Геотехника

УДК 624.042.8

© Ю. Т. Чернов, д-р техн. наук, профессор © Р. В. Перовский, магистр © М. В. Волкова, канд. техн. наук, доцент © М. Д.-Х. Зебилила, аспирант (Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет) E-mail: jury.chernov@gmail.com © Yu. T. Chernov, Dr. Sci. Tech., Professor
© R. V. Perovskiy, MSci
© M. V. Volkova, PhD in Sci. Tech., Associate Professor
© M. D.-H. Zebilila, post-graduate student
(Moscow (National Research) State University
of Civil Engineering)
E-mail: jury.chernov@gmail.com

КОЛЕБАНИЯ СВАЙНОГО ФУНДАМЕНТА С БУРОНАБИВНЫМИ СВАЯМИ ПОД ТУРБОАГРЕГАТ

VIBRATION OF PILE FOUNDATION WITH BORED PILES UNDER TURBINE UNIT

Дана практическая методика расчета свайных фундаментов под виброактивное оборудование с гармоническими воздействиями и алгоритм расчета свайного фундамента с буронабивными сваями, которые включают в себя определение отдельных приведенных упругих характеристик (на сжатие, сдвиг и т. п.), что позволяет заменить при расчетах свайный фундамент массивным. Общая методика расчета проиллюстрирована на примере расчета свайного фундамента с буронабивными сваями под турбоагрегат Siemens STG 800. Учитывая конструктивное решение опорной части агрегата, вертикальные и горизонтально-вращательные колебания можно рассчитывать раздельно, используя импульсные переходные функции. Построены графики горизонтальных и горизонтально-вращательных колебаний в рабочем и переходных режимах.

Ключевые слова: виброактивное оборудование, свайные фундаменты, турбоагрегат, импульсные переходные функции.

The article presents a practical method of calculation of pile foundations for vibration-active equipment with harmonic effects, the algorithm of calculation of pile foundation with bored piles, which include the determination of individual reduced elastic characteristics (compression, shear, etc.), including the determination of individual normalized elastic characteristics (in compression, shear, etc.), which allows replacing the pile foundation in the calculations with a massive foundation. The general method of calculation is illustrated with an example of the calculation of a pile foundation with bored piles for the Siemens STG 800 turbine unit. Considering the constructive solution of the support part of the unit, the vertical and horizontal-rotational oscillations can be calculated separately using impulse transition functions. There have been constructed graphs of horizontal and horizontal-rotational oscillations in the working and transition modes.

Keywords: vibration-active equipment, pile foundations, turbine unit, impulse transition functions.

Основная цель работы — дать методику динамического расчета свайного фундамента с буронабивными сваями под виброактивное оборудование с вращающимися частями, в частности, турбоагрегат Siemens STG 800 (рис. 1).

Его основные характеристики: частота — 50/60 Гц; частота вращения турбины —

6608 об./мин; вес турбины — 36 т; вес вращающихся частей — 14,4 т; максимальный диаметр — 3 м; длина — 24 м.

В качестве основания был принят свайный фундамент с буронабивными сваями (14 штук) круглого сечения диаметром 880 мм и длиной 21 м из бетона марки В30.



Рис. 1. Typбoarperat Siemens STG 800

Схема разбивки свай в основании дана на рис. 2¹.

Сваи прорезают семь слоев различных типов грунтов. Головы свай жестко заделаны в фундаментную плиту, размеры которой в плане 9,9×24,7 м, высота 1 м.

Положение центра масс определено в соответствии с расчетной схемой, показанной на рис. 3, по формуле

 1 СП 50-102–2003. Проектирование и устройство свайных фундаментов. Одобрены для применения постановлением Госстроя России № 96 от 21.06.2003.

$$X_3 = \frac{X_1 m_1 + X_2 m_2}{m_1 + m_2} = 0,66 \text{ M}, \tag{1}$$

где $m_1=622,5$ т — масса фундаментной плиты; $m_2=36$ т — масса турбоагрегата; $X_1=0,5$ м; $X_2=3,5$ м — соответственно расстояния до подошвы плиты от центра масс плиты и турбоагрегата.

