

Komputerowa analiza szeregów czasowych

2024/2025

Lista 3

1. Rozpatrzmy model regresji liniowej

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

gdzie ϵ_i , $i = 1, 2, \dots, n$ są niezależnymi zmiennymi losowymi $N(0, \sigma)$. Skonstruuj przedziały ufności dla parametrów β_0 i β_1 na danym poziomie ufności α . Wyniki wykonaj dla różnych długości prób n , $\alpha \in \{0.01, 0.05\}$ oraz $\sigma \in \{0.01, 0.5, 1\}$. Przy konstrukcji przedziałów ufności zakładamy, że σ jest wielkością znaną. Za pomocą metody Monte Carlo, sprawdź jakie jest prawdopodobieństwo, że teoretyczne wartości parametrów należą do wyznaczonych przedziałów ufności dla wybranych parametrów β_0 i β_1 . W symulacjach przyjmij, że $x_i = i$ dla każdego $i = 1, 2, \dots, n$.

2. Wykonaj zad. 1 przy założeniu, że σ nie jest znane. Jakie są różnice pomiędzy skonstruowanymi przedziałami ufności uzyskanymi w zad.1 i zad. 2? Wyniki porównaj w zależności od długości próby, wielkości α oraz σ . Jakie możesz wyciągnąć wnioski na podstawie uzyskanych wyników.
3. Wsymuluj dwuwymiarowy wektor (x, y) opisany ogólnym modelem regresji liniowej dany równaniem (1) przy założeniu, że ϵ_i , $i = 1, 2, \dots, n$ są niezależnymi zmiennymi losowymi $N(0, \sigma)$. Wybierz dowolne wartości β_0, β_1 oraz σ . Niech x_1, x_2, \dots, x_n będą zdefiniowane tak jak w zad. 1. Wyznacz przedziały ufności dla wartości średniej zmiennej $Y(x_0)$ dla $x_0 = \bar{x} + \gamma$ dla pewnej wielkości γ dla różnych wielkości n przy założeniu, że σ jest wielkością znaną i nieznaną. Wyniki przedstaw w zależności od n , σ oraz γ . Przyjmij $\alpha = 0.05$.
4. Wsymuluj dwuwymiarowy wektor (x, y) o długości $n = 1000$ opisany ogólnym modelem regresji liniowej (1) dla wybranych wielkości parametrów β_0, β_1, σ oraz x_1, x_2, \dots, x_n zdefiniowanych jak zad.1. Skonstruuj prostą regresji na podstawie 990 najmniejszych obserwacji wielkości x . Skonstruuj przedział ufności dla prognozy w modelu dla ostatnich 10 największych

szych obserwacji i porównaj z danymi. Zadanie wykonaj przy założeniu, że σ jest znana i nieznana.