

Raport 2

Zuzanna Nasiłowska, Maria Nowacka

Zadanie 1

Rozważmy próbę (X_1, \dots, X_{100}) z rozkładu normalnego $\mathcal{N}(2, 1)$ przekształconego przez transformację Sinh-arcsinh z $\nu = 0$. Korzystając z symulacji Monte Carlo wykonaj wykres funkcji mocy w zależności od τ na przedziale $(0.5, 2)$ dla wszystkich trzech testów. Czy istnieje test jednostajnie najmocniejszy spośród nich

```
#install.packages(c("gamlss.dist", "nortest", "moments"))  
  
library(gamlss.dist)
```

Warning: pakiet 'gamlss.dist' został zbudowany w wersji R 4.4.2

```
library(nortest)  
library(moments)  
  
n <- 100  
mu <- 2  
sigma <- 1  
nu <- 0  
taus <- seq(0.5, 2, by = 0.1)  
n_sim <- 1000  
  
sinh_arcsinh <- function(x, tau, nu) {  
  sinh(tau * (asinh(x) + nu))  
}  
  
power_results <- matrix(0, nrow = length(taus), ncol = 3)  
  
for (i in seq_along(taus)) {  
  tau <- taus[i]  
  rejections <- matrix(0, nrow = n_sim, ncol = 3)  
  
  for (j in 1:n_sim) {  
    sample <- rnorm(n, mean = mu, sd = sigma)  
    transformed_sample <- sinh_arcsinh(sample, tau = tau, nu = nu)  
  
    rejections[j, 1] <- ifelse(shapiro.test(transformed_sample)$p.value < 0.05, 1, 0)
```

```

    rejections[j, 2] <- ifelse(ad.test(transformed_sample)$p.value < 0.05, 1, 0)

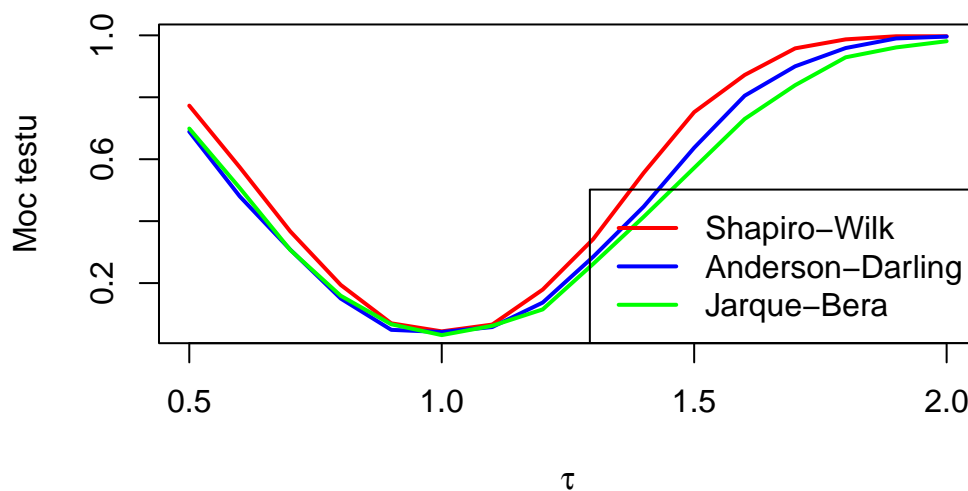
    rejections[j, 3] <- ifelse(jarque.test(transformed_sample)$p.value < 0.05, 1, 0)
  }

  power_results[i, ] <- colMeans(rejections)
}

plot(taus, power_results[, 1], type = "l", col = "red", lwd = 2,
     xlab = expression(tau), ylab = "Moc testu",
     main = "Funkcja mocy dla różnych testów")
lines(taus, power_results[, 2], col = "blue", lwd = 2)
lines(taus, power_results[, 3], col = "green", lwd = 2)
legend("bottomright", legend = c("Shapiro-Wilk", "Anderson-Darling", "Jarque-Bera"),
     col = c("red", "blue", "green"), lwd = 2)

