

NEURÓNOVÉ SIETE

PROJEKT 3

ECHO STATE NETWORK

Autor: Marián Kravec

Úvod

V tejto úlohe sa snažíme natrénovať echo state network ktorá produkuje L predchádzajúcich meraní, našou snahou bude určiť akú pamäťovú kapacitu má táto sieť pre rôzne hodnoty spektrálneho priemeru a riedkosti siete, a ako sa táto kapacita vyvíja so produkovaním meraní viac v minulosti.

Dáta

Náš dataset tvorí 1100 náhodných navzájom nezávislých čísel z rozdelenia $Uni(-1, +1)$, prvých 100 dátových bodov použijeme iba aby "vyčistili chuťové schopnosti" modelu, čiže aby si zvykol na typ dát, ďalších 500 dátových bodov je použitých na tréning modelu a posledných 500 dátových bodov je určených na evaluáciu modelu, čiže v tomto prípade určenie pamäťovej kapacity modelu.

Architektúra a hyperparametre

Všeobecná architektúra

Náš model dostane na vstupe jedno číslo, rezervoár má veľkosť 100 a na výstupe vráti L čísel (skúmaný hyperparameter). Vstupná matica veľkosti (100×1) (z jedného vstupu na veľkosť rezervoáru) je generovaná náhodne z rozdelenia $Uni_{(100 \times 1)}(-0.01, +0.01)$. Matica rezervoáru veľkosti (100×100) je taktisto náhodná a generovaná z rozdelenia $N_{(100 \times 100)}(0, 1)$, pričom následne je každá s hodnotou prepísaná na 0 s pravdepodobnosťou p (skúmaný hyperparameter) a výsledné hodnoty matice sú ešte prenasobené číslom $(\frac{\rho}{\max(\text{eigenval})})$ tak aby spektrálny polomer bol ρ (skúmaný hyperparameter). Výstupná matica veľkosti $(100 \times L)$ je počítaná počas tréningu analyticky pomocou výpočtu pseudoinverznej matice tvorenej priebežnými rezervoármi pre jednotlivé vstupné dátové body. Ako aktivačná funkcia na rezervoárovej vrstve je použitý hyperbolický tangens, a aktivačná funkcia na výstupnej vrstve je lineárna.

Hyperparametre

V tomto prípade budeme najskôr určovať vhodnú hodnotu L , následne určíme spektrálny polomer s najväčšou pamäťovou kapacitou a na záver sa pozrieme na vplyv riedkosti (pravdepodobnosti vynulovania hodnoty v matici rezervoáru) na pamäťovú kapacitu.

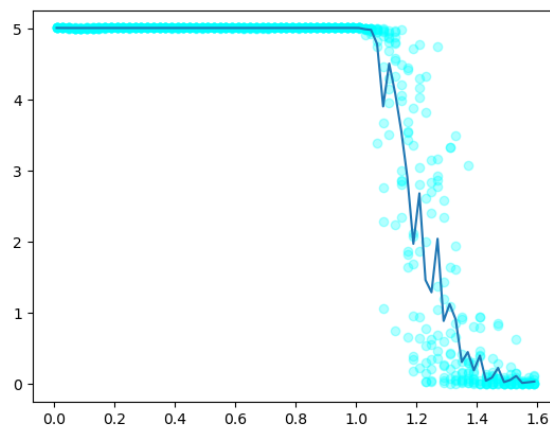
Výsledky modelu

Nastavenie L

Ako prvé potrebujeme určiť ako veľmi do minulosti sa chceme pozerieť. V zadaní je veta: "Choose L that performs well". Nie je mi úplne jasné čo je týmto myslené tak sme vyskúšali viacero hodnôt, pričom riedkosť bola nastavená na 70% a to čo sme pozorovali, je ako sa vyvíja pamäťová kapacita pre hodnoty spektrálneho polomeru. Na určenie očakávanej pamäťovej kapacity pre konkrétnu hodnotu spektrálneho polomeru vypočítame priemernú pamäťovú kapacitu desiatich modelov s

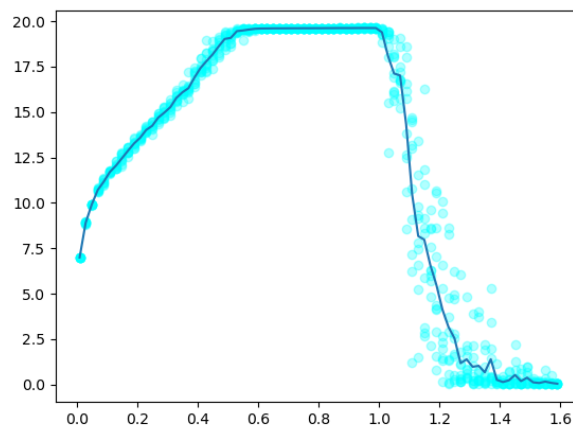
týmto spektrálnym priemerom. Túto kapacitu budeme počítať pre hodnoty spektrálneho polomeru medzi hodnotami 0.01 a 1.61 s krokom 0.02.

