

Homework 7

1.

a) $P(X \leq 1 \cap Y = 1) = 0,2$

b) $P(X \leq 1 \cap Y \leq 1) = 0,1 + 0,04 +$

$$+ 0,08 + 0,2 = 0,42$$

c) $P(X \neq 0 \cap Y \neq 0) = 0,2 + 0,06 +$

$$+ 0,14 + 0,3 = 0,7$$

Магазиннага 1,7% из X-тн бүгэд

Y-т 0 ээлбэгийн түүхийн түүхийн

self-service-т бүгэд full-service-т

оффлайн тоннажийн түүхийн түүхийн

автоматын түүхийн түүхийн

$$d) P_x(0) = 0,1 + 0,09 + 0,02 = \\ = 0,16$$

$$P_x(1) = 0,08 + 0,2 + 0,06 = 0,34$$

$$P_x(2) = 0,06 + 0,14 + 0,3 = 0,5$$

$$P_y(0) = 0,1 + 0,08 + 0,06 = 0,24$$

$$P_y(1) = 0,09 + 0,2 + 0,14 = 0,38$$

$$P(X \leq 1) = 0,16 + 0,34 = 0,5$$

$$e) P(X=1 \cap Y=1) = 0,2$$

ausgleichsweise $P_x(1) = 0,34$, $P_y(1) = 0,38$

$$P_x(1) \cdot P_y(1) = 0,34 \cdot 0,38 = 0,1292$$

$0,1292 \neq 0,2$ \Rightarrow auseinander liegen

2. 0,51 - Brown

0,32 - blue

0,17 - green

$$a) C_{10}^5 \cdot (0,51)^5 \cdot C_5^3 (0,32)^3 \cdot C_5^2 (0,17)^2$$

$$b) C_{10}^1 \cdot 0,32 \cdot C_9^1 \cdot 0,17 \cdot C_8^8 \cdot (0,51)^8$$

$$c) C_{10}^7 \cdot 0,51^7 \cdot (1-0,51)^3 +$$

$$+ C_{10}^8 \cdot 0,51^8 \cdot 0,49^2 + C_{10}^9 \cdot 0,51^9 \cdot 0,49 +$$

$$+ C_{10}^{10} \cdot 0,51^{10} \cdot 0,49^0$$

3. ~~f(x,y)~~ $f(x,y) = x e^{-x(1+y)} \quad x > 0, y > 0$

$$a) P(X > 3) = \int_3^\infty \int_0^\infty x e^{-x(1+y)} dy dx =$$

$$= \int_3^\infty \left(-\frac{x e^{-x(1+y)}}{x} \right) \Big|_0^\infty dy = \int_3^\infty -e^{-x(1+y)} dy$$

$$= \int_3^\infty e^{-x} dy = -e^{-x} \Big|_3^\infty = e^{-3}$$

$$8) f_x(x) = \int_0^{\infty} x e^{-x(1+y)} dy =$$

$$= e^{-x(1+y)} \Big|_0^{\infty} = e^{-x}$$

$$f_y(y) = \int_0^{\infty} x e^{-x(1+y)} dx \quad \textcircled{2}$$

~~$$u = e^{-x(1+y)}$$~~
~~$$du = -e^{-x(1+y)} dx$$~~
~~$$dx = -\frac{e^{-x(1+y)}}{u} du$$~~

$$u = x \quad dv = e^{-x(1+y)} dx$$

$$du = dx \quad v = \frac{e^{-x(1+y)}}{1+y}$$

$$\textcircled{2} \left(-\frac{x e^{-x(1+y)}}{1+y} \Big|_0^{\infty} \right) + \int_{1+y}^{\infty} e^{-x(1+y)} dx =$$

$$= \left[\frac{e^{-x(1+y)}}{(1+y)^2} \Big|_0^{\infty} \right] = \frac{1}{(1+y)^2}$$

$$x \cdot e^{-x(1+y)} \neq \frac{e^{-x}}{(1+y)^2} \Rightarrow \text{während } x \rightarrow \infty$$

