



CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
DEPARTAMENTO DE COMPUTAÇÃO
CURSO DE ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO

IMPLEMENTAÇÃO DE ESTRATÉGIAS DE COORDENAÇÃO DE MÚLTIPLOS ROBÔS MÓVEIS NA PLATAFORMA LEGO MINDSTORMS

MARIANA ATHAYDE GARCIA

Orientador: Prof. Tales Argolo Jesus
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais – CEFET-MG

BELO HORIZONTE
NOVEMBRO DE 2015

MARIANA ATHAYDE GARCIA

**IMPLEMENTAÇÃO DE ESTRATÉGIAS DE COORDENAÇÃO
DE MÚLTIPLOS ROBÔS MÓVEIS NA PLATAFORMA LEGO
MINDSTORMS**

Proposta de Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso de Engenharia de Computação do
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais.

Orientador: Tales Argolo Jesus
Centro Federal de Educação Tecnológica
de Minas Gerais – CEFET-MG

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
DEPARTAMENTO DE COMPUTAÇÃO
CURSO DE ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO
BELO HORIZONTE
NOVEMBRO DE 2015

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Curso de Engenharia de Computação

Avaliação do Trabalho de Conclusão de Curso

Aluno: Mariana Athayde Garcia

Título do Trabalho: Implementação de estratégias de coordenação de múltiplos robôs móveis na plataforma LEGO Mindstorms

Data da defesa: 27/11/2015

Horário: 16:00

Local da defesa: Sala 401, Prédio 17 do CEFET-MG - Campus II

O presente Trabalho de Conclusão de Curso foi avaliado pela seguinte banca:

Professor Tales Argolo Jesus– Orientador

Departamento de Computação

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Professor Ramon da Cunha Lopes – Membro da banca de avaliação

Departamento de Computação

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Professor Bruno André Santos – Membro da banca de avaliação

Departamento de Computação

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Dedico este trabalho à minha família, à Joicimara, aos meus amigos, a meu orientador Tales. A confiança de vocês em mim é o que me fez chegar aqui. Muito obrigada.

Agradecimentos

Quero agradecer à minha família pela dedicação, zelo, carinho, apoio e confiança, sem vocês eu nada seria. Em especial, quero agradecer à minha mãe por acreditar em mim e me amar incondicionalmente. Ao meu irmão, por sempre estar ao meu lado, me apoiando sempre. A minha vó, por ser essa pessoa especial na minha vida. E ao meu pai por todo o apoio.

Agradeço a Joicimara, por todo o incentivo e apoio. Obrigada por fazer dessa caminhada árdua, divertida e obrigada por acreditar.

Agradeço a Rosinei, por me criar. Aos meus amigos, por todas as conversas e todos os momentos de apoio e de brincadeiras fúteis que me ajudaram a abstrair em momentos de tensão.

Ao meu orientador Tales Argolo, pela paciência e apoio. A professora Anolan, pela ajuda e direção. A meus colegas de trabalho, em especial para minha supervisora Paula pela compreensão e apoio. Sem essas pessoas eu não teria conseguido. Muito obrigada.

À todos os meus professores do CEFET e ao Cefet, pela oportunidade de desenvolvimento acadêmico, profissional e pessoal.

Obrigada à todos.

“O começo de todas as ciências é o espanto de as coisas serem o que são.” (Aristóteles)

Resumo

Com o avanço da tecnologia e a participação cada vez mais frequente de robôs na nossa sociedade, os estudos na área da robótica vem ganhando ênfase e vem promovendo e conquistando seu espaço no mundo contemporâneo. Além de fornecer soluções cada vez melhores e mais baratas para indústria, ela vem inovando na interação das pessoas com o resto do mundo. Do ponto de vista da robótica móvel, existe uma grande área de atuação e problemas que podem ser solucionados de forma a facilitar e proteger a vida das pessoas. Este trabalho tem como objetivo o estudo de estratégias de controle de formação, assim como, a implementação dessas estratégias em uma plataforma de relativo baixo custo e didática. As duas estratégias a serem implementadas neste trabalho consiste em sincronismo em paralelo de uma frota de robôs, onde eles devem se alinhar paralelamente e seguir se deslocando em linha reta, como em um problema de varredura em paralelo, e a outra estratégia é fazer com que a frota de robôs, localize e rodeie um alvo e se reajuste de acordo com o número de robôs da frota. Este trabalho não tem como intuito e não implementa um tratamento de colisão entre a frota, nem mesmo pretende interagir com o ambiente e evitar a colisão com obstáculos externos. Para cumprir com os objetivos deste trabalho, utiliza-se de um método de controle conhecido como cascata, e foram realizados diversos experimentos com diferentes controladores. Os resultados mostram que os *encoders* da própria plataforma utilizados para realizar a odometria do robô são suficientemente precisos para conclusão deste trabalho e que as estratégias adotadas foram suficientes para que a tropa não só se alinhasse paralelamente, como também localizassem e circulassem um alvo reajustando a tropa conforme seu tamanho.

Palavras-chave: Estratégias de controle de formação. Robótica móvel. Lego Mindstorms.

Abstract

Keywords: Training control strategies. Mobile robotics. Lego Mindstorms.

Lista de Figuras

Figura 1 – Controle de Formação: classificação quanto à estrutura física	7
Figura 2 – Modelo do Robô	11
Figura 3 – Problema 1: Fig.(a): Sistema no instante i . Fig.(b): Sistema no instante $i+k$	13
Figura 4 – Estruturas de Rede	14
Figura 5 – Esquema do Sistema do Ponto de Vista de Apenas Um Agente	17
Figura 6 – Modelagem do Sistema	18
Figura 7 – Representação do sistema estável	18
Figura 8 – Primeira malha de Controle do Sistema - Controle da velocidade angular	20
Figura 9 – Segunda malha de Controle do Sistema - Controle de Posicionamento	22
Figura 10 – Experimentos com Controlador Incremental	26
Figura 11 – Experimentos com Controlador P/PI e PID	27
Figura 12 – Experimentos com a Função Polinomial e o Controlador PID Embutido	28
Figura 13 – Experimentos com a Malha Intermediária com Controlador Proporcional($k_p=2.0$) e Malha Interna: Controlador Incremental	30
Figura 14 – Experimentos com a Malha Intermediária com Controlador Proporcional e Malha Interna: Controlador PID	31
Figura 15 – Experimentos com a Malha Intermediária com Controlador Proporcional e Malha Interna: Controlador Polinomial	32
Figura 16 – Experimentos com a Malha Intermediária com Controlador Proporcional e Malha Interna: Controlador Polinomial	33
Figura 17 – Problema 1 - Primeira Abordagem com Rede Centralizada	34
Figura 18 – Problema 1 - Primeira Abordagem com Rede Descentralizada	35
Figura 19 – Problema 1 - Segunda Abordagem	36
Figura 20 – Segundo Problema sem Medidas para Evitamento de Colisão	37
Figura 21 – Problema 2: Robôs convergindo um de cada vez, de acordo com a ordem de prioridade	38
Figura 22 – Problema 1 com 2 Robôs	39
Figura 23 – Problema 1: Erro de Posição	40
Figura 24 – Segundo Problema com Falha de um dos Robôs	41