```

Funkcja mocy dla różnych testów



Zadanie 2

Mamy próbę (X_1, \dots, X_{100}) z rozkładu normalnego $\mathcal{N}(2, 1)$ przekształconego przez transformatę Sinh-arcsinh z $\tau = 1$. Korzystając z symulacji Monte Carlo wykonaj wykres funkcji mocy w zależności od τ na przedziale $(-2, 2)$ dla wszystkich trzech testów. Czy istnieje test jednostajnie najmocniejszy spośród nich?

```

tau <- 1
nus <- seq(-2, 2, by = 0.1)
power_results <- matrix(0, nrow = length(nus), ncol = 3)

for (i in seq_along(nus)) {
  nu <- nus[i]
  rejections <- matrix(0, nrow = n_sim, ncol = 3)

  for (j in 1:n_sim) {
    sample <- rnorm(n, mean = mu, sd = sigma)
    transformed_sample <- sinh_arcsinh(sample, tau = tau, nu = nu)

    rejections[j, 1] <- ifelse(shapiro.test(transformed_sample)$p.value < 0.05, 1, 0)
    rejections[j, 2] <- ifelse(ad.test(transformed_sample)$p.value < 0.05, 1, 0)
    rejections[j, 3] <- ifelse(jarque.test(transformed_sample)$p.value < 0.05, 1, 0)
  }

  power_results[i, ] <- colMeans(rejections)
}

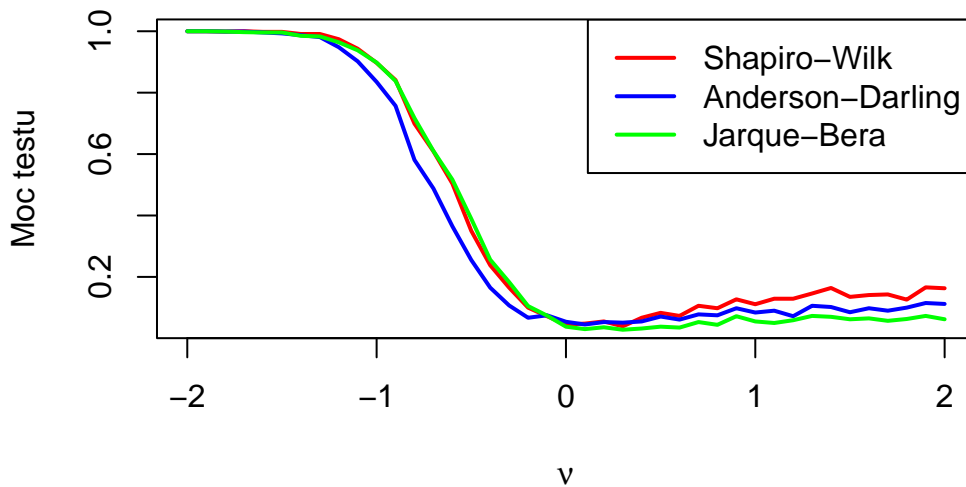
```

```

plot(nus, power_results[, 1], type = "l", col = "red", lwd = 2,
     xlab = expression(nu), ylab = "Moc testu",
     main = "Funkcja mocy dla różnych testów")
lines(nus, power_results[, 2], col = "blue", lwd = 2)
lines(nus, power_results[, 3], col = "green", lwd = 2)
legend("topright", legend = c("Shapiro-Wilk", "Anderson-Darling", "Jarque-Bera"),
     col = c("red", "blue", "green"), lwd = 2)

```

Funkcja mocy dla różnych testów



Zadanie 3

Mamy próbę (X_1, \dots, X_{100}) taką, że zmienne losowe $Y_i = \frac{X_i - 2}{1}$ są z rozkładu t-Studenta $\mathcal{T}(\nu)$. Korzystając z symulacji Monte Carlo wykonaj wykres funkcji mocy w zależności od ν na przedziale $(0.05, 20)$ dla wszystkich trzech testów. Czy istnieje test jednostajnie najmocniejszy spośród nich?

```
library(nortest)
library(tseries)
```

Warning: pakiet 'tseries' został zbudowany w wersji R 4.4.2

Registered S3 method overwritten by 'quantmod':

```
method      from
as.zoo.data.frame zoo
```

```
n <- 100
mc <- 1000
alpha <- 0.05
nus <- seq(0.05, 20, by = 0.05)
```

```

power_results <- matrix(0, nrow = length(nus), ncol = 3)
colnames(power_results) <- c("Shapiro-Wilk", "Anderson-Darling", "Jarque-Bera")

for (i in seq_along(nus)) {
  nu <- nus[i]
  rejections <- matrix(0, nrow = mc, ncol = 3)

  for (j in 1:mc) {
    Y <- rt(n, df = nu)

    rejections[j, 1] <- ifelse(shapiro.test(Y)$p.value < alpha, 1, 0)

    rejections[j, 2] <- ifelse(ad.test(Y)$p.value < alpha, 1, 0)

    rejections[j, 3] <- ifelse(jarque.bera.test(Y)$p.value < alpha, 1, 0)
  }

  power_results[i, ] <- colMeans(rejections)
}

```

```

plot(nus, power_results[, 1], type = "l", col = "red", lwd = 2,
     xlab = expression(nu), ylab = "Moc testu",
     main = "Funkcja mocy dla różnych testów")
lines(nus, power_results[, 2], col = "blue", lwd = 2)
lines(nus, power_results[, 3], col = "green", lwd = 2)
legend("topright", legend = c("Shapiro-Wilk", "Anderson-Darling", "Jarque-Bera"),
     col = c("red", "blue", "green"), lwd = 2)

```

Funkcja mocy dla różnych testów