В нормативных документах^{2,3} и технической литературе [3] расчет свайных фундаментов под виброактивное оборудование проводится по тем же расчетным формулам, что и для фундаментов на естественном основании, при этом определяются необходимые условные (приведенные) характеристики — масса фундамента, момент инерции относительно оси вращения O_y , коэффициенты жесткости при упругом равномерном сжатии K_{z} при упругом равномерном сдвиге K_{x} пр и при упругом неравномерном сжатии K_{ϕ} пр.

³ Руководство по проектированию фундаментов машин с динамическими нагрузками. НИИОСП им. Герсеванова. М.: Стройиздат, 1982. 207 с.

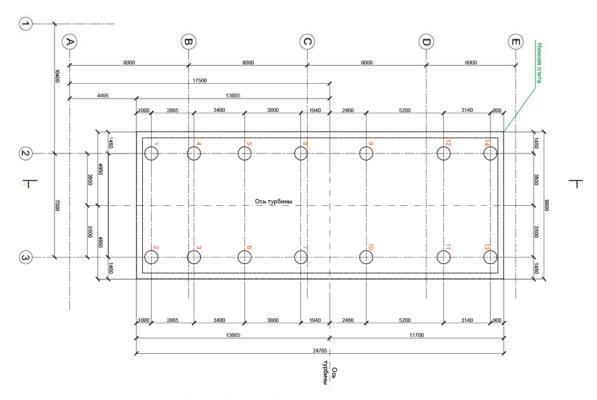


Рис. 2. Схема разбивки свайного основания

 $^{^2}$ СП 26.13330.2012. Фундаменты машин с динамическими нагрузками. Актуализированная редакция СНиП 2.02.05−87 (с изменением № 1).

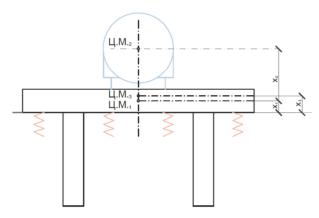


Рис. 3. Расчетная схема оборудования

Наиболее детально методика вычисления этих характеристик дана в Руководстве⁴ в разделе «Особенности проектирования свайных фундаментов». В более компактном и простом виде эта методика дана в [3], причем некоторые из полученных результатов достаточно хорошо совпали с результатами экспериментов.

В рассмотренном случае необходимые для динамического расчета характеристики вычислялись по более точным формулам, приведенным в Руководстве.

Вычисленные значения этих характеристик:

 $m_{x \text{ пр}} = 869,1 \text{ т}$ — масса фундамента, участвующая в горизонтальных колебаниях;

 $m_{z \text{ пр}} = 906,9 \text{ т}$ — масса фундамента, участвующая в вертикальных колебаниях;

 $\theta_{0 \text{ пр}} = 8,3 \cdot 10^{3} \text{ т} \cdot \text{м}^{2}$ — момент инерции системы относительно оси Оу;

 $K_{x \text{ пр}} = 4,04 \cdot 10^6 \text{ кH/м}$ — коэффициент жесткости основания при упругом равномерном сдвиге;

 $K_{z \text{ пр}} = 13,24 \cdot 10^6 \text{ кH/м}$ — коэффициент жесткости основания при упругом равномерном сжатии:

 $K_{\phi \text{ пр}} = 11,59 \cdot 10^6 \text{ кH/м}$ — коэффициент жесткости основания при упругом неравномерном сжатии.

Поскольку при принятом конструктивном решении плоскость, проходящая через центр масс параллельно оси вращения, является плоскостью симметрии для вертикальных реакций опор, уравнение вертикальных и система уравнений горизонтально-вращательных колебаний могут рассматриваться раздельно. Расчетная схема оборудования дана на рис. 3.

Запишем систему уравнений пока без учета затухания [4].

Считаем, что реактивные усилия воспринимают только сваи.

$$\begin{cases} m_{x \text{ пр}} \ddot{x} + K_{x \text{ пр}} x - K_{x \text{ пр}} h_0 \varphi = q_x(t); \\ \theta_{0 \text{ пр}} \ddot{\varphi} + \left(K_{\varphi \text{ пр}} + K_{x \text{ пр}} h_0^2 \right) \varphi - K_{x \text{ пр}} h_0 x = h_1 q_x(t), (2) \end{cases}$$

где x и ϕ — горизонтальные перемещения центра масс объекта и угол поворота соответственно; $h_0=0,66$ м — расстояние от основания до центра масс; $q_x\left(t\right)$ — горизонтальная составляющая внешней нагрузки; $h_1=1,89$ м — расстояние от оси вала до центра масс.