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Malha1: Controlador Incremental	25
Tabela 2 – Experimentos com Controlador P/PI/PID	26
Tabela 3 – Comparativo dos Controladores da Malha Intermediária	29

Lista de Abreviaturas e Siglas

CEFET-MG	Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais
DECOM	Departamento de Computação
IDE	<i>Integrated Development Environment</i>
NBC	Next Byte Codes
NXC	Not eXactly C
P	Controlador Proporcional
PI	Controlador Proporcional Integral
PID	Controlador Proporcional Integral Derivativo
VANT	Veículo Aéreo Não Tripulado

Lista de Símbolos

R	Raio de distância do alvo
θ	Sentido no plano cartesiano
v	Velocidade linear
ω	Velocidade angular
(x_a, y_a)	Coordenadas do alvo no plano cartesiano
v_d	Velocidade linear desejada
ω_d	Velocidade angular desejada
(x_r, y_r)	Coordenadas do robô no plano cartesiano
(x_d, y_d)	Coordenadas desejadas do robô no plano cartesiano
e_r	Vetor de erro de posição
r_d	Vetor de distância da origem do plano cartesiano ao ponto desejado
r_r	Vetor de distância da origem do plano cartesiano ao robô
e_x	Erro de posição no eixo x
e_y	Erro de posição no eixo y
θ_d	Sentido desejado no plano cartesiano
θ_r	Sentido real do robô no plano cartesiano
e_θ	Sentido no plano cartesiano
T	Período de rotação ao redor do alvo
ω_c	Velocidade angular passada para primeira malha de controle
ω_r	Velocidade angular real do robô
ω_{dr}	Velocidade angular desejada da roda direita
ω_{dl}	Velocidade angular desejada da roda esquerda
ω_{rr}	Velocidade angular real da roda direita
ω_{rl}	Velocidade angular real da roda esquerda

e_{wr}	Erro de velocidade angular da roda direita
e_{wl}	Erro de velocidade angular da roda esquerda
pwm_r	Potência da roda direita
pwm_l	Potência da roda esquerda

Sumário

1 – Introdução	1
1.1 Relevância do tema	1
1.2 Objetivos	2
1.3 Definição do Problema	2
1.4 Infraestrutura Necessária	3
2 – Trabalhos Relacionados	4
3 – Fundamentação Teórica	6
3.1 Modelos Matemáticos: Sistemas Não Holonômicos	6
3.2 Controle de Formação	6
3.3 Controle Proporcional Integral Derivativo e a Técnica de Controle em Cascata	7
3.4 Plataformas	8
3.4.1 ROS	8
3.4.2 NXT-G	8
3.4.3 Simulink	8
3.4.4 LABView	8
3.4.5 RWTH Aachen MINDSTORMS NXT Toolbox	9
3.4.6 BRICX Command center	9
4 – Metodologia	10
4.1 Modelo Matemático	11
4.2 Problema 1: <i>In line</i>	13
4.3 Problema 2: Rodeando um alvo	16
5 – Abordagem e Modelagem do Problema: Malhas de Controle	19
5.1 Malha de Controle 1: Velocidade Angular das Rodas	19
5.2 Malha de Controle 2: Posicionamento	21
5.3 Malha de Controle 3: Controle de formação	22
6 – Testando as Malhas de Controle	24
6.1 Malha 1: Controlador Incremental	25
6.2 Malha 1: Controladores P, PI e PID	25
6.3 Malha 1: Função de Ajuste Polinomial e Controlador Embutido	26
6.4 Malha 2: Controle de Posicionamento	28

7 – Simulações	34
7.1 Simulações do Primeiro Problema	34
7.2 Simulações do Segundo Problema	35
8 – Resultados	39
9 – Conclusão	42
9.1 Trabalhos Futuros	43
Referências	44

1 Introdução

Atualmente, é cada vez mais frequente a participação de robôs na nossa sociedade, desde em seguimentos da indústria, onde esses robôs vêm se mostrando uma solução tanto econômica quanto eficiente, como também em salas cirúrgicas e no nosso cotidiano, na busca de facilitar ainda mais as tarefas ([CHEN et al., 2002](#); [CARLES; HERMOSILLA, 2008](#)). Entretanto, existem situações em que a utilização de um único robô é uma solução um tanto quanto lenta e muitas vezes inviável. Como exemplo de uma dessas situações pode-se citar o problema de patrulhamento de fronteira ([CORRÊA; JÚNIOR, 2008](#)) : Para proteção das fronteiras de um país, manter diversas patrulhas de policiais circundando a área se torna muitas vezes caro e ineficiente. Uma alternativa é alocar um veículo aéreo não tripulado (VANT) vigiando essas fronteiras, entretanto, apenas um VANT como vigia deixará uma grande área da fronteira desprotegida por um longo período de tempo. E é por isso que a aplicação de um conjunto de robôs, cooperando entre si, se mostra muitas vezes interessante.

Dentro deste panorama, surge o interesse cada vez mais crescente pelo estudo, não só da robótica, mas também de um segmento mais específico da área da inteligência artificial distribuída, que é o estudo de sistemas multiagentes, que consiste em agentes autônomos que percebem a ação do ambiente e agem de acordo com a percepção da rede de agentes. Ou, segundo os autores [Ramchurn et al. \(2004, p. 1\)](#), "[...]sistemas multiagente são sistemas compostos de agentes autônomos que interagem entre si usando determinados mecanismos e protocolos".

