Spis treści

1 Część 1

1.1 Zadanie 1

W pewnej dużej firmie technologicznej przeprowadzono ankietę mającą na celu ocenę skuteczności programów szkoleniowych dla pracowników. Wzięło w niej udział 200 losowo wybranych osób (losowanie proste ze zwracaniem).

1.1.1 Zadanie 1.1

Wczytamy dane i sprawdzimy ich rozmiar.

```
[1] 200   8
```

Dane zawierają 200 wierszy oraz 8 kolumn.

Sprawdzamy typy zmiennych.

```
      DZIAŁ         STAŻ    CZY_KIER        PYT_1        PYT_2        PYT_3 
"character"   "integer" "character"   "integer"   "integer"   "integer" 
       PŁEĆ         WIEK 
"character"   "integer" 
```

Wszystkie zmienne o typie *character* przekształcamy na typ *factor*.

```
Liczba wartości brakujących wynosi: 0
```

Sprawdzamy, czy typy zmiennych zostały prawidłowo rozpoznane.

1. Zmienne ilościowe (typ numeric)

```
 STAŻ PYT_1 PYT_2 PYT_3  WIEK 
    2     4     5     6     8 
```

2. Zmienne jakościowe (typ factor)

```
   DZIAŁ CZY_KIER     PŁEĆ 
       1        3        7 
```

1.1.2 Zadanie 1.2

Utwórz zmienną WIEK_KAT przeprowadzając kategoryzacją zmiennej WIEK korzystając z nastąpujących przedziałów: do 35 lat, między 36 a 45 lat, między 46 a 55 lat, powyżej 55 lat.

1.1.3 Zadanie 1.3

Sporządź tablice liczności dla zmiennych: DZIAŁ, STAŻ, CZY_KIER, PŁEĆ, WIEK_KAT. Sformułuj wnioski.

```
DZIAŁ
HR IT MK PD
31 26 45 98

STAŻ
  1   2   3
 41 140  19

CZY_KIER
Nie Tak
173  27

PŁEĆ
  K   M
 71 129

WIEK_KAT
  <35 36-40 46-55   >55
   26   104    45    25
```

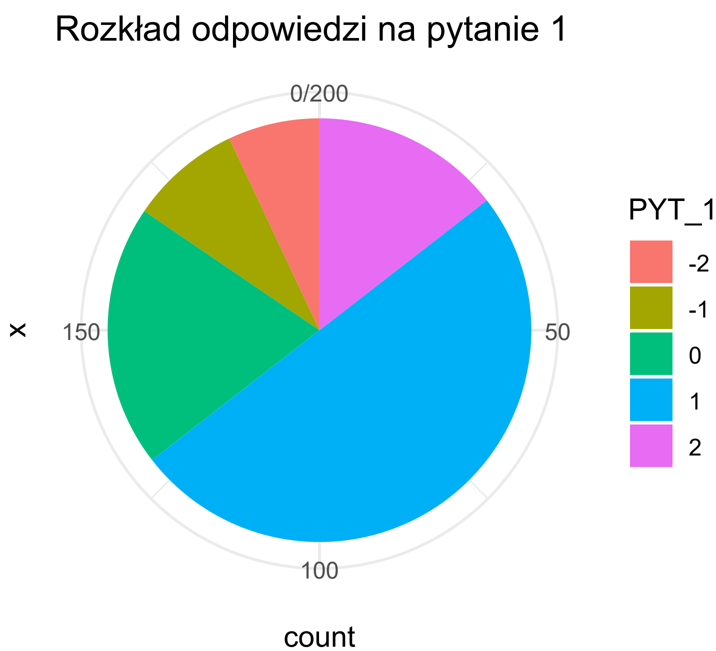
Na podstawie tabel liczności możemy zauważyć, że:

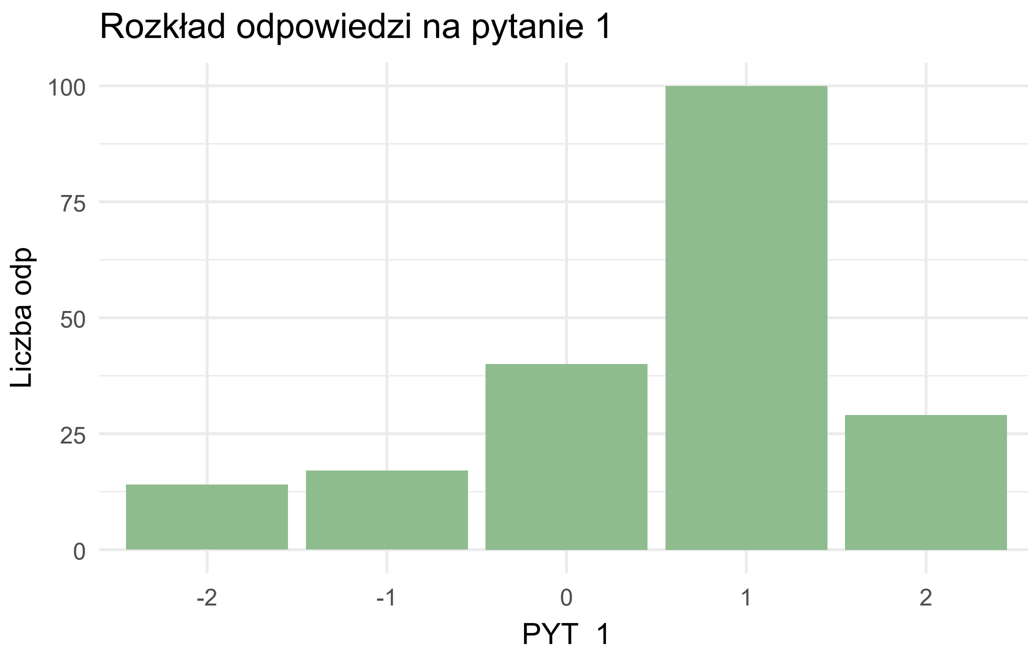
- W firmie prawie połowa pracowników jest zatrudniona w dziale **"PD"** (Dział Produktowy). Drugi największy dział to "MK" (Marketing), następnie "HR" (Dział zasobów ludzkich). Najmniej pracowników jest zatrudnionych w dziale "IT".
- Najwięcej osób pracuje w firmie między jednym a trzema latami. Mało osób ma staż ponad 3 lata.
- W firmie 27 osób ma stanowisko kierownicze (zdecydowana mniejszość)

- Większość pracowników to **mężczyźni**.
- Ponad połowa pracowników jest w wieku **36-40 lat**.