Амплитудное значение центробежной силы в соответствии с Инструкцией принимаем равным

$$Q_x = Q_z = Q = k_{\text{A}} me\omega^2 =$$

$$= 4.14, 4.0, 3.10^{-3}.692, 0^2 = 8274.8 \text{ kH},$$

где $k_{\rm д}=4$ — коэффициент надежности по нагрузке; m=14,4 т — масса вращающихся частей машины; e=0,3 мм $=0,3\cdot 10^{-3}$ м — амплитуда перемещений центра масс; $\omega=\frac{N\pi}{30}=\frac{6608\cdot 3,14}{30}=692,0$ рад/с — эксплуатационная частота внешнего воздействия, N=6608 об./мин — скорость вращения главного вала машины.

При решении системы (2) применим метод, основанный на передаточных (П Φ) и импульсных переходных (ИП Φ) функциях линейных систем.

Полагаем

$$q(t) = Qe^{i\omega t}; \ddot{x} = -X_0 \omega^2 e^{i\omega t};$$

$$y = \Phi_0 e^{i\omega t}; \ddot{y} = \Phi_0 \omega^2 e^{i\omega t}.$$
 (3)

Подставим (3) в (2) и, сократив на $e^{i\omega t}$, запишем систему уравнений, из которой могут быть определены $\Pi\Phi$ системы:

$$\begin{cases} \left(K_{x \text{ mp}} - m_{x \text{ mp}} \omega^{2} \right) X_{0} - L_{0} \Phi_{0} = Q; \\ -L_{0} X_{0} + \left(K_{\phi \text{ mp}} + K_{x \text{ mp}} h_{0}^{2} - \theta_{0 \text{ mp}} \omega^{2} \right) \Phi_{0} = Q h_{1}, (4) \end{cases}$$

где

$$L_0 = K_{x \text{ mp}} h_0 = 4,04 \cdot 10^6 \cdot 0,66 \text{ kH} = 2,67 \cdot 10^6 \text{ kH}.$$

Приравняв определитель системы (4) к нулю и заменив ω^2 на p^2 , получим частотное уравнение:

⁴ Там же.

⁵ Инструкция по расчету несущих конструкций промышленных зданий и сооружений на динамические нагрузки. М.: ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко Госстроя СССР, 1970.

$$D_{0} = \begin{vmatrix} K_{x \text{ np}} - m_{x \text{ np}} p^{2} & -L_{x} \\ -L_{x} & K_{\phi \text{ np}} + K_{x \text{ np}} h_{0}^{2} - \theta_{0 \text{ np}} p^{2} \end{vmatrix} =$$

$$= m_{x \text{ np}} \theta_{0 \text{ np}} \left[p^{4} - \left(p_{x}^{2} + p_{\phi}^{2} + p_{x\phi}^{2} \right) p^{2} + p_{x}^{2} p_{\phi}^{2} \right], (5)$$

где

$$p_x^2 = \frac{K_{x \text{ пр}}}{m_{x \text{ пр}}} = \frac{4,04 \cdot 10^6}{869,1} = 4648,49 (\text{рад/c})^2;$$

$$p_x = 68,2 \text{ рад/c}; n_x = 10,9 \Gamma \text{ц}; \tag{6}$$

$$p_{\varphi}^{2} = \frac{K_{\varphi \, \Pi p}}{\theta_{0 \, \Pi p}} = \frac{11,59 \cdot 10^{6}}{8,3 \cdot 10^{6}} = 1396,39 (\,\text{рад/c}\,)^{2};$$
$$p_{\varphi} = 37,4 \,\text{рад/c}; n_{\varphi} = 5,9 \,\Gamma \Pi; \tag{7}$$

$$p_{x\phi}^2 = \frac{K_{x \text{ mp}} h_0^2}{\theta_{0 \text{ mp}}} = \frac{4.04 \cdot 10^6 \cdot 0.66^2}{8.3 \cdot 10^6} = 212.03 (\text{pag/c})^2,$$

$$p_{x_0} = 14,6$$
 рад/с; $n_{x_0} = 2,3$ Гц. (8)

Вычислим из уравнения (5) частоты собственных колебаний системы:

$$p_1 = 36,23$$
 рад/с; $n_1 = 5,77$ Гц; $p_2 = 70,31$ рад/с; $n_2 = 11,19$ Гц.