De acordo com [Secchi \(2008\)](#) , "a robótica sempre ofereceu ao setor industrial um excelente compromisso entre produtividade e flexibilidade, uma qualidade uniforme dos produtos e uma sistematização dos processos". Mas, mais importante que maximizar a lucratividade das indústrias, a qualidade dos produtos e facilitar cada vez mais as tarefas cotidianas, os robôs permitem resguardar a vida humana, substituindo seres humanos em situações de risco. Exemplos de aplicação incluem: exploração e mapeamento de áreas desconhecidas, situações de incêndio, onde grupos de pessoas precisam apagar o fogo expondo suas vidas a um risco ou até mesmo em missões de resgate em terrenos perigosos. Daí a importância de que o sistema seja tolerante à falha de um ou mais agentes. Afinal, é de extrema importância que o objetivo seja cumprido.

1.1 Relevância do tema

Hoje em dia, há tarefas que são realizadas em diversas áreas nas quais a presença ou o envolvimento direto de pessoas é algo perigoso, ou até mesmo inviável. Sendo

assim, é crescente a necessidade de se estudar outros meios de acesso a essas situações de risco, sem que isso signifique um risco à vida humana. Diante dessa problemática, o estudo de estratégias de controle de robôs móveis vêm aumentando consideravelmente. Não só para problemas que colocam em risco a vida humana, mas também problemas onde a aplicação dos robôs móveis otimizaria o tempo e eficiência da resolução destes problemas. Dentre estes problemas mencionados pode-se citar ([GIRARD et al., 2004](#); [JESUS, 2013](#); [MARJOVI et al., 2009](#)) : o patrulhamento de fronteiras, o controle de incêndio, mapeamento de áreas desconhecidas, busca de pessoas perdidas ou detecção e monitoramento de problemas em determinado alvo, dentre outros.

Como é possível perceber são inúmeras as possibilidades de aplicação dos robôs móveis. Entretanto, devido muitas vezes à urgência e/ou à extensão da cobertura do problema é necessário modular o mesmo e redistribuí-lo entre um sistema multiagente de robôs móveis. Sendo assim, surge aí mais uma demanda por estudos relativos a estratégias de controle de sistemas multiagente constituídos de robôs móveis. Um dos desafios destes sistemas multiagentes não é só o controle de cada agente por si só, mas também como a frota irá se comportar como um todo, para viabilizar a resolução do problema e/ou também maximizar a eficiência na resolução do mesmo. É necessário que se garanta que os robôs não colidam entre si, e trabalhem em um sistema cooperativo de fato, e não atuando individualmente, anulando a vantagem da frota, como se essa fosse constituída de apenas um robô.

Outra questão importante, que inclusive é o foco do tema deste trabalho, é a tolerância a falhas do sistema, isto é, como o sistema irá se comportar, se reestruturar e reorganizar diante da perda de um ou mais robôs, visto que além de ser um ambiente hostil (muitas vezes desconhecido ou até dinâmico), existem outros fatores críticos, dentre eles: falha de comunicação, ou desligamento de um dos agentes devido ao esgotamento de bateria.

1.2 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo o estudo de estratégias de controle de formação de uma frota de robôs e seu comportamento em relação à sua estrutura e ao problema, ao se deparar com falhas de um ou mais robôs, bem como a implementação deste sistema multiagente em uma plataforma experimental.

1.3 Definição do Problema

Visando cumprir esse objetivo, definiu-se dois problemas. O primeiro e mais simples, consiste na coordenação de uma frota de robôs para que a mesma se alinhe

paralelamente e sigam em linha reta, como em problemas de varreduras de área em paralelo. E o segundo, consiste em um controle de uma frota de N robôs, para que a mesma localize um dado alvo no espaço e o circunde a uma distância R e em um período T , que se reajustará conforme o tamanho da frota.

1.4 Infraestrutura Necessária

Para a realização deste trabalho foram utilizados três kits da plataforma da *LEGO®: Lego Mindstorms®*, disponível do DECOM (Departamento de Computação do Centro Federal Tecnológico de Minas Gerais). Cada kit consiste em um microcomputador NXT de 32 bits, três motores, alguns sensores e peças de lego para montagem da estrutura do robô. Além disto, também será utilizado um computador pessoal, com a seguinte configuração: processador *intel core i7*, 8GB de memória *RAM*, 1GB de memória dedicada e 14", com o *software MATLAB®* e a *IDE Bricx Command Center* ([SOURCE-FORGE, 2001](#)) que é uma plataforma de desenvolvimento para robôs *Lego Mindstorms®* que permite utilizar a linguagem *NXC (Not eXactly C)* para programar os robôs.

2 Trabalhos Relacionados

Com o interesse cada vez mais crescente na área de robótica móvel e sistemas multiagentes, tem uma demanda cada vez maior para estudos nestas áreas. O *Lego Mindstorms®* não é uma plataforma muito interessante de aplicação desses conceitos, entretanto, é uma excelente plataforma a ser utilizada nos estudos dos mesmos. Isto por que, é uma plataforma acessível, existe muita documentação auxiliar, muitos trabalhos relacionados a respeito e é muito simples de ser utilizada. Logo, vê-se muitos trabalhos relacionados a este, que envolvem o estudo da robótica móvel e de sistemas multiagentes.

Existem muitos trabalhos distintos com sistemas multiagentes utilizando-se *Lego Mindstorms®*, com as mais diversas configurações, objetivos distintos, e diferentes estruturas de rede, dentre outros. Entretanto, uma dificuldade reconhecida em todos os trabalhos são as limitações da plataforma, que possui uma quantidade de conexões e tipo de comunicação muito limitada. Para que essa limitação seja superada perde-se uma característica importante da plataforma, que é a simplicidade e facilidade de implementação.

O protocolo de comunicação disponível, por exemplo, só permite a comunicação 'Master/Slave' realizada de forma manual. Outras configurações, requerem uma implementação mais complexa que afeta o custo/benefício de se utilizar essa plataforma, por perder a característica de implementação simples. Pode-se citar como um desses trabalhos, que abordam de forma mais dinâmica e independente a comunicação entre os robôs, [Martinez et al. \(2009\)](#). Seu trabalho consiste em uma sociedade que se configura de forma autônoma, ou seja, indivíduos independentes que se agrupam e formam uma sociedade.