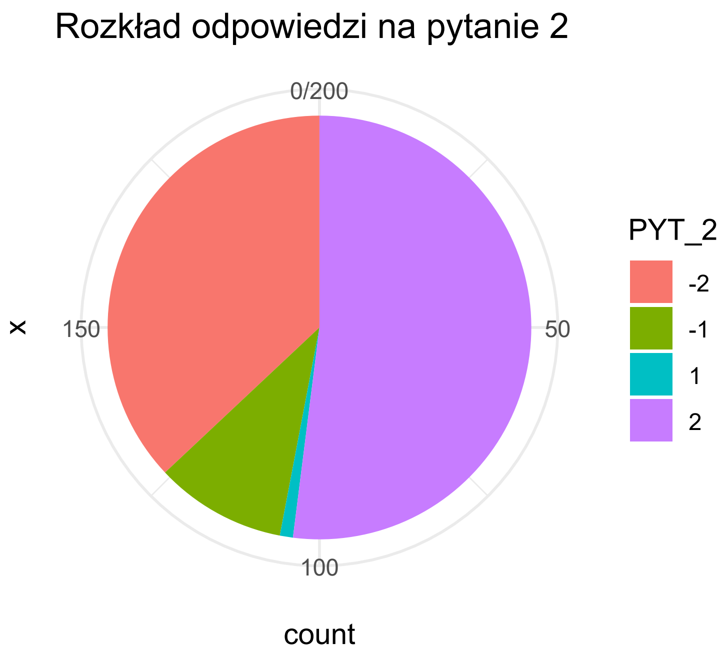
1.1.4 Zadanie 1.4

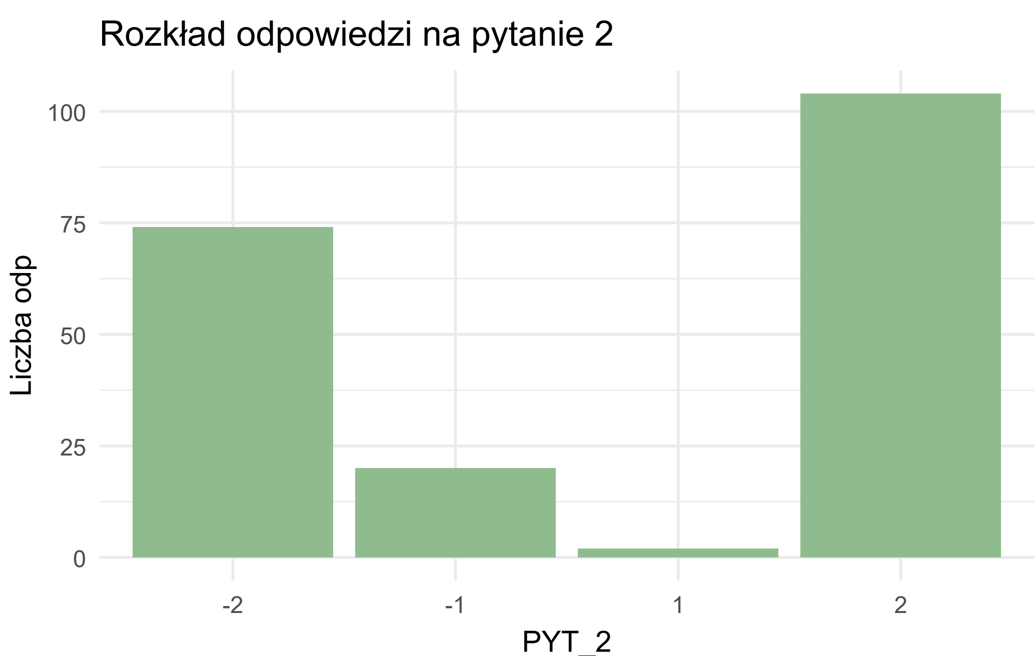
Sporządź wykresy kołowe oraz wykresy słupkowe dla zmiennych: PYT_1 oraz PYT_2. Sformułuj wnioski.





Pytanie 1 brzmiało: "Jak bardzo zgadzasz się ze stwierdzeniem, że firma zapewnia odpowiednie wsparcie i materiały umożliwiające skuteczne wykorzystanie w praktyce wiedzy zdobytej w trakcie szkoleń?" większość ankietowanych odpowiedziała 1 - "Zgadzam się" lub 2 - "Zdecydowanie się zgadzam". Prawie 1/4 osób nie ma zdania na ten temat. Możemy więc wnioskować, że więszość firmy jest zadowolona z przeprowadzanych szkoleń.





Na **pytanie 2**, o treści "Jak bardzo zgadzasz się ze stwierdzeniem, że firma oferuje szkolenia dostosowane do twoich potrzeb, wspierając twój rozwój zawodowy i szanse na awans?" nieco ponad połowa osób odpowiedziała "Zdecydowanie się zgadzam", jednak prawie wszyscy inni pracownicy dali odpowiedź "Nie zgadzam się" lub "Zdecydowanie się nie zgadzam", z przewagą tych drugich. Na to pytanie pracownicy udzielili bardzo skrajnych odpowiedzi. Pomimo zadowolenia połowy pracowników, warto zbadać ten temat głębiej i przeprowadzić szkolenia dla tych, którzy nie czują się odpowiednio wspierani przez firmę.

1.1.5 Zadanie 1.5

Sporządź tablice wielodzielcze dla par zmiennych: PYT_1 i DZIAŁ, PYT_1 i STAŻ, PYT_1 i CZY_KIER, PYT_1 i PŁEĆ oraz PYT_1 i WIEK_KAT. Sformułuj wnioski.

```
     DZIAŁ
PYT_1 HR IT MK PD
   -2  2  0  3  9
   -1  2  2  3 10
   0   5  4 14 17
   1  19 15 15 51
   2   3  5 10 11
```

```
     STAŻ
PYT_1  1  2  3
   -2  5  5  4
   -1  6 10  1
   0   8 26  6
   1  19 75  6
   2   3 24  2
```

```
     CZY_KIER
PYT_1 Nie Tak
   -2  10   4
   -1  14   3
   0   34   6
   1   88  12
   2   27   2
```

```
     PŁEĆ
PYT_1  K  M
   -2  3 11
   -1  7 10
   0  14 26
   1  36 64
   2  11 18
```

	WIEK_KAT			
PYT_1	<35	36-40	46-55	>55
-2	1	11	2	0
-1	6	7	1	3
0	3	24	5	8
1	13	50	25	12
2	3	12	12	2

Wnioski

- Dział:
  - najwięcej osób niezgadzających się z podanym stwierdzeniem jest w dziale PD ale to największy dział,
  - IT wydaje się być w większości zadowolony z przeprowadzanych szkoleń.
- Staż:
  - dla osób z niższym stażem około połowa osób zgadza się z podanym stwierdzeniem, reszta nie ma zdania lub się nie zgadza.
  - dla osob ze stażem miedzy 1 a 3 lata mamy bardzo dużą grupę osób zgadzających się z podanym stwierdzeniem, jednak całkiem sporo osób zaznaczyło opcję "nie mam zdania".
- Kierownictwo
  - około 1/4 kierowników jest niezadowolona przeprowadzanych szkoleń.
  - Dla nie-kierowników odpowiedzi rozkładają się bardziej w kierunku pozytywnym.
- Płeć:
  - kobiety są bardziej zadowolone (procentowo) z wsparcia i możliwości oferowanych przez szkolenia.
- Wiek:
  - największy odsetek niezadowolonych osób jest wśród najmłodszych pracowników a najmniejszy w grupie 46-55 lat.

1.1.6 Zadanie 1.6

Sporządź tablicę wielodzielczą dla pary zmiennych: PYT_2 i PYT_3. Sformułuj wnioski.

```
     PYT_3
PYT_2 -2 -1  1  2
   -2 49 16  5  4
   -1  3  6 10  1
   1   0  0  2  0
   2   0  8 15 81
```

Wnioski

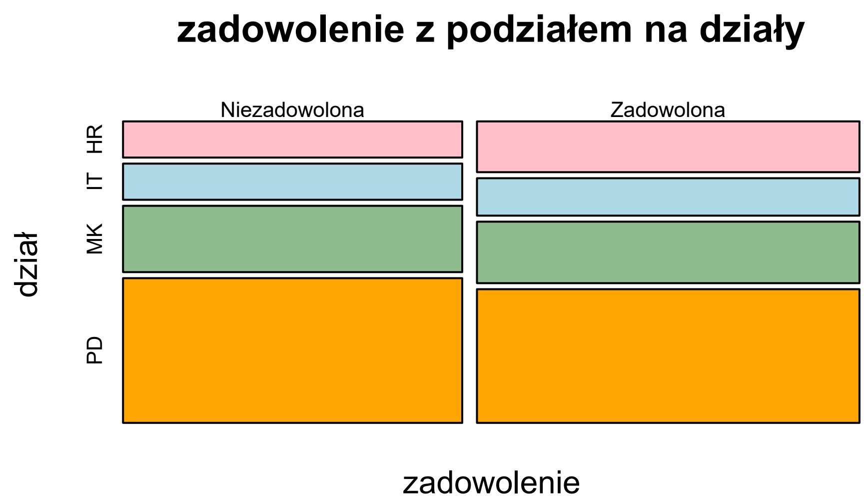
Duże grupy osób zostały przy swojej silnej opini (-2 i 2). Sumarycznie około 15% głosów zmieniono na bardziej pozytywne, jednak w ponad 10% przypadków opinia zmieniła się na gorszą. Sugeruje to, że część osób odczuła pozytywne skutki szkoleń, jednak nadal pozostaje grupa osób, którym one nie pomogły, a nawet zaszkodziły.