Začnime s pomerne nízkou hodnotou $L = 5$, dostaneme takýto graf:



Obr. 1: $L = 5$

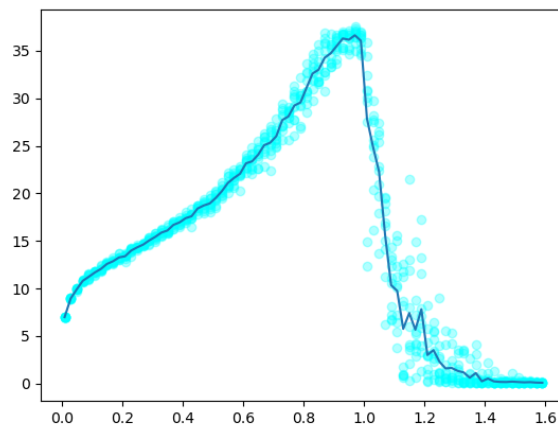
Vidíme, že pamäťová kapacita je pomerne stabilne okolo $TMC = 5$ pre všetky hodnoty spektrálneho polomeru menšieho ako 1, pre hodnoty väčšie ako jedna pamäťová kapacita rapídne klesá. Teraz skúsme o niečo vyššiu hodnotu $L = 20$, dostaneme takýto graf:



Obr. 2: $L = 20$

Vidíme, že pre hodnoty spektrálneho polomeru v intervale $\rho \in (0, 0.5)$ pamäťová kapacita postupne rastie, následne pre hodnoty v intervale $\rho \in (0.5, 1)$ je viac-menej na stabilnej maximálnej hodnote približne $TMC = 19.6$, a pre hodnoty väčšie ako 1 začína pamäťová kapacita rapídne klesať a okolo hodnoty 1.5 je už blízka 0.

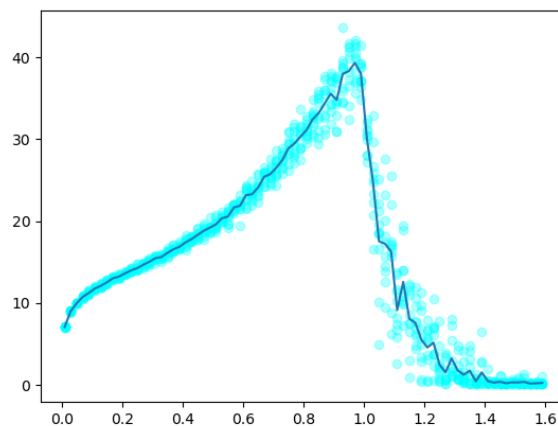
Keďže máme stále pomerne široký interval kedy nastáva maximálna pamäťová kapacita skúsme hodnotu L zvýšiť na $L = 40$:



Obr. 3: $L = 40$

Tu už vidíme, že maximálnu pamäťovú kapacitu $TMC = 36.6$ dosiahne pre hodnotu spektrálneho polomeru $\rho = 0.97$, inak je správanie podobné prechádzajúcim prípadom kde do tejto hodnoty pamäťová kapacita postupne rastie a od tejto hodnoty prudko klesá.

Môžeme skúsiť hodnotu ešte zvýšiť a skúsiť $L = 80$:



Obr. 4: $L = 80$

Vidíme, že graf je takmer totožný tomu pre $L = 40$, maximálna pamäťová kapacita je približne $TMC = 39.8$ čo je zaujímavé keďže doteraz bola pamäťová kapacita len o trochu menšia ako hodnota L ale v tomto prípade je len približne polovičná.

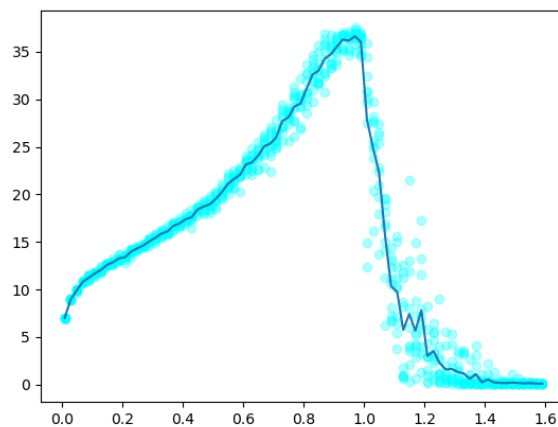
Skúsme sa pozrieť na hodnoty maximálnej pamäťovej kapacity pre L medzi 10 a 100 po násobkoch 10:

L	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
pamäťová kapacita	9.9	19.6	28.9	36.6	39.3	39.4	39.6	39.8	40	40

Vidíme, že pamäťová kapacita spočiatku rastie s hodnotou L ale následne sa tento rast spomaľuje až dosiahne úplné maximum okolo hodnoty $TMC = 40$. Keďže spočiatku je kapacita podobná hodnote L a jej maximum je $TMC = 40$, do ďalšej časti použijeme $L = 40$.

Nastavenie ρ

Zopakujme si aký graf sme dostali pre $L = 40$:



Obr. 5: $L = 40$

Maximálnu hodnotu pamäťovej kapacity $TMC = 36.6$ sme dostali pre spektrálny polomer $\rho = 0.97$.