Entre outros trabalhos relacionados a este podemos citar, [Benedettelli et al. \(2009\)](#) que propõe uma configuração experimental para utilizar o *Lego Mindstorms®* como ferramenta de estudos de estratégias de controle de sistemas multiagentes. Ele utiliza uma frota composta por quatro robôs, uma *webcam* e o *MATLAB®*. Com o intuito de se obter uma ferramenta de baixo custo para dar aulas de laboratório de robótica, seu trabalho consiste em propor uma configuração que permita a implementação, comparação e o estudo de diversas estratégias de controle e algoritmos. Uma configuração que, além de tudo, contemple muitos dos problemas vistos em um cenário real.

Utilizando-se de uma unidade central de controle, ele primeiro propõe quatro robôs em pontos diferentes do espaço, orientados em qualquer sentido à rodear um ponto qualquer no espaço, com auxílio da *webcam* e do computador (unidade central de

comando). O que se aproxima bastante deste trabalho, diferindo-se principalmente no que diz respeito à *webcam* como sensor de alimentação do sistema.

Outro trabalho também muito interessante que pode-se citar é o do [Casini et al. \(2011\)](#), ele propõe um laboratório remoto utilizando o *LEGO Mindstorms®*. O trabalho se resume a um laboratório remoto para estudos de robótica móvel, em que tem-se um espaço de cerca de 13 metros quadrados que é filmado por duas câmeras, onde os robôs ficam e podem se movimentar. Foi então desenvolvida uma interface gráfica de acesso online ao laboratório, através da qual os usuários podem acessar e utilizar o laboratório para o estudo de robótica móvel.

3 Fundamentação Teórica

Para que se possa compreender tal trabalho é importante, primeiramente, conhecer alguns conceitos. Para tanto, faz-se neste capítulo uma breve contextualização teórica para auxiliar o leitor ao longo deste trabalho.

3.1 Modelos Matemáticos: Sistemas Não Holonômicos

Os robôs utilizados neste trabalho são considerados modelos não holonômicos e para entender o que é um modelo matemático não holonômico é necessário entender o que é o grau de liberdade de um sistema. Como é visto na literatura ([TAYLOR et al., 2013](#)), o grau de liberdade de um sistema é igual ao "número de coordenadas que podem variar independentemente em um pequeno deslocamento". Dito isto pode-se dizer que um sistema holonômico é um sistema onde o número de coordenadas utilizadas para descrever as configurações do sistema é igual ao grau de liberdade do sistema ([TAYLOR et al., 2013](#)). Ou seja, o sistema pode se movimentar livre e independentemente em qualquer um dos seu eixos (os eixos referentes à configuração do sistema).

Sendo assim, os sistemas não-holonômicos são sistemas em que pode-se chegar à qualquer outro ponto do espaço, entretanto, com restrições. Visto que as variáveis não podem se mover independentemente. Como exemplo de um sistema não-holonômico podemos citar um veículo, que pode alcançar qualquer ponto do espaço bidimensional, entretanto, para alcançar um ponto qualquer deslocado apenas em seu eixo x é necessário um movimento não só ao longo do seu eixo x mas, também do seu eixo y . Já que, um veículo não pode se mover lateralmente ([GOUVÊA, 2011](#)).

3.2 Controle de Formação

Com o crescente avanço da robótica, começou-se o interesse por sistemas robóticos cooperativos, onde muitos robôs agem em conjunto para alcançar o mesmo objetivo. Para que um sistema multiagente possa executar uma tarefa em conjunto é preciso que cada robô esteja na posição correta, para tal, é necessário o controle de formação. O controle de formação é essencial para sistemas robóticos multiagentes pois permite que cada robô esteja em seu devido lugar no momento certo. Existem diversos tipos de estruturas de formação, tanto no que diz respeito a formação física da rede, como do ponto de vista lógico da rede. Como é visto na literatura ([MARTINEZ et al., 2009](#)), pode-se classificar uma rede de multiagentes de diversas formas: Homogênea ou não, no que diz respeito aos tipos de unidades, centralizada ou não, no que diz respeito

à estrutura da rede como indivíduo, até mesmo se a rede é formada por indivíduos independentes ou se é o mesmo robô, quanto à estrutura organizacional e dentre outros.

Do ponto de vista físico podemos citar alguns tipos de estruturas de formação, como referenciado em [Balch e Arkin \(1998\)](#), tais como, estrutura em *line*, *column*, *diamond* e *wedge*. A primeira delas consiste em uma formação em linha horizontal (*line*) como, o próprio nome revela. A segunda, em uma linha vertical (*column*), a terceira *diamond*, que consiste em uma rede em formato de um losango e a quarta, *wedge* em formato de 'V', o que se parece com a estrutura de um *flock*.

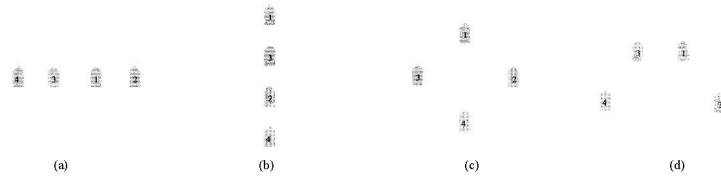


Figura 1 – Controle de Formação: classificação quanto à estrutura física

(a) *Line*, (b) *Column*, (c) *Diamond* e (d) *Wedge*

Fonte: [Balch e Arkin \(1998\)](#)

Além disso tem a classificação quanto a estrutura da rede lógica, centralizada, descentralizada e híbrida e quanto a seu grupo de arquitetura, no caso deste trabalho, a classificação seria móvel. ([MARTINEZ et al., 2009](#)). Outras classificações interessantes que serão abordadas posteriormente são, as técnicas de referência para controle de formação.

