Iniciado em	sábado, 17 abr 2021, 17:38
Estado	Finalizada
Concluída em	sábado, 17 abr 2021, 17:54
Tempo empregado	15 minutos 48 segundos
Notas	3,0/3,0
Avaliar	**10,0** de um máximo de 10,0(**100**%)

Questão **1**

Correto

Atingiu 1,0 de 1,0

Considere o sistema abaixo onde $u(t)$ é um degrau unitário. Obtenha a solução das equações de estado. Considere 3 algarismos significativos após a vírgula.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Os polos do sistema são (do maior para o menor): $s_1 =$ -2 e $s_2 =$ -3 .

A solução das equações de estado é dada por $x(t) = e^{At}x(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau$, onde, $e^{At} = \phi(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{(sI - A)^{-1}\right\}$.

Assim, a matriz $\phi(s) = (sI - A)^{-1}$ tem a forma $\phi(s) = \frac{1}{den(s)}\begin{bmatrix} \phi_{11}(s) & \phi_{12}(s) \\ \phi_{21}(s) & \phi_{22}(s) \end{bmatrix}$. Os coeficientes do polinômio $den(s)$ e dos elementos $\phi_{ij}(s)$ da matriz são:

$den(s) =$ 1 s^2+ 5 $s+$ 6 ;

$\phi_{11}(s) =$ 0 s^2+ 1 $s+$ 5 ;

$\phi_{12}(s) =$ 0 s^2+ 0 $s+$ 1 ;

$\phi_{21}(s) =$ 0 s^2+ 0 $s+$ -6 ;

$\phi_{22}(s) =$ 0 s^2+ 1 $s+$ 0 .

A matriz $\phi(t) = e^{At}$ tem a forma $\phi(t) = \begin{bmatrix} \phi_{11}(t) & \phi_{12}(t) \\ \phi_{21}(t) & \phi_{22}(t) \end{bmatrix}$. Os elementos $\phi_{ij}(t)$ da matriz são:

$\phi_{11}(t) =$ 3 $e^{($ -2 $t)} -$ 2 $e^{($ -3 $t)}$;

$\phi_{12}(t) =$ 1 $e^{($ -2 $t)} -$ 1 $e^{($ -3 $t)}$;

$\phi_{21}(t) =$ 6 $e^{($ -3 $t)} -$ 6 $e^{($ -2 $t)}$;

$\phi_{22}(t) =$ 3 $e^{($ -3 $t)} -$ 2 $e^{($ -2 $t)}$.

A solução das equações de estados é dada por:

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = e^{At} \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \end{bmatrix},$$

onde,

$f_1(t) =$ 0,167 $+$ 0,333 $e^{($ -3 $t)} -$ 0,5 $e^{($ -2 $t)}$;

$f_2(t) =$ 1 $e^{($ -2 $t)} -$ 1 $e^{($ -3 $t)}$.

Consequentemente, considerando $x(0) = 0$, no instante $t = 1\ s$ a saída $y(t)$ do sistema vale:

$y(1) =$ 0,116 .

Para $t \to \infty$, a saída $y(t)$ do sistema vale:

$y(\infty) =$ 0,167 .

Questão **2**

Correto

Atingiu 1,0 de 1,0

Considere o sistema abaixo onde $u(t)$ é um degrau unitário. Obtenha a solução das equações de estado. Considere 3 algarismos significativos após a vírgula.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Os polos do sistema são: $s_1 =$ -2 ✔ e $s_2 =$ -2 ✔ .

A solução das equações de estado é dada por $x(t) = e^{At}x(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau$, onde, $e^{At} = \phi(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{(sI - A)^{-1}\right\}$.

Assim, a matriz $\phi(s) = (sI - A)^{-1}$ tem a forma $\phi(s) = \frac{1}{den(s)} \begin{bmatrix} \phi_{11}(s) & \phi_{12}(s) \\ \phi_{21}(s) & \phi_{22}(s) \end{bmatrix}$. Os coeficientes do polinômio $den(s)$ e dos elementos $\phi_{ij}(s)$ da matriz são:

$den(s) =$ 1 ✔ $s^2 +$ 4 ✔ $s +$ 4 ✔ ;

$\phi_{11}(s) =$ 0 ✔ $s^2 +$ 1 ✔ $s +$ 4 ✔ ;

$\phi_{12}(s) =$ 0 ✔ $s^2 +$ 0 ✔ $s +$ 1 ✔ ;

$\phi_{21}(s) =$ 0 ✔ $s^2 +$ 0 ✔ $s +$ -4 ✔ ;

$\phi_{22}(s) =$ 0 ✔ $s^2 +$ 1 ✔ $s +$ 0 ✔ .