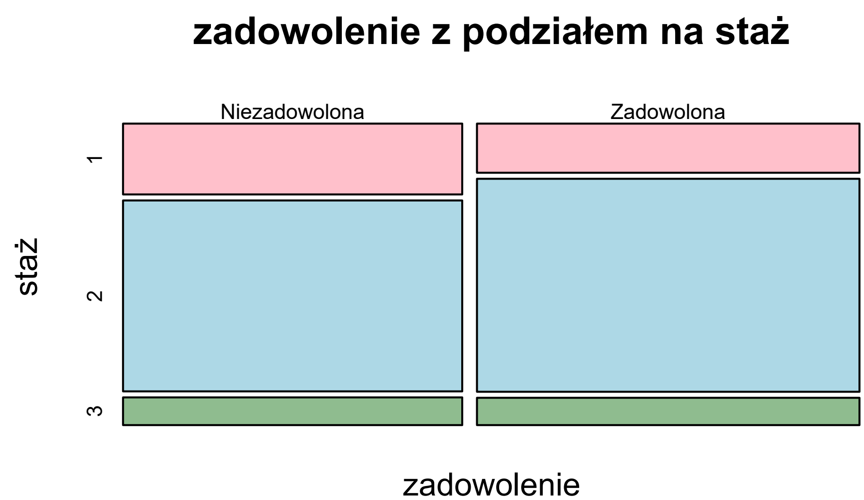
1.1.7 Zadanie 1.7

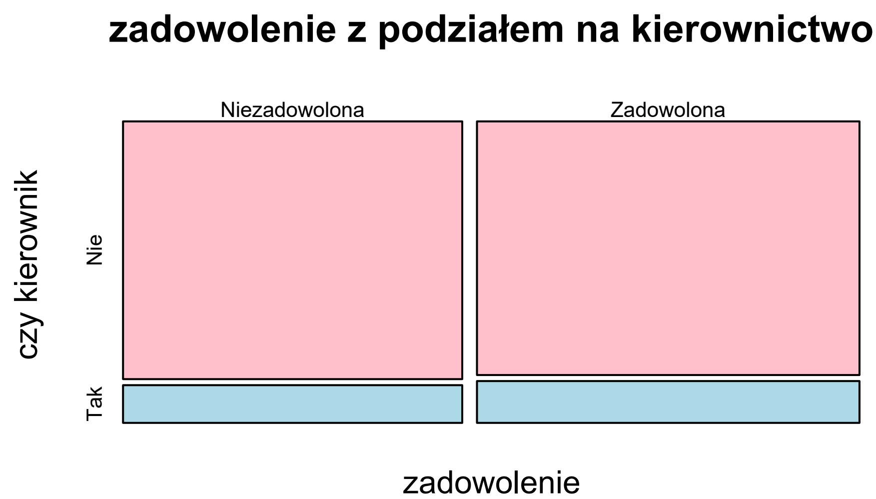
Utwórz zmienną CZY_ZADOW na podstawie zmiennej PYT_2 łącząc kategorie "nie zgadzam się" i "zdecydowanie się nie zgadzam" oraz "zgadzam się" i "zdecydowanie się zgadzam".

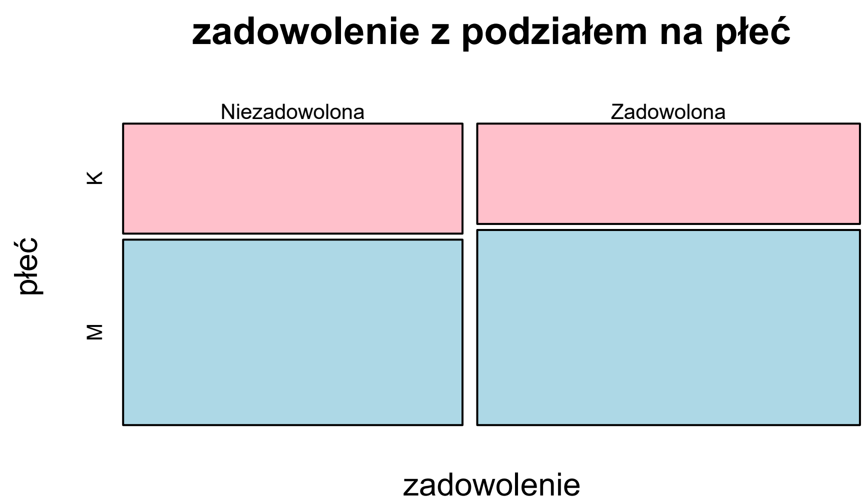
1.1.8 Zadanie 1.8

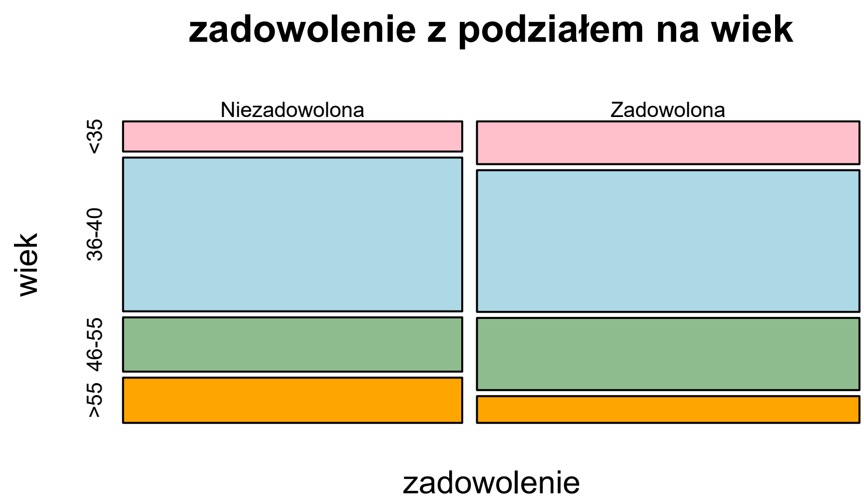
Sporządź wykresy mozaikowe odpowiadające parom zmiennych: CZY_ZADOW i DZIAŁ, CZY_ZADOW i STAŻ, CZY_ZADOW i CZY_KIER, CZY_ZADOW i PŁEĆ oraz CZY_ZADOW i WIEK_KAT. Czy na podstawie uzyskanch wykresów można postawić pewne hipotezy dotyczące realicji między powyższymi zmiennymi? Spróbuj sformułować kilka takich hipotez.


zadowolenie z podziałem na działy
Niezadowolona
Zadowolona
HR
IT
MK
PD
dział
zadowolenie


zadowolenie z podziałem na staż
Niezadowolona
Zadowolona
1
2
3
staż
zadowolenie


zadowolenie z podziałem na kierownictwo
Niezadowolona
Zadowolona
czy kierownik
Nie
Tak
zadowolenie


zadowolenie z podziałem na płeć
Niezadowolona
Zadowolona
płeć
K
M
zadowolenie



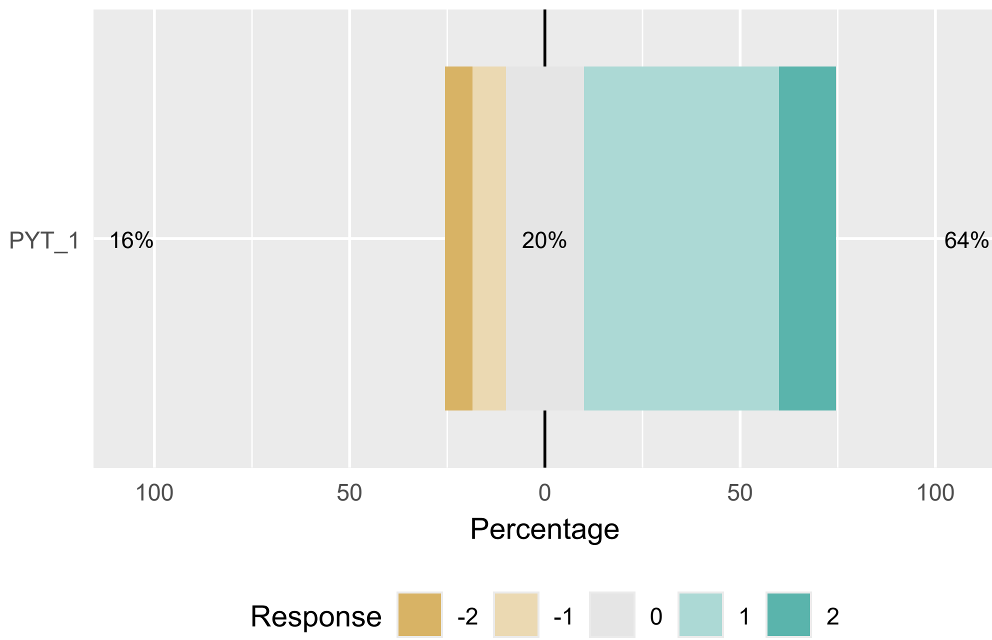
Badając odpowiedzi na **pytanie 2**, przy podziale pracowników na odpowiednie grupy możemy zauważyć:

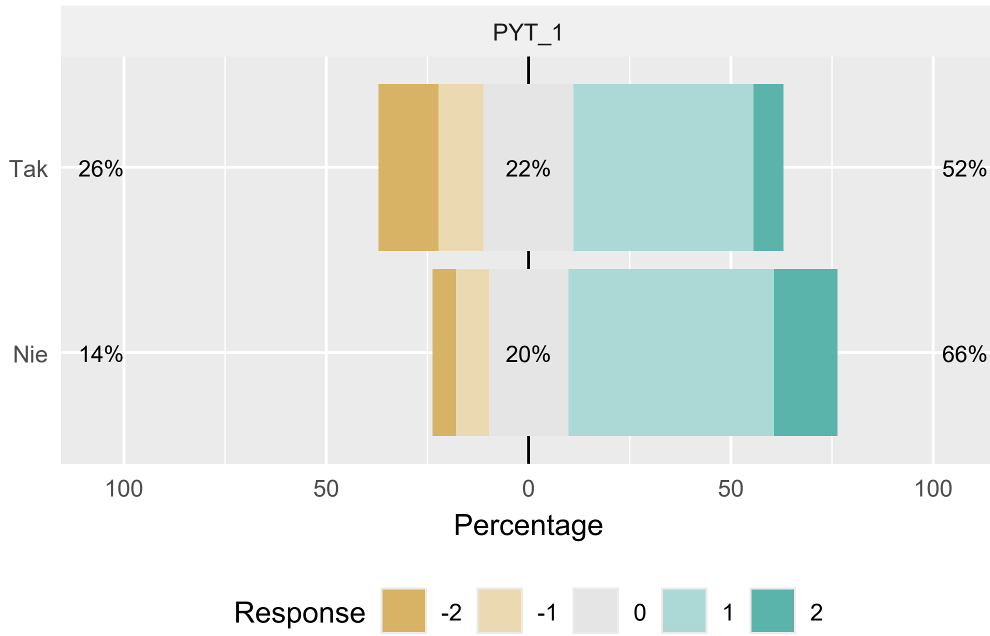
- DZIAŁ: widzimy, że dla działu "PD" oraz "MK" więcej jest osób niezadowolonych, a w dziale "HR" więcej mamy osób zadowolonych. W dziale "IT" jest mniej więcej tyle samo zadowolonych i niezadowolonych osób. Widzimy zależność między badanymi zmiennymi.
- STAŻ: osoby o najmniejszym stażu są w większości niezadowolone, Dla grupy 1-3 widzimy zadowolenie większości, a w ostatniej grupie odpowiedzi rozkładają się po równo. Moglibyśmy przetestować jeszcze raz tę zależność dla bardziej szczegółowego podziału osób według długości stażu, teraz widzimy niezbyt silną korelację.
- CZY_KIER: przy tym podziale nie widać drastycznych nierówności. Osoby o stanowisku kierowniczym są delikatnie częściej zadowolone od pozostałych. Nie widać jednak silnej zależności między tymi zmiennymi.
- PŁEĆ: wiecej kobiet jest niezadowolonych, a w grupie mężczyzn delikatnie przeważają osoby zadowolone. Ponownie nie widać silnej zależności.
- WIEK_KAT: w grupach "36-40" oraz ">55" przeważają odpowiedzi negatywne (niezadowolenie), a w pozostałych - pozytywne. Widzimy tutaj pewną nieliniową zależność.

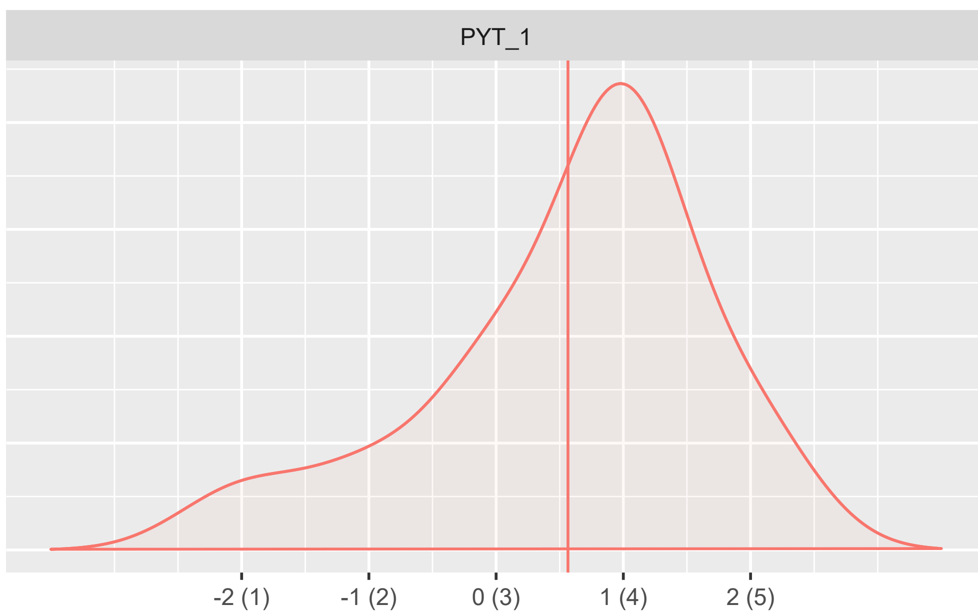
2 Część 2

2.1 Zadanie 2

Zilustruj odpowiedzi na pytanie "Jak bardzo zgadzasz się ze stwierdzeniem, że firma pozwala na (...)?" (zmienna PYT_1) w całej badanej grupie oraz w podgrupach ze względu na zmienną CZY_KIER. W tym celu możesz zaproponować własne metody wizualizacji lub zapoznać się z biblioteką `likert` i dostępnymi tam funkcjami `summary` oraz `plot` (jeśli korzystarz z R) oraz z bibliotek `Altair` lub `plot-likert` (jeśli korzystarz z Pythona).







Na pierwszym i ostatnim wykresie widzimy przewagę odpowiedzi “1” i “2”, nad pozostałymi “-2”, “-1” i “0”. Jednak po podzieleniu grupy badanych ze względu na zmienną CZY_KIER widzimy większe niezodowolenie w grupie kierowników. Osoby bez stanowisk kierowniczych rzadziej udzielały negatywnych odpowiedzi i częściej głosowały na opcję “Zdecydowanie się zgadzam”.