3.3 Controle Proporcional Integral Derivativo e a Técnica de Controle em Cascata

O controlador Proporcional Integral Derivativo, ou simplesmente, *PID* consiste em uma técnica com ações proporcionais, integrais e derivativas. A ação proporcional (*P*), consiste em minimizar o erro, enquanto a ação integral (*I*) tende a zerar este erro e a ação derivativa (*D*) tende a reduzir o tempo de resposta. A equação que o modelo está indicada pela [Equação \(1\)](#). Ou seja, a ação proporcional consiste em multiplicar o erro pelo ganho, minimizando o erro, a ação integral consiste em multiplicar pelo ganho a soma dos erros durante a execução do sistema e por fim, a ação derivativa que consiste em multiplicar o ganho pela derivada do erro, tentando assim, antecipar a resposta do sistema.

$$c(t) = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(t) dt + k_d \frac{de(t)}{dt} \quad (1)$$

Uma técnica de controle importante que também foi utilizada neste trabalho, foi a técnica conhecida como controle em cascata, esta técnica consiste em passar como referência para o controlador interno, a saída do controlador mais externo, que possui uma referência independente, e a saída do sistema como um todo, é a saída do controlador mais interno. Como será visto mais a frente, é o caso deste trabalho.

3.4 Plataformas

Para o desenvolvimento deste trabalho foram consideradas diversas plataformas de desenvolvimento e gerenciamento de robôs móveis que são compatíveis com *Lego Mindstorms®*. Abaixo serão citados algumas dessas plataformas com suas características.

3.4.1 ROS

ROS(Robotic Operating System) é um sistema operacional robótico *opensource* que dispõe de ferramentas e bibliotecas desenvolvidas para criar aplicações robóticas. Ele permite a comunicação entre o computador e o *lego*, permite a implementação de uma rede centralizada de até quatro robôs, embora, possua funções específicas para área de robótica esse sistema ainda não dispõe de muitos materiais para pesquisa, por isso, optou-se por não utilizá-lo.

3.4.2 NXT-G

É uma plataforma gráfica que vem com o próprio kit *Lego Mindstorms®*, até mesmo pela sua natureza gráfica, ela é muito simples. Entretanto, não permite a comunicação com o computador em tempo de execução. Devido a sua limitação e simplicidade, optou-se por não utilizá-lo.

3.4.3 Simulink

O *Simulink* possui um pacote compatível com o *Lego Mindstorms®* que permite desenvolver e simular algoritmos para plataformas robóticas. Entretanto, só é permitido a comunicação via *bluetooth* entre dois robôs, portanto não atende às demandas requeridas por este trabalho.

3.4.4 LABView

O *LABVIEW* possui um módulo para programar e controlar robôs *Lego Mindstorms®*. É uma ferramenta que permite a comunicação entre o robô e o computador e entre os

robôs. Entretanto, é necessário possuir uma licença para utilizar desta ferramenta, por isso, a ferramenta não será utilizada neste trabalho.

3.4.5 RWTH Aachen MINDSTORMS NXT Toolbox

O MATLAB® possui uma ferramenta *opensource* desenvolvida para controlar robôs *Lego Mindstorms®NXT*, conhecida como: *RWTH Aachen NXT Toolbox*. Permite a comunicação entre robô e o computador ou entre um conjunto de até 4 robôs, no modelo de comunicação mestre/escravo.

3.4.6 BRICX Command center

O ambiente de desenvolvimento integrado conhecido como *BRICX Command Center* é utilizado para o desenvolvimento de aplicações para todas as versões do *Lego Mindstorms®*, do *RCX* ao *EV3*, incluindo o modelo utilizado neste trabalho que é o *NXT*. Suporta diversas linguagens como: *Not eXactly C (NXC)*, *Next Byte Codes (NBC)* e permite o desenvolvimento em *java*, usando o *firmware LeJos*.

4 Metodologia

Para a realização deste trabalho, primeiramente fez-se um estudo das estratégias de controle de formação de robôs móveis, das possibilidades de implementação dessas estratégias na plataforma a ser utilizada (no caso, o *Lego Mindstorms®*) e da viabilidade de modelar e implementar o sistema como um sistema distribuído descentralizado. No qual não possui um mestre definido, apenas uma sociedade de robôs que conforme precisam executar uma tarefa, vão recrutando e formando uma frota.

Após realizados os estudos, concluiu-se que, apesar de viável como pode ser visto no capítulo 2, a implementação de um sistema distribuído descentralizado seria muito complexo para ser abordado no período proposto para a realização deste trabalho, que tem como objetivo principal o estudo de estratégias de controle de formação de múltiplos robôs móveis. Para tanto, foi adotada uma estrutura de rede centralizada denominada 'Mestre/Escravo', utilizando a comunicação via *Bluetooth*, a qual a própria plataforma e linguagem (NXC) dão suporte.

Existem diversas maneiras de se implementar um sistema como este, tanto do ponto de vista do sistema distribuído e sua rede de comunicação, quanto do ponto de vista de controle e realimentação das malhas. Foram escolhidas dois tipos de formações diferentes e uma estratégia que pode ser adaptada para ambos os problemas.

Para estabelecer o modelo matemático do problema, foi considerado o modelo de robô mostrado na Figura 2, que consistem em um modelo não holonômico, onde tem-se duas rodas unidirecionais e uma roda orientável. Para definição do modelo matemático levou-se em consideração que os *encoders* seriam utilizados para odometria e então, foram definidas as restrições da modelagem matemática do problema que, desconsidera problemas como: saturação do atuador, derrapagem das rodas, os erros de medição dos *encoders* bem como, as limitações da plataforma.

Após feita a modelagem do problema, foram feitas as implementações e os testes, onde seria possível observar se a odometria feita seria suficiente para alimentar o sistema com precisão e tornar a solução viável. Levando-se em consideração que para tanto foram utilizados os *encoders* óticos acoplados aos motores do *kit Lego Mindstorms®* que, por sua vez, possuem uma imprecisão que é da ordem de ± 1 grau por rotação

Concomitantemente, foram realizadas simulações, através da ferramenta *MATLAB®*, a fim de prever e validar a modelagem feita do problema, desconsiderando os problemas práticos como, falha na comunicação e falta de sincronismo entre os robôs, erros dos *encoders* e problemas como saturação do motor e derrapagem das rodas. Bem como fazer uma comparação entre o modelo real e o modelo idealizado do sistema.



