

PROGRAMOVANIE PARALÉLNYCH A DISTRIBUOVANÝCH SYSTÉMOV

DOMÁCA ÚLOHA 9

Autor: Marián Kravec

Úloha 1

Algoritmus ktorý napíňa zoznam z prvkami zo zoznamu x je nasledovný:

1. pridaj na koniec pomocou príkazu $z[N-1] := u$ a zároveň vymeň všetky takéto dvojice $z[N-1-2*k], z[N-2*k] := z[N-2*k], z[N-1-2*k], \lfloor \frac{N}{2} \rfloor + 1 \leq k > 0$ (v podstate ide o to, že chceme vymeniť predposledný s predpredposledným, potom dvojicu pred nimi a tak ďalej)
2. teraz vymeň dvojice $z[N-2*k], z[N+1-2*k] := z[N-2*k], z[N-1-2*k], \lfloor \frac{N}{2} \rfloor + 1 \leq k > 0$ (tu vlastne vymieňame dvojice ktoré sme nevymenili v predchádzajúcom kroku, čiže posledný s predposledným, dvojice pred nimi a tak ďalej)

(v oboch prípadoch som definoval vymieňané dvojice od konca zoznamu keďže na koniec pridávame a záleží na tom, či, posledný prvok smieme vymieňať alebo nie (keďže v prvom kroku ho vymieňať nemôžeme keďže tá hodnota je už použitá v inom príkaze))

Ukážme si to na príklade zoznamu dĺžky 5:

Na začiatku majme zoznam z vyzerajúci takto:

Ďalej chceme tam dostať zoznam x vyzerajúci takto:

$a \quad b \quad c \quad d \quad e$

Dvojice ktoré sme vymenili označíme červeným podčiarknutím a do zátvoriek si zapíšeme ktorý z dvoch krokov vykonávame a koľký krok celkovo to je.

Teraz podľa algoritmus:

$\underline{\quad \quad \quad} \quad \underline{\quad \quad \quad} \quad a \quad (1, 1)$
 $\underline{\quad \quad \quad} \quad \underline{\quad \quad \quad} \quad a \quad (2, 2)$
 $\underline{\quad \quad \quad} \quad \underline{\quad \quad \quad} \quad a \quad b \quad (1, 3)$
 $\underline{\quad \quad \quad} \quad \underline{\quad \quad \quad} \quad a \quad b \quad (2, 4)$
 $\underline{\quad \quad \quad} \quad \underline{\quad \quad \quad} \quad a \quad b \quad c \quad (1, 5)$
 $\underline{\quad \quad \quad} \quad \underline{\quad \quad \quad} \quad a \quad b \quad c \quad (2, 6)$
 $\underline{\quad \quad \quad} \quad \underline{\quad \quad \quad} \quad b \quad a \quad c \quad d \quad (1, 7)$
 $\underline{\quad \quad \quad} \quad \underline{\quad \quad \quad} \quad b \quad c \quad a \quad d \quad (2, 8)$
 $\underline{\quad \quad \quad} \quad \underline{\quad \quad \quad} \quad c \quad b \quad d \quad a \quad e \quad (1, 9)$
 $\underline{\quad \quad \quad} \quad \underline{\quad \quad \quad} \quad c \quad d \quad b \quad e \quad a \quad (2, 10)$

Takže po 10 krokoch (čo je presne $2N$ operácií) máme v zozname z zoznam x (len trochu poprehadzovaný) (v podstate nám stačí 9 ale pre všeobecné N to vyjde $2N-1$ čo je zanedbateľné):

$c \quad d \quad b \quad e \quad a$

Tento algoritmus funguje vďaka tomu, že efektívne posúva prvky z konca zoznamu na začiatok a naopak vďaka čomu sa na koniec dostávajú postupne všetky prvky z pôvodného zoznamu a môže byť nahradený.

Úloha 2

V prípade, že môžeme pridávať prvky aj na začiatok, môžeme využiť modifikáciu algoritmu z úlohy 1 a využiť, že tento algoritmus nie len efektívne presúval prvky z konca na začiatok ale aj naopak.

Akurát musíme dávať pozor, v ktorom kroku nášho algoritmu môžeme pridať príkaz na pridávanie na začiatok zoznamu keďže nechceme aby ten istý prvok bol v dvoch príkazoch.

Ak máme párny počet prvkov tak pridáme pridávanie na začiatok zoznamu do 2. kroku algoritmu (v 1. kroku sa prvý prvok vymieňa s druhým), ak je počet prvkov nepárny tak pridávame na začiatok v 1. kroku algoritmus (zase v 2. sa mení prvý s druhým).

Podme si to ukázať na dvoch príkladoch a to dĺžky 5 a 6 (keďže parita počtu je dôležitá):
Najskôr dĺžky 5 (zoznamy sú totožné z úlohy 1):

$$\begin{array}{l} \text{a (1, 1)} \\ \text{b } \underline{\quad} \text{a (2, 2)} \\ \text{d } \underline{\text{b}} \text{ } \underline{\text{a}} \text{ c (1, 3)} \\ \text{d } \underline{\text{a}} \underline{\text{b}} \underline{\text{c}} \text{ (2, 4)} \\ \text{a } \underline{\text{d}} \text{ } \underline{\text{c}} \underline{\text{b}} \text{ e (1, 5)} \end{array}$$

Teraz pre dĺžku 6 (iba na koniec x pridáme f):

$$\begin{array}{l} \text{b } \underline{\quad} \text{a (1, 1)} \\ \text{d } \underline{\text{b}} \text{ } \underline{\text{a}} \text{ c (2, 2)} \\ \text{d } \underline{\text{b}} \underline{\text{a}} \text{ c (1, 3)} \\ \text{d } \underline{\text{d}} \underline{\text{a}} \underline{\text{b}} \underline{\text{c}} \text{ (2, 4)} \\ \text{f } \underline{\text{a}} \underline{\text{d}} \underline{\text{c}} \underline{\text{b}} \text{ e (1, 5)} \\ \text{a } \underline{\text{f}} \underline{\text{a}} \underline{\text{d}} \underline{\text{e}} \underline{\text{b}} \text{ (2, 6)} \end{array}$$

Vidíme, že keďže pri nepárnom počte prvkov pridávame prvok v každom kroku tak nám stačí N operácií. Podobne v prípade párneho počtu pridávame 2 prvky za 2 kroky takže nám takisto stačí N operácií.

Takže tento modifikovaný algoritmu dokáže prekopírovať x do z na N operácií.