Из системы уравнений (4) записываем формулы для передаточных функций:

$$X_{0} = \frac{\begin{vmatrix} Q & -L_{0} \\ Qh_{1} & K_{\varphi \text{ np}} + K_{x \text{ np}}h_{0}^{2} - \theta_{0 \text{ np}}p^{2} \end{vmatrix}}{D_{0}} =$$

$$= \frac{Q \left[K_{\varphi \text{ np}} + K_{x \text{ np}}h_{0} (h_{0} + h_{1}) - \theta_{0 \text{ np}}\omega^{2} \right]}{D_{0}}; \quad (9)$$

$$\Phi_{0} = \frac{\begin{vmatrix} K_{x \text{ np}} - m_{x \text{ np}}\omega^{2} & Q \\ -L_{0} & Qh_{1} \end{vmatrix}}{D_{0}} =$$

$$= \frac{Q \left[K_{x \text{ np}} (h_{0} + h_{1}) - m_{x \text{ np}}h_{1}\omega^{2} \right]}{D_{0}}. \quad (10)$$

Следуя общей схеме вычисления передаточных функций, представляем определитель (5) в виде:

$$D_0 = m_{x \text{ np}} \theta_{0 \text{ np}} \left(\omega^2 - p_2^2 \right) \cdot \left(\omega^2 - p_1^2 \right). \tag{11}$$

Тогла

$$\overline{H_{x}}(\omega) = \frac{1}{m_{x \text{ mp}} \theta_{0 \text{ mp}} \left(p_{2}^{2} - p_{1}^{2}\right)} \sum_{s=1}^{2} \left(-1\right)^{s+1} \times \frac{L_{x}(p_{s})}{p_{s}^{2} \left(1 - \frac{\omega^{2}}{p_{s}^{2}} + i\xi\right)};$$
(12)

$$\overline{H_{\phi}}(\omega) = \frac{1}{m_{x \text{ mp}} \theta_{0 \text{ mp}} \left(p_{2}^{2} - p_{1}^{2}\right)} \sum_{s=1}^{2} \left(-1\right)^{s+1} \times \frac{L_{\phi}(p_{s})}{p_{s}^{2} \left(1 - \frac{\omega^{2}}{p_{s}^{2}} + i\xi\right)}, \tag{13}$$

где

$$L_x(p_s) = K_{\phi \text{ np}} + K_{x \text{ np}} h_0(h_0 + h_1) - \theta_{0 \text{ np}} p_s^2;$$
 (14)

$$L_{\varphi}(p_s) = K_{x \text{ пр}}(h_0 + h_1) - m_{x \text{ пр}} h_1 p_s^2;$$
 (15) $\xi = 0, 2$ — коэффициент демпфирования.

Вычислив ПФ, можем записать решения (обобщенные перемещения) при действии гармонической внешней нагрузки $q_1(t) = Q\cos \omega t$:

$$X(t) = \operatorname{Re}\left\{\overline{H_{x}}(\omega)e^{i\omega t}\right\} =$$

$$= \frac{Q}{B} \sum_{s=1}^{2} (-1)^{s+1} \frac{L_{x}(p_{s})}{p_{s}^{2} A_{s}} \cos(\omega t - \varphi_{s}); \qquad (16)$$

$$\varphi(t) = \operatorname{Re}\left\{\overline{H_{x}}(\omega)e^{i\omega t}\right\} =$$

$$= \frac{Q}{B} \sum_{s=1}^{2} (-1)^{s+1} \frac{L_{\varphi}(p_s)}{p_s^2 A_s} \cos(\omega t - \varphi_s), \qquad (17)$$

где

$$B = m_{x \text{ np}} \theta_{0 \text{ np}} \left(p_2^2 - p_1^2 \right); \tag{18}$$

$$A_{s} = \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^{2}}{p_{s}^{2}}\right) + \xi^{2}}; \operatorname{tg} \varphi_{s} = \frac{\xi}{1 - \frac{\omega^{2}}{p_{s}^{2}}}.$$
 (19)

Амплитуда горизонтальных колебаний в рабочем режиме составляет $X_0 = 6,98 \cdot 10^{-8}$ м; амплитуда угла поворота $\Phi_0 = 1,37 \cdot 10^{-8}$ рад.