Figura 2 – Modelo do Robô

4.1 Modelo Matemático

Para introduzir a dinâmica dos robôs móveis utilizados, inicialmente o robô será considerado como um uniciclo, um elemento pontual. A dinâmica de um robô móvel não-holonômico do tipo uniciclo, desconsiderando a dinâmica, pode ser descrita pelas equações abaixo:

$$\dot{x} = v \cos(\theta) \quad (2)$$

$$\dot{y} = v \sin(\theta) \quad (3)$$

$$\dot{\theta} = \omega \quad (4)$$

sendo:

- (x,y) as coordenadas da posição do robô no plano cartesiano;
- θ o sentido do robô no plano cartesiano;
- v e ω indicam a velocidade linear e angular do robô, respectivamente.

Derivadas dessas equações, surgem as equações 5,6 e 7 modeladas baseadas no robô real, que não é um elemento pontual no espaço e sim, um modelo não holonômico. Elas serão utilizadas para visualizar a trajetória do robô no ambiente *MATLAB*® e verificar se a trajetória é compatível com o caminho percorrido pelo robô no mundo real.

Tendo em vista, que a odometria será feita utilizando-se os *encoders* da própria plataforma e o sistema será realimentado com essas medidas, é de extrema importância que a trajetória observada no mundo real e a registrada pelo robô, através das equações e utilizando-se os *encoders*, sejam consideravelmente semelhantes. Caso o contrário, a realimentação do sistema estará incorreta, comprometendo seriamente, e por que não dizer inviabilizando, o controle do sistema.

$$x_{k+1} = x_k + \frac{D_r + D_l}{2} \cos(\theta_k) \quad (5)$$

$$y_{k+1} = y_k + \frac{D_r + D_l}{2} \sin(\theta_k) \quad (6)$$

$$\theta_{k+1} = \theta_k + \frac{D_r - D_l}{L} \quad (7)$$

sendo:

- x_{k+1} e x_k a coordenada x do robô no instante k e no instante $k + 1$;
- y_{k+1} e y_k a coordenada y do robô no instante k e no instante $k + 1$;
- θ_{k+1} e θ_k o sentido do robô no instante k e no instante $k + 1$;
- D_r e D_l a distância que a roda direita e esquerda percorreram no instante de tempo entre k e $k + 1$, respectivamente;
- L o tamanho do eixo do robô;

Dado que a velocidade linear e angular de um robô como o do modelo utilizado neste trabalho é dada pela velocidade angular de cada uma das suas rodas unidirecionais, tem-se nas equações 8 e 9 a função que descreve a velocidade linear e angular do robô baseado na velocidade angular de suas rodas.

$$v = \frac{(\omega_r + \omega_l)rp}{2} \quad (8)$$

$$\omega = \frac{(\omega_r - \omega_l)r}{L} \quad (9)$$

Em que:

- v é a velocidade linear do robô;
- ω é a velocidade angular do robô;
- ω_r é a velocidade angular da roda direita do robô;

- ω_l é a velocidade angular da roda esquerda do robô;
- rp é o raio da roda do robô;
- L é a distância entre as rodas unidirecionais do robô.

4.2 Problema 1: *In line*

O primeiro problema consiste em: dado uma frota de N robôs, esses robôs devem se alinhar horizontalmente e seguir em linha reta, andando paralelamente, utilizando a estrutura já citada na seção 3.2, denominada "*In Line*". Primeiro, este problema será modelado considerando a estrutura de comunicação da rede e permitindo apenas velocidades lineares em que o robô pode se deslocar em linha reta e podendo imprimir velocidades negativas e positivas.

Considerando-se N robôs separados por uma distância Δy no eixo y , cada um em um ponto distinto no eixo x , como mostrado na Figura 3 (a), a tropa deve se alinhar paralelamente e seguir andando paralelamente com uma velocidade v_d constante.

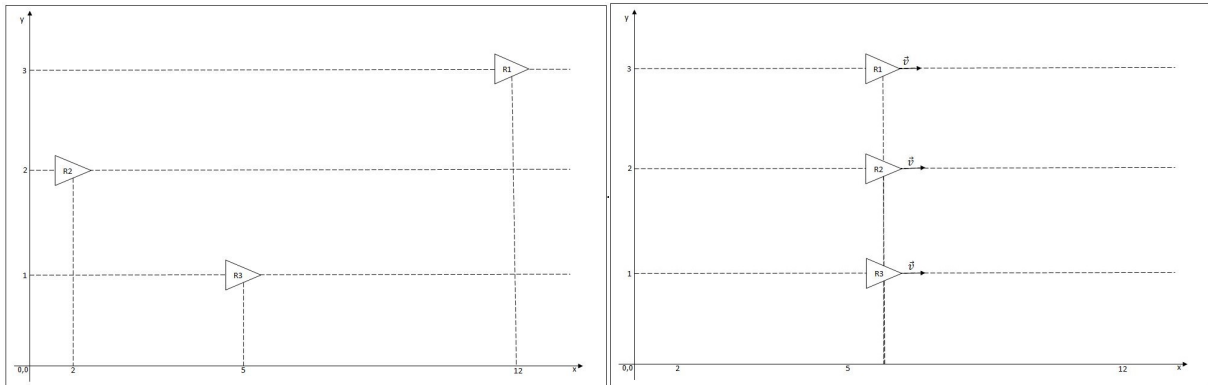


Figura 3 – Problema 1: Fig.(a): Sistema no instante i . Fig.(b): Sistema no instante $i+k$.

Para alinhar os robôs pode-se usar diversas equações para se definir o erro de posicionamento do robô. Embora não seja a intenção deste trabalho implementar uma rede distribuída, uma forma interessante de se fazer isto é levar em consideração uma rede distribuída, onde um robô não possui a localização de todos os outros robôs e não precisa de uma dependência com um determinado mestre. Desta forma, podemos definir os erros entre os robôs vizinhos, conforme a estrutura da rede. Como explicado mais a diante.