2.2 Zadanie 3

Zapoznaj się z funkcją `sample` z biblioteki `stats` (w R) lub z funkcją `random.choice` z biblioteki numpy (w Pythonie). Przetestuj jej działanie dla różnych wartości argumentów wejściowych. Następnie wylosuj próbkę o liczności 10% wszystkich rekordów z pliku “ankieta.csv” w dwóch wersjach: ze zwracaniem oraz bez zwracania

```
library(stats)
bez_zwracania <- ankieta[sample(1:nrow(ankieta), size = 0.1*nrow(ankieta), replace = FALSE),]
ze_zwracaniem <- ankieta[sample(1:nrow(ankieta), size = 0.1*nrow(ankieta), replace = TRUE),]
```

2.3 Zadanie 4

Zaproponuj metodę symulowania zmiennych losowych z rozkładu dwumianowego. Napisz funkcję do generowania realizacji, a następnie zaprezentuj jej działanie porównując wybrane teoretyczne i empiryczne charakterystyki dla przykładowych wartości paramertów rozkładu: n i p.

```
symulacja <- function(N,n, p) {

  wyniki <- numeric(N)

  for(i in 1:N) {
    bernoulli <- rbinom(n = n, size = 1, prob = p)
    wyniki[i] <- sum(bernoulli)
  }

  return(wyniki)
}
n <- 200
p <- 0.2
N <- 10000
```

```
Teoretyczna wartość oczekiwana:  40

Teoretyczna wariancja:  32

empiryczna wartość oczekiwana:  40.0629

empiryczna wariancja:  31.86713
```

2.4 Zadanie 5

Zaproponuj metodę symulowania wektorów losowych z rozkładu wielomianowego. Napisz funkcję do generowania realizacji, a następnie zaprezentuj jej działanie porównujęc wybrane teoretyczne i empiryczne charakterystyki dla przykładowych wartości paramertów rozkładu: n i **p**.

```
los_wiel <- function(ps, N){
  k <- length(ps)
  csum = cumsum(ps)
  X <- rep(0, k)
  for (i in 1:N){
    Z <- runif(1)
    for (j in 1:k){
      if (Z<csum[j]){
      X[j] <- X[j] + 1
      break }
    }
  }
  return(X/N)
}
```

```
Podany wektor prowdopodobieństwa:     0.1 0.23 0.47 0.17 0.03
```

```
Empiryczny rozkład prawdopodobieństwa 0.1022 0.2285 0.4677 0.1723 0.0293
```

3 Część 3 i 4

3.1 Zadanie 6

Napisz funkcję do wyznaczania realizacji przedziału ufności Cloppera-Pearsona. Niech argumentem wejściowym będzie poziom ufności, liczba sukcesów i liczba prób lub poziom ufności i wektor danych (funkcja powinna obsługiwać oba przypadki).

```
clopper_pearson <- function(alpha, sukces, n = NULL){
  if(is.null(n)){
    data <-  sukces
    sukces <- sum(data == "1")
    n <- length(data)
```

```
  }
  if(sukces == 0){
    p_dol <-  0
  } else{
    p_dol <-  qbeta(alpha, sukces, n-sukces - 1)
  }
  if(sukces == n){
    p_gora <-  1
  } else{
    p_gora <- qbeta(alpha, sukces + 1, n - sukces)
  }
  return(c(p_dol, p_gora))
}
```

3.2 Zadanie 7

Korzystając z funkcji napisanej w zadaniu 6. wyznacz realizacje przedziałów ufności dla prawdopodobieństwa, że pracownik uważa szkolenia za przystosowane do swoich potrzeb w pierwszym badanym okresie oraz w drugim badanym okresie. Skorzystaj ze zmiennych CZY_ZADW oraz CZY_ZADW_2 (utwórz zmienną analogicznie jak w zadaniu 1.7). Przyjmij $1-\alpha = 0.95$.

```
Przedział dla zmiennej 'CZY_ZADOW':  0.4583305 0.6007671
```

```
Przedział dla zmiennej 'CZY_ZADOW2': 0.5184216 0.6588694
```

3.3 Zadanie 8

Zapoznaj się z funkcjami do generowania zmiennych losowych z rozkładu dwumianowego oraz do wyznaczania przedziałów ufności dla parametru p. Przetestuj ich działanie.

```
rbinom(5, 1000, 0.37) # funkcja z biblioteki stats
```

```
[1] 366 390 377 362 366
```

```
binom.confint(x = 2, n = 10, conf.level = 0.95, methods='exact')
```

```
  method x  n mean      lower     upper
1  exact 2 10  0.2 0.02521073 0.5560955
```

W przypadku pierwszej funkcji podajemy parametry:

- n: liczbę obserwacji
- size: liczbę prób
- prob: prawdopodobieństwo sukcesu (p).

Funkcja zwraca ektor długości n, zawierający wygenerowane liczby sukcesów (od 0 do size), z rozkładu dwumianowego.

W przypadku funkcji `binom.confint`, parametry to:

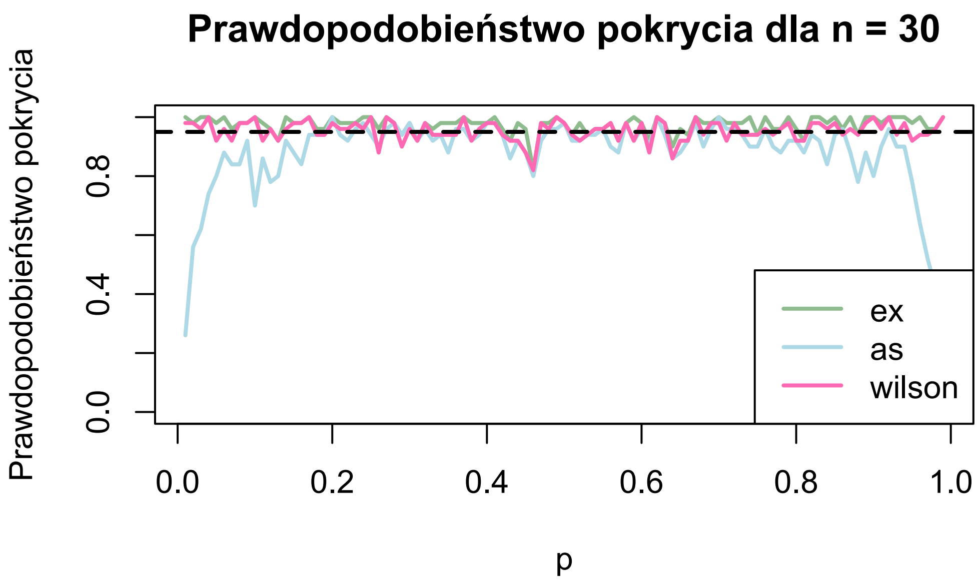
- x: liczba sukcesów (może być wektor),
- n: liczba prób (czyli rozmiar próby),
- conf.level: poziom ufności (np. 0.95),
- methods: metoda wyznaczania przedziału ufności, np. "exact", "ac", "asymptotic", "wilson", "prop.test", "bayes", "logit", "cloglog", "probit". Wbudowana opcja to "all".

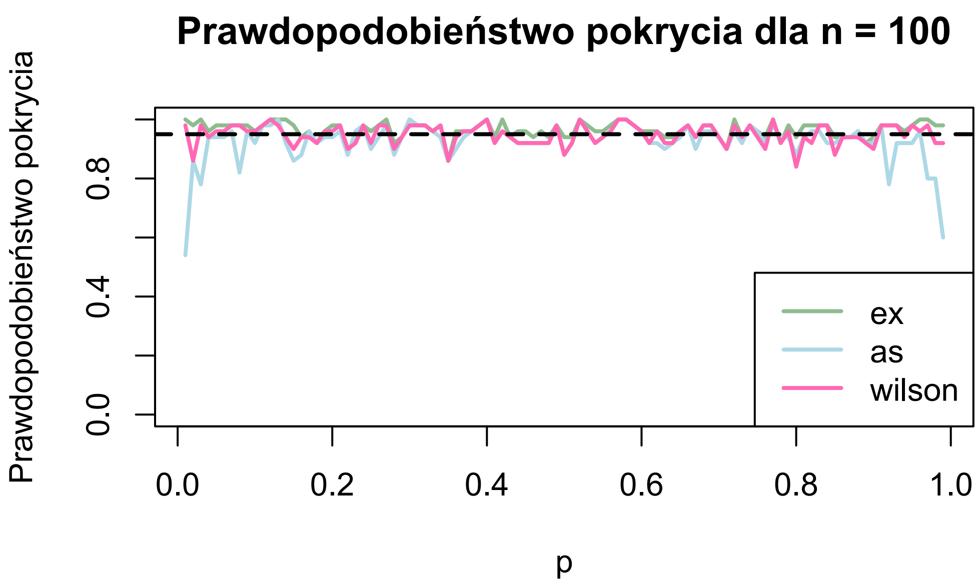
Jako wynik otrzymujemy `data.frame` z kolumnami:

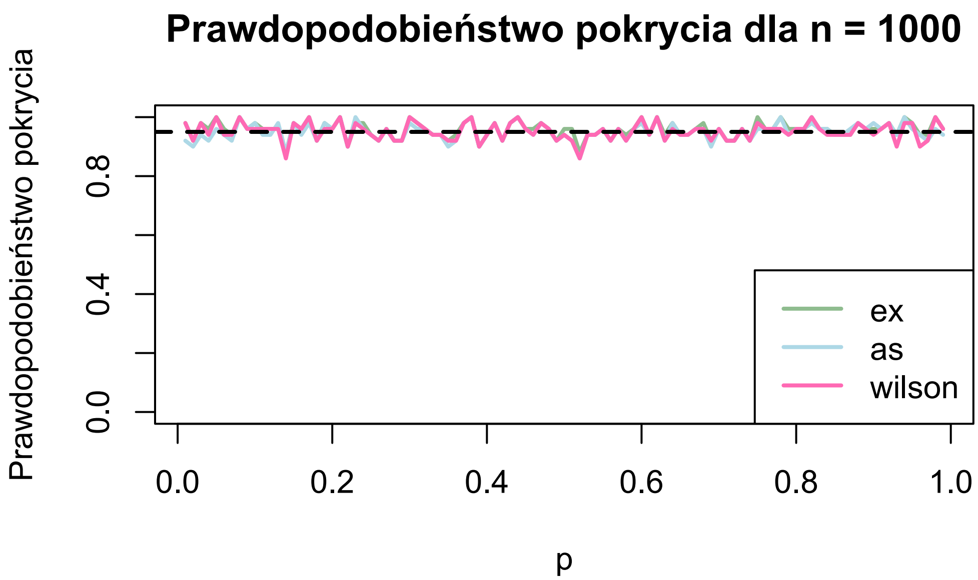
- method: nazwa metody,
- x: liczba sukcesów,
- n: liczba prób,
- mean: oszacowanie częstości (x/n),
- lower i upper: dolna i górna granica przedziału ufności.

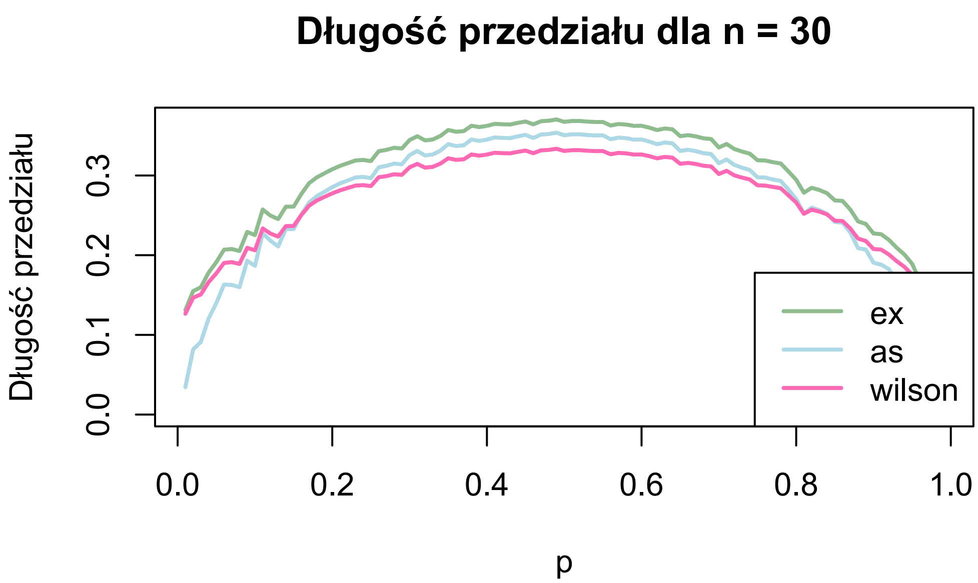
3.4 Zadanie 9

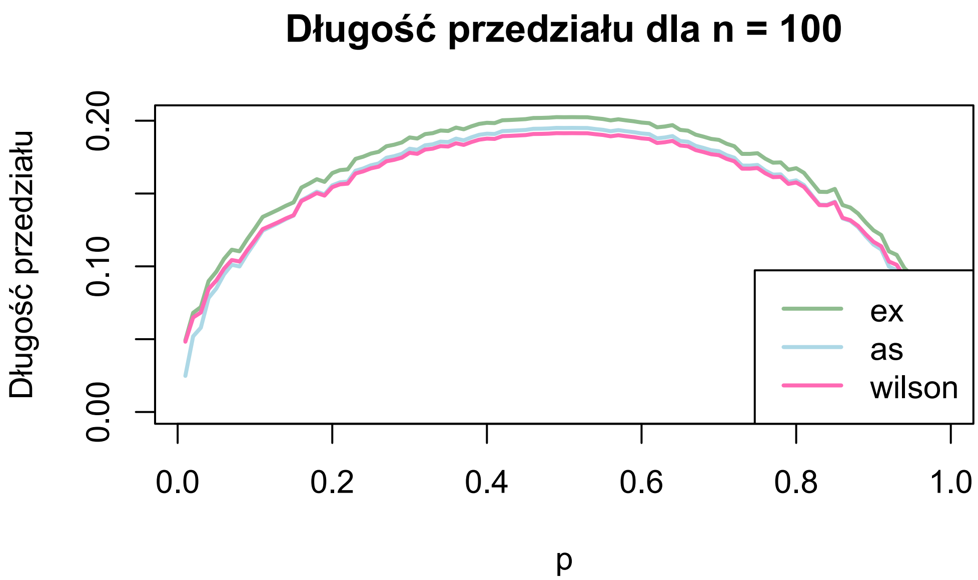
Przeprowadź symulacje, których celem jest porównanie prawdopodobieństwa pokrycia i długości przedziałów ufności Cloppera-Pearsona, Walda i trzeciego dowolnego typu zaimplementowanego w wybranej funkcji. Rozważ $1- \alpha = 0.95$, rozmiar próby n $\in$ $\{30{,}100{,}1000\}$ i różne wartości prawdopodobieństwa p. Wyniki umieść na wykresach i sformułuj wnioski, które dla konkretnych danych ułatwią wybór konkretnego typu przedziału ufności.

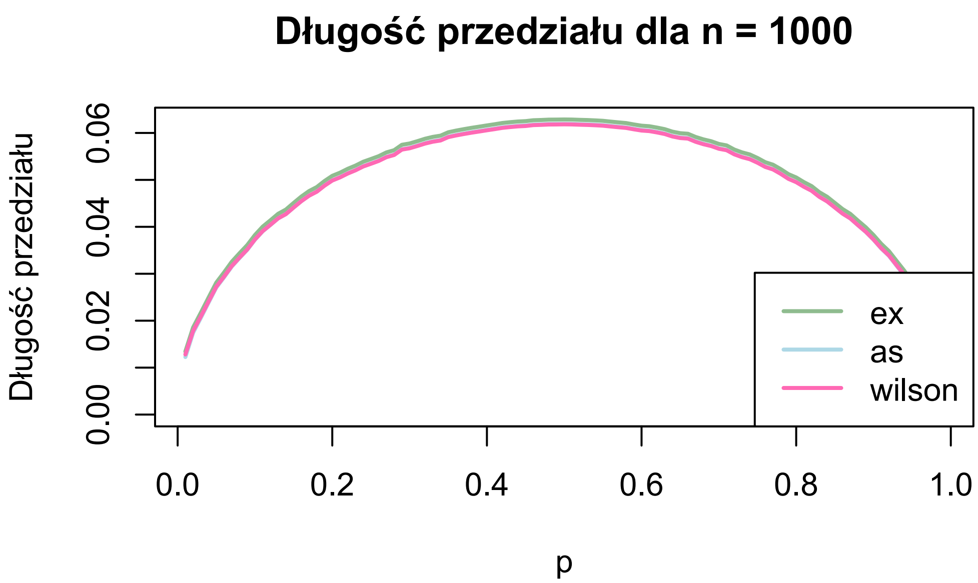

Prawdopodobieństwo pokrycia dla n = 30
Prawdopodobieństwo pokrycia
0.0
0.4
0.8
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
p
ex
as
wilson


Prawdopodobieństwo pokrycia dla n = 100
Prawdopodobieństwo pokrycia
0.0
0.4
0.8
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
p
ex
as
wilson


Prawdopodobieństwo pokrycia dla n = 1000
Prawdopodobieństwo pokrycia
0.0
0.4
0.8
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
p
ex
as
wilson


Długość przedziału dla n = 30
Długość przedziału
0.0
0.1
0.2
0.3
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
p
ex
as
wilson





Metoda Walda ("asymptotic") wykazuje najmniejsze prawdopodobieństwo pokrycia, które spada dużo poniżej 0.95 dla małych próbek i p bliskim zera lub jeden. Dla próbki 100 zachowuje sie lepiej, ale nadal prawdopodobieństwo pokrycia dla p bliskiego 0 i 1 mocno spada. Najlepsza w tym porównaniu wypada metoda C-P ("exact") która dla dwóch mniejszych próbek daje najwyższe prawdopodobieństwo pokrycia. Dla największej próbki, n=1000 wszystkie metody radzą sobie na podobnym poziomie.

