## Painel / Meus cursos / SC26EL / 10-Resolução das Equações de Estado / Questionário sobre Resolução das Equações de Estado

Iniciado em	sábado, 17 abr 2021, 17:38
Estado	Finalizada
Concluída em	sábado, 17 abr 2021, 17:54
Tempo	15 minutos 48 segundos
empregado	
Notas	3,0/3,0
Avaliar	<b>10,0</b> de um máximo de 10,0( <b>100</b> %)

## Questão **1**

Correto

Atingiu 1,0 de 1,0

Considere o sistema abaixo onde u(t) é um degrau unitário. Obtenha a solução das equações de estado. Considere 3 algarismos significativos após a vírgula.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Os polos do sistema são (do maior para o menor):  $s_1 = \begin{bmatrix} -2 & & \checkmark & \\ & -2 & & \checkmark \end{bmatrix}$  e  $s_2 = \begin{bmatrix} -3 & & \checkmark & \\ & & & \end{bmatrix}$  .

A solução das equações de estado é dada por  $x(t) = e^{At}x(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau$ , onde,  $e^{At} = \phi(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{(sI - A)^{-1}\right\}$ .

Assim, a matriz  $\phi(s) = (sI - A)^{-1}$  tem a forma  $\phi(s) = \frac{1}{den(s)} \begin{bmatrix} \phi_{11}(s) & \phi_{12}(s) \\ \phi_{21}(s) & \phi_{22}(s) \end{bmatrix}$ . Os coeficientes do polinômio den(s) e dos elementos  $\phi_{ij}(s)$  da matriz são:

A matriz  $\phi(t) = e^{At}$  tem a forma  $\phi(t) = \begin{bmatrix} \phi_{11}(t) & \phi_{12}(t) \\ \phi_{21}(t) & \phi_{22}(t) \end{bmatrix}$ . Os elementos  $\phi_{ij}(t)$  da matriz são:  $\phi_{11}(t) = \begin{bmatrix} 3 & \checkmark & e^{\begin{pmatrix} -2 & \checkmark & t \end{pmatrix}} - \begin{bmatrix} 2 & \checkmark & e^{\begin{pmatrix} -3 & \checkmark & t \end{pmatrix}}; \\ \phi_{12}(t) = \begin{bmatrix} 1 & \checkmark & e^{\begin{pmatrix} -2 & \checkmark & t \end{pmatrix}} - \begin{bmatrix} 1 & \checkmark & e^{\begin{pmatrix} -3 & \checkmark & t \end{pmatrix}}; \\ \phi_{21}(t) = \begin{bmatrix} 6 & \checkmark & e^{\begin{pmatrix} -3 & \checkmark & t \end{pmatrix}} - \begin{bmatrix} 6 & \checkmark & e^{\begin{pmatrix} -2 & \checkmark & t \end{pmatrix}}; \\ \phi_{22}(t) = \begin{bmatrix} 3 & \checkmark & e^{\begin{pmatrix} -3 & \checkmark & t \end{pmatrix}} - \begin{bmatrix} 2 & \checkmark & e^{\begin{pmatrix} -2 & \checkmark & t \end{pmatrix}}.$ 

A solução das equações de estados é dada por:

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = e^{At} \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \end{bmatrix},$$

onde,

$$f_{1}(t) = \begin{bmatrix} 0,167 & \checkmark & + \begin{bmatrix} 0,333 & \checkmark & e( \begin{bmatrix} -3 & \checkmark & t \end{pmatrix} - \begin{bmatrix} 0,5 & \checkmark & e( \begin{bmatrix} -2 & \checkmark & t \end{pmatrix} ); \\ f_{2}(t) = \begin{bmatrix} 1 & \checkmark & e( \begin{bmatrix} -2 & \checkmark & t \end{pmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & \checkmark & e( \begin{bmatrix} -3 & \checkmark & t \end{pmatrix} ). \end{bmatrix}$$

Consequentemente, considerando x(0) = 0, no instante t = 1 s a saída y(t) do sistema vale:

$$y(1) = 0.116$$
  $\checkmark$  .

Para  $t o \infty$  , a saída y(t) do sistema vale:

 $y(\infty) = \begin{vmatrix} 0.167 \end{vmatrix} \checkmark .$ 

Considere o sistema abaixo onde u(t) é um degrau unitário. Obtenha a solução das equações de estado. Considere 3 algarismos significativos após a vírgula.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

A solução das equações de estado é dada por  $x(t)=e^{At}x(0)+\int_0^t e^{A(t- au)}Bu( au)d au$ , onde,  $e^{At}=\phi(t)=\mathcal{L}^{-1}\left\{(sI-A)^{-1}
ight\}$ .

Assim, a matriz  $\phi(s) = (sI - A)^{-1}$  tem a forma  $\phi(s) = \frac{1}{den(s)} \begin{bmatrix} \phi_{11}(s) & \phi_{12}(s) \\ \phi_{21}(s) & \phi_{22}(s) \end{bmatrix}$ . Os coeficientes do polinômio den(s) e dos elementos  $\phi_{ij}(s)$  da matriz são:

$$den(s) = \boxed{1} \qquad \checkmark \quad s^2 + \boxed{4} \qquad \checkmark \quad s + \boxed{4}$$

$$\phi_{11}(s) = \begin{bmatrix} 0 \\ \end{bmatrix} \checkmark s^2 + \begin{bmatrix} 1 \\ \end{bmatrix} \checkmark s + \begin{bmatrix} 4 \\ \end{bmatrix} \checkmark$$

$$\phi_{12}(s) = \begin{bmatrix} 0 & s^2 + \end{bmatrix} 0 \qquad s + \begin{bmatrix} 1 & s \end{bmatrix}$$

$$\phi_{21}(s) = \boxed{0} \qquad \checkmark \quad s^2 + \boxed{0} \qquad \checkmark \quad s + \boxed{-4}$$

$$\phi_{22}(s) = \boxed{0} \qquad \checkmark \quad s^2 + \boxed{1} \qquad \checkmark \quad s + \boxed{0}$$