Existem diversos tipos de estruturas de rede como mostrado na Figura 4, em que cada círculo indica um robô e as setas indicam a comunicação que ocorre entre eles. Ou seja, na Figura 4a o robô 1 troca mensagens somente com o robô 2, que por sua vez, troca mensagens com o robô 1 e 3 e assim sucessivamente. Na Figura 4b a rede é como a implementada neste trabalho, em que o mestre se comunica com todos os escravos e

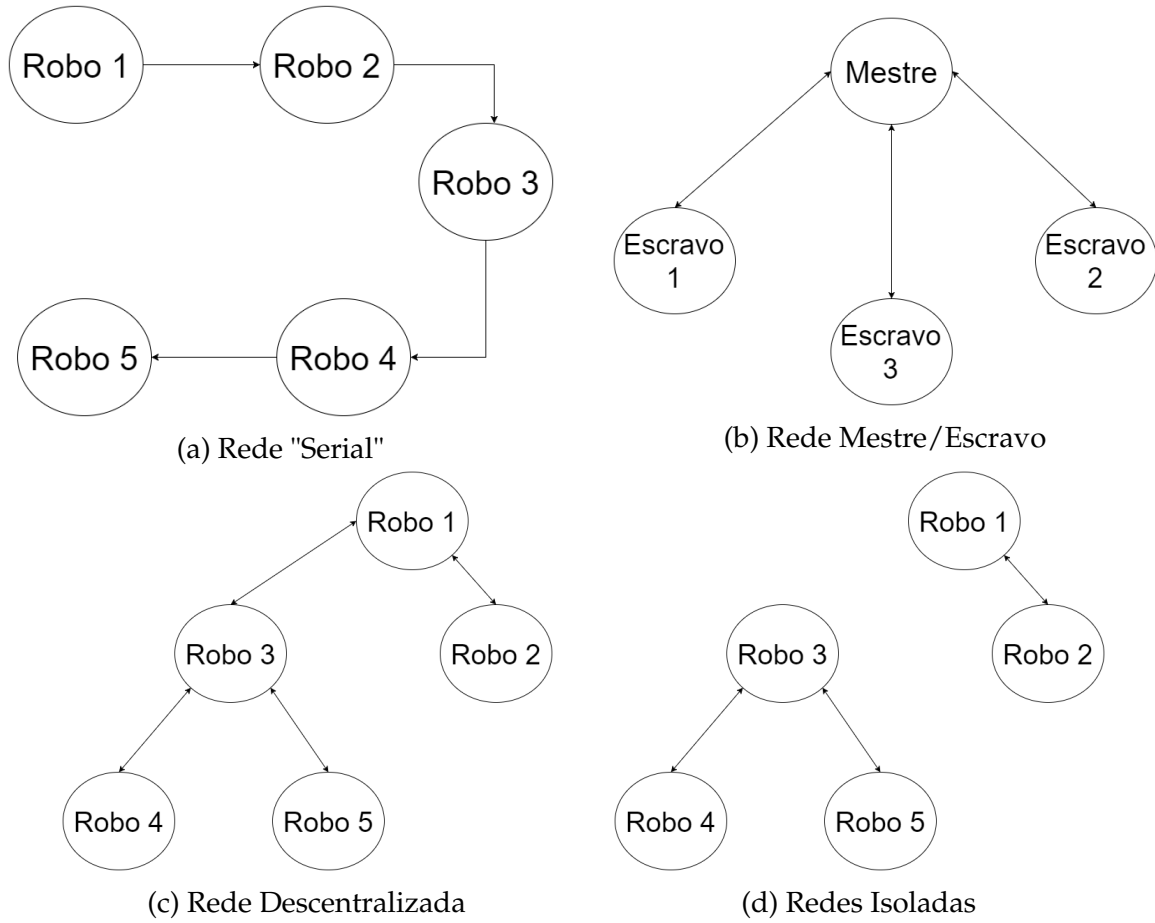


Figura 4 – Estruturas de Rede

os escravos não trocam mensagem entre si. Já na [Figura 4c](#) a rede é descentralizada, o robô 1 troca mensagens com o robô 2 e 3. O robô 3 por sua vez, troca mensagens com o robô 4 e 5. E na [Figura 4d](#) possuem duas redes, em que uma rede não troca mensagem com a outra.

Sendo assim, uma forma de se alinhar a tropa, seria definir a velocidade de cada robô de acordo com o erro entre a posição do robô e a posição dos robôs vizinhos, aqueles com que aquele robô troca mensagens. Como demonstrado na [Equação \(10\)](#):

$$v_{Robo_j} = v_d + k \times \sum_{i=1}^n erro_{x_i,j} \quad (10)$$

Em que:

- j é o número do robô;
- n é o número de vizinhos com que aquele robô troca mensagens;
- x_i é a posição do vizinho i daquele robô;
- $erro_{x_i,j}$ é a diferença entre a posição no eixo x entre o robô e seu vizinho i .

Supondo uma tropa de três robôs utilizando a rede centralizada utilizada neste trabalho, onde o robô 2 é o mestre e todos os robôs estão orientados no mesmo sentido do eixo x , as velocidades de cada robô devem variar de acordo com o erro de posicionamento do mesmo no eixo x , conforme a distância entre os robôs. Como mostrado nas equações 11, 12 e 13. Essas equações fazem com que o robô mais adiantado da frota, imprima uma velocidade menor que os outros robôs, tendendo a se aproximar dos mesmos, em contrapartida os robôs que estão "atrasados" imprimem uma velocidade maior, até que o erro entre eles seja zero e os mesmos caminhem com velocidade constante.

$$v_{Robo1} = v_d + k \times erro_{2,1} \quad (11)$$

$$v_{Robo2} = v_d + k \times (erro_{1,2} + erro_{3,2}) \quad (12)$$

$$v_{Robo3} = v_d + k \times erro_{1,3} \quad (13)$$

Onde,

- v_{Robo1} , v_{Robo2} e v_{Robo3} são as velocidades que cada robô deve possuir para assumir a formação *in line*;
- v_d é a velocidade que a frota deve assumir após estar alinhada;
- k é a constante de ganho proporcional do controlador;
- E as variáveis de erro são calculadas, obtendo se a diferença entre a posição no eixo x entre os robôs, como demonstrado na [Equação \(14\)](#).

$$erro_{i,j} = x_i - x_j \quad (14)$$

É importante notar que ao abordar o problemas desta maneira elimina-se a possibilidade de colisão entre os robôs, que estão inicialmente separados no eixo y e alinhados no mesmo sentido, e assim seguem, visto que os mesmos não imprimem velocidade angular. Desta forma, tornando o problema bem didático para ser abordado inicialmente.