A matriz $\phi(t) = e^{At}$ tem a forma $\phi(t) = \begin{bmatrix} \phi_{11}(t) & \phi_{12}(t) \\ \phi_{21}(t) & \phi_{22}(t) \end{bmatrix}$. Os elementos $\phi_{ij}(t)$ da matriz são:

$\phi_{11}(t) =$ 1 ✔ $e^{($ -2 ✔ $t)} +$ 2 ✔ $te^{($ -2 ✔ $t)}$;

$\phi_{12}(t) =$ 1 ✔ $te^{($ -2 ✔ $t)}$;

$\phi_{21}(t) =$ -4 ✔ $te^{($ -2 ✔ $t)}$;

$\phi_{22}(t) =$ 1 ✔ $e^{($ -2 ✔ $t)} +$ -2 ✔ $te^{($ -2 ✔ $t)}$.

A solução das equações de estados é dada por:

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = e^{At} \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \end{bmatrix},$$

onde,

$f_1(t) =$ 0,25 ✔ $+$ -0,5 ✔ $te^{($ -2 ✔ $t)} +$ -0,25 ✔ $e^{($ -2 ✔ $t)}$;

$f_2(t) =$ 1 ✔ $te^{($ -2 ✔ $t)}$.

Consequentemente, considerando $x(0) = 0$, no instante $t = 1\ s$ a saída $y(t)$ do sistema vale:

$y(1) =$ 0,148 ✔ .

Para $t \rightarrow \infty$, a saída $y(t)$ do sistema vale:

$y(\infty) =$ 0,25 .

Questão **3**

Correto

Atingiu 1,0 de 1,0

Considere o sistema abaixo onde $u(t)$ é um degrau unitário. Obtenha a solução das equações de estado. Considere 3 algarismos significativos após a vírgula.

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -13 & -4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u$$

$$y=[1 \quad 0]\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$$

Os polos do sistema são: $s_{1,2}=$ -2 $\pm j$ 3 .

A solução das equações de estado é dada por $x(t)=e^{At}x(0)+\int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau$, onde, $e^{At}=\phi(t)=\mathcal{L}^{-1}\left\{(sI-A)^{-1}\right\}$.

Assim, a matriz $\phi(s)=(sI-A)^{-1}$ tem a forma $\phi(s)=\frac{1}{den(s)}\begin{bmatrix}\phi_{11}(s) & \phi_{12}(s)\\ \phi_{21}(s) & \phi_{22}(s)\end{bmatrix}$. Os coeficientes do polinômio $den(s)$ e dos elementos $\phi_{ij}(s)$ da matriz são:

$den(s)=$ 1 s^2+ 4 $s+$ 13 ;

$\phi_{11}(s)=$ 0 s^2+ 1 $s+$ 4 ;

$\phi_{12}(s)=$ 0 s^2+ 0 $s+$ 1 ;

$\phi_{21}(s)=$ 0 s^2+ 0 $s+$ -13 ;

$\phi_{22}(s)=$ 0 s^2+ 1 $s+$ 0 .

A matriz $\phi(t)=e^{At}$ tem a forma $\phi(t)=\begin{bmatrix}\phi_{11}(t) & \phi_{12}(t)\\ \phi_{21}(t) & \phi_{22}(t)\end{bmatrix}$. Os elementos $\phi_{ij}(t)$ da matriz são:

$\phi_{11}(t)=e^{(}$ -2 $^{t)}$ (1 $cos($ 3 $t)+$ 0,667 $sen($ 3 $t))$;

$\phi_{12}(t)=$ 0,333 $e^{(}$ -2 $^{t)}$ $sen($ 3 $t)$;

$\phi_{21}(t)=$ -4,333 $e^{(}$ -2 $^{t)}$ $sen($ 3 $t)$;

$\phi_{22}(t)=e^{(}$ -2 $^{t)}$ (1 $cos($ 3 $t)+$ -0,667 $sen($ 3 $t))$.

A solução das equações de estados é dada por:

$$\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\end{bmatrix}=e^{At}\begin{bmatrix}x_1(0)\\ x_2(0)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}f_1(t)\\ f_2(t)\end{bmatrix},$$

onde,

$f_1(t)=$ 0,077 $-e^{(}$ -2 $^{t)}$ (0,077 $cos($ 3 $t)+$ 0,051 $sen($ 3 $t))$;

$f_2(t)=$ 0,333 $e^{(}$ -2 $^{t)}$ $sen($ 3 $t)$.

Consequentemente, considerando $x(0) = 0$, no instante $t = 1\ s$ a saída $y(t)$ do sistema vale:

$y(1) =$ 0,086 .

Para $t \to \infty$, a saída $y(t)$ do sistema vale:

$y(\infty) =$ 0,077 .