Patrząc na długości przedziałów metoda C-P wypada najgorzej - dla każdego z badanych n przedziały wychodzą najdłuższe. Metoda Walda daje nam krótsze przedziały, jednak dzieje się to kosztem pokrycia - najkrótsze przedziały pojawiają się tam gdzie prawdopodobieństwo jest najniższe. Dobrym kompromisem między pokryciem a długością przedziału okazuje się metoda Wilsona - daje nam najkrótsze przedziały przy przyzwoitym prawdopodobieństwie pokrycia.

4 Część 5

4.1 Zadanie 10

Zapoznaj się z funkcjami służącymi do wykonania testu dokładnego oraz asympotycznego weryfikującego hipotezę zerową dotyczącą prawodopodobieństwa sukcesu z rozkładu dwumianowego. W pakiecie R możesz skorzystać z `binom.test` oraz `prop.test` z biblioteki `stats`, nastomiast w Pythonie użyj `stats.binomtest` z biblioteki `scipy` oraz `stats.proportion.proportions_ztest` z biblioteki `statsmodels`. Przetestuj działanie funkcji.

```r
#TEST DOKŁADNY

#liczba prób daje 100, liczbe sukcesów 50
binom.test(70, 100, p = 0.5, alternative = "two.sided")
```

```
	Exact binomial test

data:  70 and 100
number of successes = 70, number of trials = 100, p-value = 7.85e-05
alternative hypothesis: true probability of success is not equal to 0.5
95 percent confidence interval:
 0.6001853 0.7875936
sample estimates:
probability of success
                   0.7
```

```r
#TEST ASYMPTOTTYCZNY
prop.test(70, 100, p = 0.5, alternative = "two.sided", correct = FALSE)
```

```
    1-sample proportions test without continuity correction

data:  70 out of 100, null probability 0.5
X-squared = 16, df = 1, p-value = 6.334e-05
alternative hypothesis: true p is not equal to 0.5
95 percent confidence interval:
 0.6041515 0.7810511
sample estimates:
  p
0.7
```

Binomal.test-> p-wartosc mniejsza niż poziom istotnosci. Wartość p-wartosc mała, więc możemy odrzucić hipoteze zerową. Test pokazuje, że prawdopodobieństwo sukcesu nie wynosi 0.5 i jest istotnie wyższe, ponieważ wynosi około 0.7. Przedział ufności na poziomie 95% dla prawdopodobieństwa sukcesu wynosi od 0.6002 do 0.7876.

Prop.test -> p-wartość znacznie mniejsza niż poziom istotności 0.05, więc możemy odrzucić hipoteze zerową. Przedział ufności dla prawdopodobieństwa sukcesu mieści się w przedziale 0.6042 do 0.7811, co wskazuje, że prawdopodobieństwo sukcesu jest wyższe niż 0.5.

PODOBIEŃSTWA

Oba testy prowadzą do odrzucenia hipotezy zerowej, a prawdopodobieństwo sukcesu jest istotnie różne od 0.5. W obu testach podobnie bo około 0.7.

RÓŻNICE

test dokładny wykorzystuje pełny rozkład dwumianowy, podczas gdy test asymptotyczny stosuje przybliżenie normalne.

4.2 Zadanie 11

Dla danych z pliku “ankieta.csv” korzystając z funkcji z zadania 10., przyjmując $1-\alpha=0.95$, zweryfikuj następujące hipotezy i sformułuj wnioski

4.2.1 Zadanie 11.1

Prawdopodobieństwo, że w firmie pracuje kobieta wynosi 0.5

```
    Exact binomial test

data:  x and n
number of successes = 71, number of trials = 200, p-value = 4.973e-05
alternative hypothesis: true probability of success is not equal to 0.5
95 percent confidence interval:
 0.2887838 0.4255862
sample estimates:
probability of success
                 0.355
```

P-wartość mniejsze niż α, czyli odrzucamy hipotezę zerową na rzecz hipotezy alternatywnej.

4.2.2 Zadanie 11.2

```
    Exact binomial test

data:  x and n
number of successes = 106, number of trials = 200, p-value = 1
alternative hypothesis: true probability of success is greater than 0.7
95 percent confidence interval:
 0.4694089 1.0000000
sample estimates:
probability of success
                  0.53
```

P-wartość jest większa niż α, więc nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej.

4.2.3 Zadanie 11.3

```
    2-sample test for equality of proportions with continuity correction

data:  x
X-squared = 0.22014, df = 1, p-value = 0.6389
alternative hypothesis: two.sided
95 percent confidence interval:
 -0.1411817  0.0719602
sample estimates:
```

```
   prop 1    prop 2 
0.1126761 0.1472868 
```

P-wartość jest większa niż α, więc nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej.

4.2.4 Zadanie 11.4

```

    2-sample test for equality of proportions with continuity correction

data:  x
X-squared = 0.11193, df = 1, p-value = 0.738
alternative hypothesis: two.sided
95 percent confidence interval:
 -0.1911288  0.1199420
sample estimates:
   prop 1    prop 2 
0.5070423 0.5426357 
```

P-wartość jest większa niż α, więc nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej.

4.2.5 Zadanie 11.5

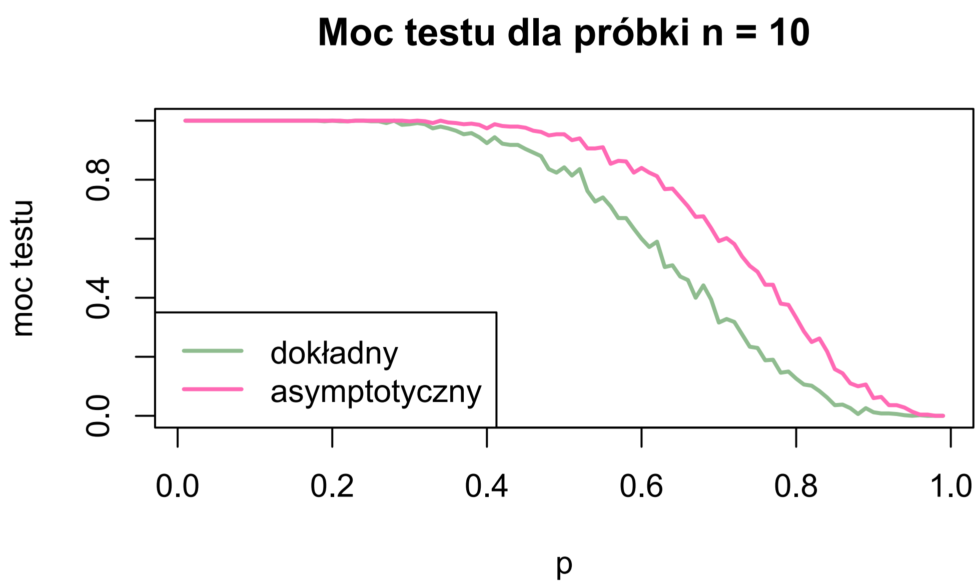
```

    2-sample test for equality of proportions with continuity correction

data:  x
X-squared = 7.0549, df = 1, p-value = 0.996
alternative hypothesis: greater
95 percent confidence interval:
 -0.2380232  1.0000000
sample estimates:
    prop 1     prop 2 
0.05633803 0.20930233 
```