$$\begin{aligned}
 \text{Q)} \quad & P(X > 3 \text{ or } Y > 3) = \\
 & = 1 - P(X, Y \leq 3) = 1 - \int_0^3 \int_0^3 x \cdot e^{-x(1+y)} dy dx \\
 & = 1 - \int_0^3 \left(e^{-x(1+ye^y)} \right) \Big|_0^3 = \int_0^3 \frac{x}{1+y} e^{-x(1+y)} \Big|_0^3 \\
 & = 1 - \int_0^3 (e^{-4x} - e^{-x}) dx = 1 - \left[-\frac{1}{4} e^{-4x} \right]_0^3 = \\
 & = e^{-x} \Big|_0^3 = \frac{e^{-12}}{4} - \frac{1}{4} + e^{-3} + 1 \\
 & = \frac{e^{-12}}{4} + e^{-3} - \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

a) $E(X) = 0 \cdot (0,02 + 0,06 + 0,07 + 0,1) + 1 \cdot 0,43 + 10 \cdot 0,31 = 5,55$

$$\begin{aligned}
 E(Y) &= 0 \cdot 0,02 + 5 \cdot 0,36 + 10 \cdot 0,36 + \\
 &+ 15 \cdot 0,21 = 8,55
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E(X+Y) &= E(X) + E(Y) = 5,55 + 8,55 = \\
 &= 14,1
 \end{aligned}$$

$$b) Z = \max(X, Y)$$

$$Z = 0$$

$$\max(X, Y) = 0$$

$$Z = 5$$

$$P(5, 5) + P(5, 0) + P(0, 5) =$$

$$= 0,15 + 0,09 + 0,06 = 0,25$$

$$Z = 10$$

$$P(10, 0) + P(0, 10) + P(5, 10) + P(10, 5) + P(10, 10) =$$

$$= 0,01 + 0,02 + 0,2 + 0,15 + 0,02 = 0,52$$

$$Z = 15$$

$$P(0, 15) + P(15, 0) + P(5, 15) + P(15, 5) +$$

$$+ P(10, 15) + P(15, 10) + P(15, 15) =$$

$$= 0,1 + 0,1 + 0,01 = 0,21$$

Z	0	5	10	15
P	0	0,25	0,52	0,21

$$E(Z) = 0 + 5 \cdot 0,25 + 10 \cdot 0,52 + 15 \cdot 0,21 = 9,6$$

$$5. V = 27X_1 + 125X_2 + 512X_3$$

$$E(V) = 27E(X_1) + 125E(X_2) + 512E(X_3)$$

$$= 27 \cdot 200 + 125 \cdot 250 + 512 \cdot 100 =$$

$$= 87850 \text{ ft}^3$$

$$\text{var}(V) = 27^2 \sigma_1^2 + 125^2 \sigma_2^2 + 512^2 \sigma_3^2$$

$$= 27^2 \cdot 100 \cdot 125^2 \cdot 144 + 512^2 \cdot 8420000000000000$$

für die Varianz der Gesamtpreis

0,5, für die Varianz des Preis

von zentraler Güterpreisfehler:

$$6. f(x,y) = 2e^{-(x+y)}, \quad 0 < x < y < \infty$$

$$a) f_x(x) = \int_x^\infty 2e^{-(x+y)} dy = \left[-2e^{-(x+y)} \right]_x^\infty =$$

$$= 2e^{-2x}$$

$$b) f_{y|x}(y|x) = \frac{f(x,y)}{f_x(x)} = \frac{2e^{-(x+y)}}{2e^{-2x}} = e^{x-y}$$

$$c) P(Y > 2, P(1, Y > 2)) =$$

$$= \frac{f(x=1, y>2)}{f_x(x=1)} = \frac{e^{-3}}{2e^{-2}} = \frac{1}{2e}$$

$$f(x=1, y>2) = \int_2^{\infty} e^{-(x+y)} dy = -e^{-1-y} \Big|_2^{\infty} =$$

$$= e^{-3}$$

$$f_x(x=1) = 2e^{-2}$$

$$d) E(Y | X=x) = \int_{-\infty}^{\infty} y \cdot f(y|x=x) dy =$$

$$= \int_0^{\infty} y \cdot e^{x-y} dy = \left(y \cdot e^{x-y} \right) \Big|_0^{\infty} +$$

$$+ \int_0^{\infty} e^{x-y} dy = -e^{x-y} \Big|_0^{\infty} =$$

$$= e^x$$