Следуя общей схеме вычисления импульсных переходных функций [2], получим формулы для ИПФ в виде

$$k_x(t) = \frac{1}{B} \sum_{s=1}^{2} (-1)^{s+1} \frac{L_x(p_s)}{p_s^*} e^{-\frac{\xi}{2} p_s t} \sin p_s^* t; \quad (20)$$

$$k_{\varphi}(t) = \frac{1}{B} \sum_{s=1}^{2} (-1)^{s+1} \frac{L_{\varphi}(p_s)}{p_s^*} e^{-\frac{\xi}{2} p_s t} \sin p_s^* t, \quad (21)$$

где B определяется по формуле (18); $L_x(p_s)$ и $L_{\phi}(p_s)$ — по формулам (14) и (15) соответственно; $p_s^* = p_s \sqrt{1 - \frac{\xi^2}{4}}$ — частоты собственных колебаний системы с учетом затухания.

Горизонтальные перемещения центра масс и угол поворота системы при произвольных на-

грузках определяются с помощью интеграла Дюамеля:

$$x_0(t) = \int_0^t q_1(\tau) k_x(t - \tau) d\tau; \qquad (22)$$

$$\varphi_0(t) = \int_0^t q_1(\tau) k_{\varphi}(t - \tau) d\tau.$$
 (23)

В переходных режимах работы машины внешняя нагрузка задается зависимостями:

- в режиме пуска

$$q_x(t) = Q\left(\frac{at}{\omega}\right)^2 \cos\frac{at^2}{2};\tag{24}$$

- в режиме остановки

$$q(t) = Q\left(\frac{\omega - b(t - t_0)}{\omega}\right)^2 \cos\left(\omega t - \frac{b(t - t_0)^2}{2}\right), (25)$$

где t_0 — время начала остановки; $a,b\left(\operatorname{pag/c^2}\right)$ — коэффициенты, характеризующие скорость изменения нагрузки в переходных режимах.

Графики горизонтальных перемещений и угла поворота центра масс относительно оси Оу системы в рабочем и переходных режимах приведены на рис. 4 и 5.

Результаты расчета горизонтально-вращательных колебаний системы представлены в табл. 1.

Из результатов расчета следует, что при увеличении времени пуска и остановки в два раза амплитуды горизонтальных перемещений увеличились в 1,1 раза; амплитуды угла поворота — в 1,19–1,29 раза, т. е. относительно мало.

Уравнение движения для вертикальных колебаний (система с одной степенью свободы, без учета затухания)

$$m_{z \text{ IID}} \ddot{z} + K_{z \text{ IID}} z = q_z \left(t \right) \tag{26}$$

можно записать в виде

$$\ddot{z} + p_z^2 z = \frac{q_z(t)}{m_{z,\text{IID}}},\tag{27}$$

где
$$p_z^2 = \frac{K_{\text{Z пр}}}{m_{\text{Z пр}}} = \frac{13,24 \cdot 10^6}{906,9} = 14599,18 (рад/с)^2;$$

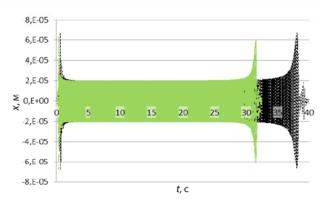


Рис. 4. Горизонтальные перемещения центра масс системы x(t): зеленая линия — для продолжительности пускового и остановочного режимов 2,5 и 10 с соответственно; черная линия — 5 и 20 с

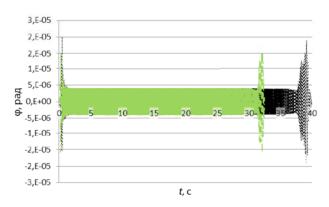


Рис. 5. Угол поворота системы $\phi(t)$: зеленая линия — для продолжительности пускового и остановочного режимов 2,5 и 10 с соответственно; черная линия — 5 и 20 с

$$p_z = 120,8$$
 рад/с; $n_z = 19,2$ Гц; (28)

z — вертикальное перемещение центра масс объекта; $q_z(t)$ — вертикальная составляющая внешней нагрузки.

