425$$

2.5 Wyniki końcowe

Obliczona niepewność wyniku to $0,00005813254425$, po zaokrągleniu do dwóch cyfr znaczących otrzymujemy $5,9 \cdot 10^{-5} \frac{g}{mm^3}$, co można zamienić na $5,9 \cdot 10 \frac{kg}{m^3}$. Zaokrąglimy teraz wynik do tego samego rzędu wielkości

$$2,710651099 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3} \approx 2711 \frac{kg}{m^3}$$

Ostateczny wynik naszego eksperymentu zapisujemy jako

$$\overline{\rho} = (2,711 \pm 0,059) \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$$

3 Wnioski