A matriz  $\phi(t) = \mathrm{e}^{At}$  tem a forma  $\phi(t) = \begin{bmatrix} \phi_{11}(t) & \phi_{12}(t) \\ \phi_{21}(t) & \phi_{22}(t) \end{bmatrix}$ . Os elementos  $\phi_{ij}(t)$  da matriz são:

$$\phi_{12}(t) = \begin{bmatrix} 1 & \checkmark & te( \end{bmatrix} -2 & \checkmark & t);$$

$$\phi_{21}(t) = \begin{bmatrix} -4 & \star & te( \end{bmatrix} -2 & \star & t);$$

$$\phi_{22}(t) = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{v} & e^{(-2)} & \mathbf{v} & t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & \mathbf{v} & t \end{bmatrix} \cdot t e^{(-2)} \cdot t$$

A solução das equações de estados é dada por:

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = e^{At} \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \end{bmatrix},$$

onde,

$$f_1(t) = \begin{bmatrix} 0.25 & \checkmark & + \begin{bmatrix} -0.5 & \checkmark & te( \end{bmatrix} & te( \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.25 & \checkmark & t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.25 & \checkmark & t \end{bmatrix};$$

$$f_2(t) = \begin{bmatrix} 1 & \checkmark & te( \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & \checkmark & t \end{bmatrix}.$$

Consequentemente, considerando x(0) = 0, no instante t = 1 s a saída y(t) do sistema vale:

$$y(1) = 0.148$$

Para  $t o \infty$  , a saída y(t) do sistema vale:

 $y(\infty) = 0.25$ 

```
Questão 3

Correto

Atingiu 1,0 de 1,0
```

Considere o sistema abaixo onde u(t) é um degrau unitário. Obtenha a solução das equações de estado. Considere 3 algarismos significativos após a vírgula.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -13 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Os polos do sistema são:  $s_{1,2} = \begin{bmatrix} -2 & \checkmark & \pm j \end{bmatrix}$  3

A solução das equações de estado é dada por  $x(t) = e^{At}x(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau$ , onde,  $e^{At} = \phi(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{(sI-A)^{-1}\right\}$ .

Assim, a matriz  $\phi(s) = (sI - A)^{-1}$  tem a forma  $\phi(s) = \frac{1}{den(s)} \begin{bmatrix} \phi_{11}(s) & \phi_{12}(s) \\ \phi_{21}(s) & \phi_{22}(s) \end{bmatrix}$ . Os coeficientes do polinômio den(s) e dos elementos  $\phi_{ij}(s)$  da matriz são:

$$den(s) = \begin{bmatrix} 1 & & & & & & & & & \\ & & & & & & & \\ & \phi_{11}(s) = & 0 & & & & & \\ & \phi_{12}(s) = & 0 & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & &$$

A matriz 
$$\phi(t) = e^{At}$$
 tem a forma  $\phi(t) = \begin{bmatrix} \phi_{11}(t) & \phi_{12}(t) \\ \phi_{21}(t) & \phi_{22}(t) \end{bmatrix}$ . Os elementos  $\phi_{ij}(t)$  da matriz são: 
$$\phi_{11}(t) = e^{\begin{pmatrix} -2 & \checkmark & t \end{pmatrix}} \begin{pmatrix} 1 & \checkmark & cos(3) & \checkmark & t \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0,667 & \checkmark & sen(3) & \checkmark & t \end{pmatrix});$$
 
$$\phi_{12}(t) = \begin{bmatrix} 0,333 & \checkmark & e^{\begin{pmatrix} -2 & \checkmark & t \end{pmatrix}} sen(3) & \checkmark & t \end{pmatrix};$$
 
$$\phi_{21}(t) = \begin{bmatrix} -4,333 & \checkmark & e^{\begin{pmatrix} -2 & \checkmark & t \end{pmatrix}} sen(3) & \checkmark & t \end{pmatrix};$$
 
$$\phi_{22}(t) = e^{\begin{pmatrix} -2 & \checkmark & t \end{pmatrix}} \begin{pmatrix} 1 & \checkmark & cos(3) & \checkmark & t \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} -0,667 & \checkmark & sen(3) & \checkmark & t \end{pmatrix}).$$

A solução das equações de estados é dada por:

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = e^{At} \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \end{bmatrix},$$

onde,

$$f_1(t) = \begin{bmatrix} 0,077 & \checkmark & -e^{\begin{pmatrix} -2 & \checkmark & t \end{pmatrix}} \begin{pmatrix} 0,077 & \checkmark & cos(3 & \checkmark & t) + \begin{bmatrix} 0,051 & \checkmark & sen(3 & \checkmark & t) \end{pmatrix};$$

$$f_2(t) = \begin{bmatrix} 0.333 & \mathbf{v} & e^{\begin{pmatrix} -2 & \mathbf{v} & t \end{pmatrix}} sen(\begin{bmatrix} 3 & \mathbf{v} & t \end{pmatrix}).$$

Consequentemente, considerando x(0)=0 , no instante  $t=1\ s$  a saída y(t) do sistema vale:

Para  $t o \infty$  , a saída y(t) do sistema vale:

$$y(\infty) = \begin{vmatrix} 0.077 & \checkmark & .$$

## → Script Python

Seguir para...

Aula 11 - Alocação de Polos ►