ПФ для системы с одной степенью свободы имеют вид

$$H_z(\omega) = \frac{1}{K_{z \, \text{mp}} A},\tag{29}$$

Таблица 1

Результаты расчета горизонтально-вращательных колебаний системы

Показатели	Максимальные перемещения при пусковом режиме длительностью		Максимальные перемещения при остановочном режиме длительностью	
	2,5 с	5 c	10 c	20 c
Горизонтальные перемещения $x(t)$, м	6,82·10 ⁻⁵	6,84·10 ⁻⁵	6,11.10-5	6,74·10 ⁻⁵
Угол поворота $\varphi(t)$, рад	1,56·10 ⁻⁵	2,01·10 ⁻⁵	1,59·10 ⁻⁵	1,89·10 ⁻⁵

где

$$A = \sqrt{1 - \frac{\omega^2}{p_z^2}} + \xi^2.$$
 (30)

Амплитудное значение внешней силы в рабочем режиме было определено выше по формуле (3).

Вертикальные перемещения при действии гармонической нагрузки $q(t) = Q\cos \omega t$ определяются по формуле $z(t) = \text{Re} \Big[H_z(\omega) \mathrm{e}^{i\omega t} \Big]$.

Амплитуда горизонтальных колебаний в рабочем режиме составляет $Z_0 = 6,84 \cdot 10^{-8}$ м.

Запишем формулу для ИПФ в виде

$$k_z(t) = \frac{1}{m_{z \text{ mp}} p_z^*} e^{-\frac{\xi}{2} p_s t} \sin p_z^* t,$$
 (31)

где $p_z^* = p_z \sqrt{1 - \frac{\xi^2}{4}}$ — частота собственных колебаний системы с учетом затухания.

Вертикальные перемещения центра масс системы при произвольных нагрузках определяются с помощью интеграла Дюамеля (аналогично формулам (22) и (23)).

В переходных режимах работы машины внешняя нагрузка задается аналогично зависимостям (24) и (25).

Графики вертикальных перемещений центра масс системы в рабочем и переходных режимах приведены на рис. 6.

Результаты расчета вертикальных колебаний системы представлены в табл. 2.

Анализируя результаты расчета, можно сделать вывод, что при увеличении времени пуска и остановки в два раза амплитуды вертикальных перемещений увеличились также незначительно, в 1,04–1,06 раза.

Анализируя результаты расчета, можно отметить:

– максимальные вертикальные перемещения в переходных режимах в 4,8 раза больше амплитуды вертикальных перемещений в рабо-

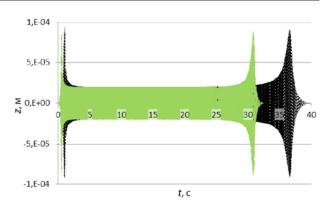


Рис. 6. Вертикальные перемещения центра масс системы z(t): зеленая линия — для продолжительности пускового и остановочного режима 2,5 и 10 с соответственно; черная линия — 5 и 20 с)

чем режиме и превышают допустимое значение $(0,06 \text{ мм} = 6 \cdot 10^{-5} \text{м согласно СП } 26.13330.2012^6);$

- при увеличении времени пуска и остановки в два раза амплитуды вертикальных перемещений увеличились в 1,1 раза; т. е. изменение времени пуска и остановки слабо влияет на уровни колебаний;
- расчетные значения вертикальных и горизонтальных перемещений газовой турбины SGT-800 в рабочих режимах не превышают допустимые уровни; в переходных режимах уровни колебаний значительно выше допустимых; очевидно, что при расчете фундаментов машин с вращающимися частями (на примере газовой турбины SGT-800) следует учитывать результаты расчета в переходных режимах.