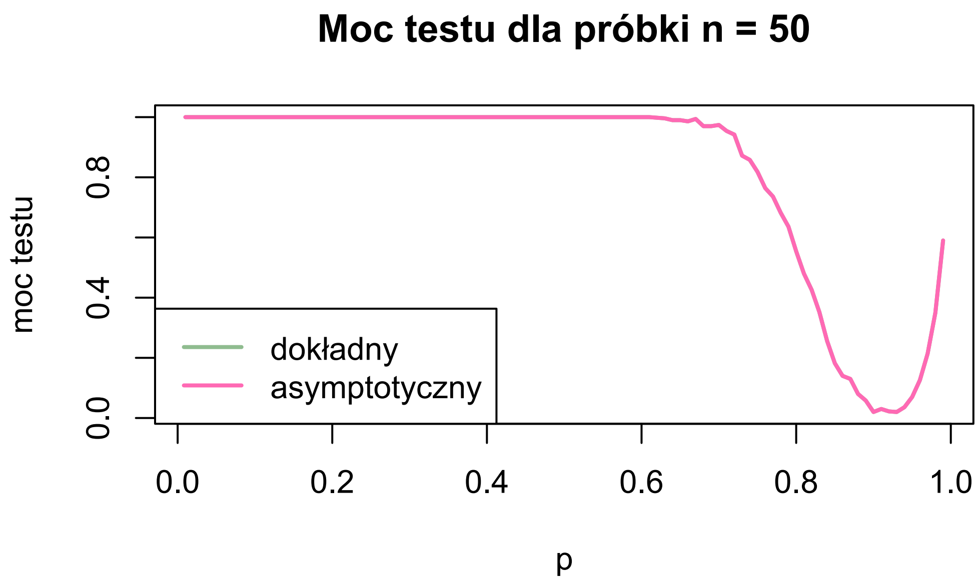
P-wartość jest większa niż α, więc nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej.

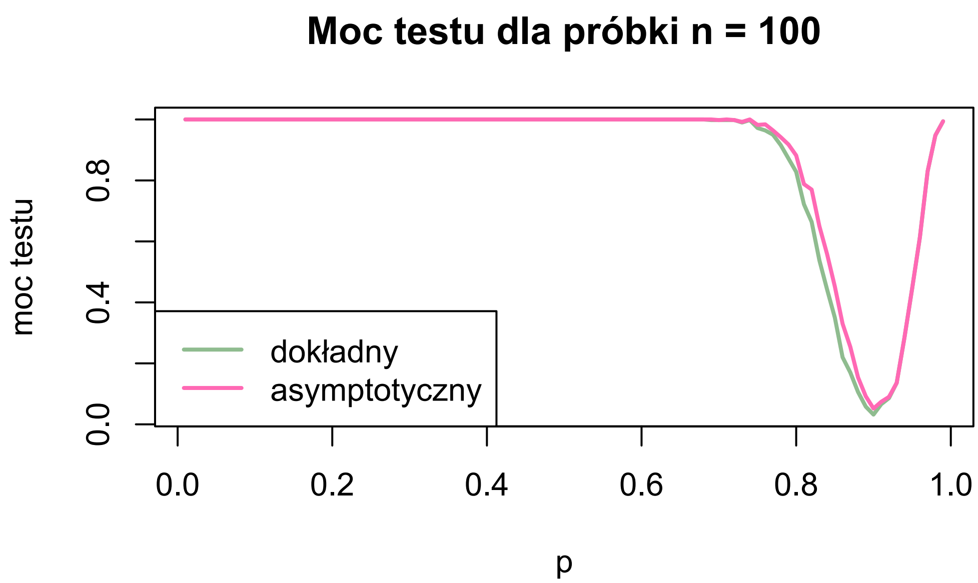
4.3 Zadanie 12

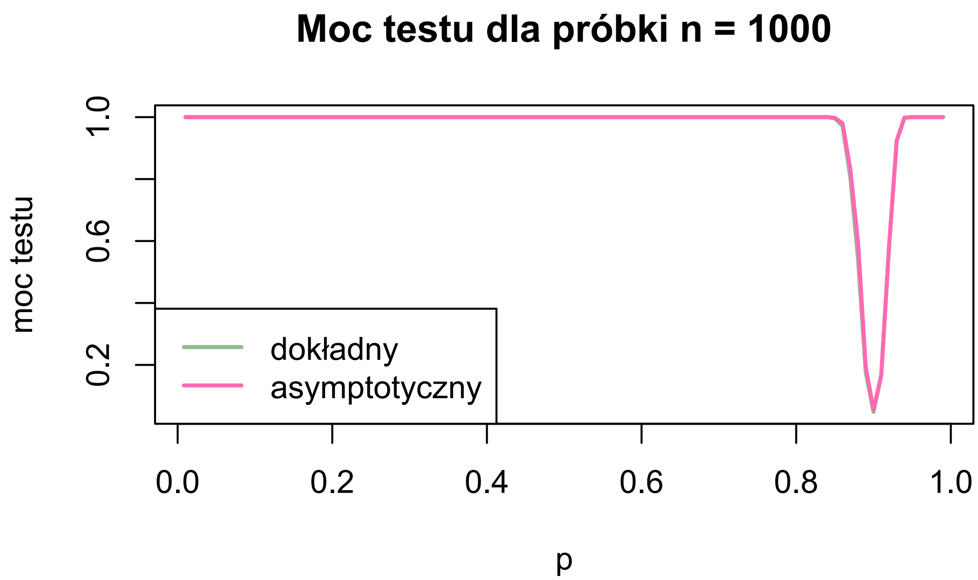
W tym zadaniu naszym celem było wyznaczenie mocy testu dla dwóch różnych testów statystycznych: testu dokładnego (testu dwumianowego) oraz testu asymptotycznego (testu proporcji). Zadanie polegało na przeprowadzeniu symulacji, w której weryfikowaliśmy hipotezę zerową ($H_0 : p = 0.9$) przeciwko hipotezie alternatywnej ($H_1 : p \neq 0.9$). Wyniki symulacji zostały przedstawione w postaci wykresów przedstawiających moc testu dla każdego rozmiaru próby oraz każdego testu.

```
plotly <- function(wyniki, n){
  plot(p_alt, wyniki[1,], type = "l", col = my_colors[1], lwd = 2,
     xlab = 'p', ylab = 'moc testu', main = paste('Moc testu dla próbki n =',n))
lines(p_alt, wyniki[2,], col = my_colors[3], lwd = 2)
legend("bottomleft", legend = c("dokładny", "asymptotyczny"),
       col = my_colors[c(1,3)], lwd = 2)
}
```




Moc testu dla próbki n = 50
moc testu
0.0
0.4
0.8
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
p
dokładny
asymptotyczny


Moc testu dla próbki n = 100
moc testu
0.0
0.4
0.8
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
p
dokładny
asymptotyczny



Wnioski

- Małe próby ($n = 10$): Moc testów jest stosunkowo niska, zwłaszcza dla wartości p bliskich 0.9, co wynika z dużej niepewności przy małej liczbie obserwacji. Test dokładny wykazuje szybszy spadek mocy w miarę oddalania się p od 0.9, test asymptotyczny w tym przypadku wykazuje mniejszy spadek mocy, co sprawia, że jest bardziej stabilny.

- Moc testów rośnie w miarę zwiększania rozmiaru próby.

- W przypadku dużych prób oba testy wykazują bardzo wysoką moc, szczególnie dla wartości p znacznie różniących się od 0.9,

- Dla wartości p bliskich 0.9 (hipoteza zerowa), moc testów jest niższa, ponieważ trudno jest wykryć różnicę między hipotezą zerową a alternatywną, gdy wartości p są bardzo zbliżone do siebie,

- Dla wartości p oddalonych od 0.9, moc testów gwałtownie rośnie, co wskazuje na większą skuteczność testów w wykrywaniu różnic w takich przypadkach,