Заключение

Буронабивные сваи представляют из себя достаточно эффективный способ организации фундамента, и в некоторых случаях их применение крайне необходимо, в частности, в условиях плотной городской застройки и слабых грунтов [1]. Кроме того, преимуществом буронабивных

Таблица 2

Результаты расчета вертикальных колебаний системы

	Максимальные п	еремещения при	Максимальные перемещения при	
Показатели	пусковом режим	е длительностью	остановочном режиме длительностью	
KON-37- (E.Stato-Baltistania (KON)	2,5 c	5 c	10 c	20 c
Вертикальные перемещения, м	8,81.10-5	9,34·10 ⁻⁵	8,78.10-5	9,17.10-5

 $^{^6}$ СП 26.13330.2012. Фундаменты машин с динамическими нагрузками. Актуализированная редакция СНиП 2.02.05−87 (с изменением № 1).

свай является то, что при одинаковой площади поперечного сечения по сравнению с забивными сваями квадратного сечения у первых больше площадь сцепления с поверхностью грунта, и оно более равномерно, в отличие от свай квадратного сечения⁷.

Несомненным плюсом является возможность использования свай достаточно большого диаметра, которые в некоторых случаях экономически более выгодны. Кроме того, как показали расчеты, возможно их применение в качестве фундаментов для машин с большими динамическими нагрузками.

В качестве примера была рассмотрена эффективность применения буронабивных свай при организации фундамента турбоагрегата Siemens SGT-800 в Санкт-Петербурге. Была выбрана схема установки с симметричным расположением свай относительно вала турбины. Сваи прорезают семь слоев грунта. Расчет необходимых значений жесткостей свай проводился в соответствии с Руководством по проектированию фундаментов машин с динамическими нагрузками НИИОСП им. Н. М. Герсеванова⁸.

Из результатов расчетов следует: амплитудные значения колебаний в переходных режимах могут заметно превышать уровень колебаний в рабочем режиме. Регулировка длительности режимов пуска и остановки относительно мало влияет на уровни колебаний в переходных режимах.

Библиографический список

1. Мангушев Р. А., Ершов А. В., Осокин А. И. Современные свайные технологии. СПб.: СПбГАСУ, 2007. 160 с.

- 2. Чернов Ю. Т. Вибрации строительных конструкций. (Аналитические методы расчета. Основы проектирования и нормирования вибраций строительных конструкций, подвергающихся эксплуатационным динамическим воздействиям). 2-е изд., испр. и доп. М.: АСВ, 2011. 384 с.
- 3. Пятецкий В. М., Александров Б. К., Савинов О. А. Современные фундаменты машин и их автоматизированное проектирование. М.: Стройиздат, 1993. 415 с.
- 4. Чернов Ю. Т., Осипова М. В. Общий случай плоских колебаний массивных тел на упругих опорах // Строительная механика и расчет сооружений. 2015. № 4 (261). С. 58–63.

References

- 1. Mangushev R. A., Ershov A. V., Osokin A. I. *Sovremennye svaynye tekhnologii* [Modern pile technologies]. St. Petersburg, SPSUACE Publ., 2007, 160 p.
- 2. Chernov Yu. T. Vibratsii stroitel'nykh konstruktsiy. (Analiticheskie metody rascheta. Osnovy proektirovaniya i normirovaniya vibratsiy stroitel'nykh konstruktsiy, podvergayushchikhsya ehkspluatatsionnym dinamicheskim vozdeystviyam) [Vibration of building structures. (Analytical methods of calculation. Fundamentals of design and regulation of vibrations of building structures subjected to operational dynamic effects)]. 2-nd ed., revised. Moscow, ASV Publ., 2011, 384 p.
- 3. Pyatetskiy V. M., Aleksandrov B. K., Savinov O. A. Sovremennye fundamenty mashin i ikh avtomatizirovannoe proektirovanie [Modern machine foundations and their automated design]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1993, 415 p.
- 4. Chernov Yu. T., Osipova M. V. Obshchiy sluchay ploskikh kolebaniy massivnykh tel na uprugikh oporakh [General case of planar vibrations of massive bodies on elastic supports]. Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy Construction mechanics and calculation of structures, 2015, no. 4 (261), pp. 58–63.

⁷ СП 24.13330.2011. Актуализированная редакция СНиП 2.02.03−85 «Свайные фундаменты». Утв. Приказом Минрегиона РФ № 786 от 20.05.2011

 $^{^8}$ Руководство по проектированию фундаментов машин с динамическими нагрузками. НИИОСП им. Герсеванова. М.: Стройиздат, 1982. 207 с.