Outra forma de abordar esse problema, é pensar que existe uma reta perpendicular ao eixo x (supondo que deseja-se deslocar a frota no mesmo sentido que o eixo x), tal que essa reta é dada pela [Equação \(15\)](#) em que o valor de x desejado (x_d) é a media das posições entre os robôs mais distantes entre si (considerando-se o posicionamento com relação ao eixo das abscissas). E todos os robôs devem alcançar a posição (x_d, y) ,

em que o valor de y seja diferente para cada robô da frota. Sendo assim, todos os robôs seriam alinhados e a partir daí seguiriam em linha reta, cumprindo o objetivo.

$$x_d = \frac{(\max(x_{frota}) + \min(x_{frota}))}{2}; \quad (15)$$

Onde:

- x_{frota} é um vetor com todas as coordenadas do eixo x dos robôs da frota;

4.3 Problema 2: Rodeando um alvo

O segundo problema consiste em guiar uma frota de robôs a localizar e circundar, a uma distância R , um alvo localizado em uma determinada posição (x,y) do plano, como mostrado na [Figura 5](#). E tem como objetivo secundário, ajustar a formação da tropa de robôs que deve se reajustar de acordo com o tamanho da frota, para que continue cobrindo com eficiência a fronteira. Ou seja, caso um ou mais robôs saiam da rede, a frota ira se reajustar para que cada robô tenha a mesma distância entre si e assim, não fique uma grande parte da fronteira sem cobertura, como demonstrado na [Figura 6](#). Que representa uma frota de quatro robôs andando ao redor do alvo, quando então, um dos robôs falha. E o sistema se reajusta para adaptar-se à rede de apenas três robôs.

Para calcular a posição desejada de cada robô ao redor do alvo, usa-se as [Equação \(16\)](#) que como pode ser visto leva em consideração a posição do alvo (x_a, y_a) , o raio (R) que é a distância com que se deseja rodear o alvo, a velocidade angular (ω) com que se deseja percorrer o perímetro, aí está embutido o período (T) e além disso, leva em consideração o tamanho da frota e a numeração de cada robô na mesma. O segundo termo adicionado a ωt significa exatamente a distância que cada robô terá entre si, que é de $\frac{2\pi i}{n}$.

$$x_d = x_a + R \cos\left(\omega t + \frac{(j-1)2\pi i}{n}\right) \quad (16a)$$

$$y_d = y_a + R \sin\left(\omega t + \frac{(j-1)2\pi i}{n}\right) \quad (16b)$$

$$j = 1, \dots, n \quad (16c)$$

Sendo:

- (x_a, y_a) a posição do alvo;
- R o raio em torno do alvo;

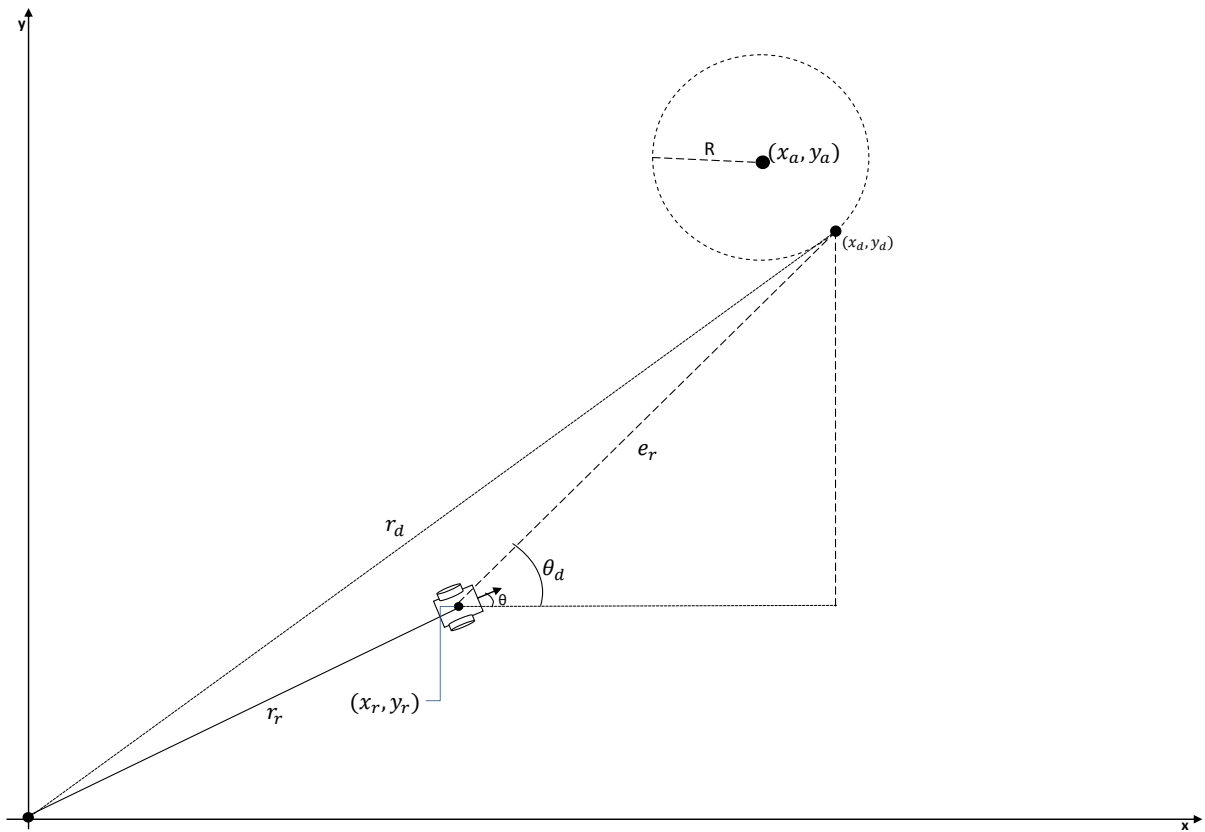


Figura 5 – Esquema do Sistema do Ponto de Vista de Apenas Um Agente

- ω a velocidade angular em que deseja-se percorrer o círculo;
- t o tempo percorrido;
- n o número de robôs da frota;
- j a numeração do robô na frota.

À medida que o sistema se estabiliza, o robô tende a entrar em movimento circular uniforme ao redor do alvo, conforme a [Figura 7](#). Ou seja, a velocidade linear (v) tende a se igualar a velocidade angular (ω) vezes o raio (R) de distância do alvo.

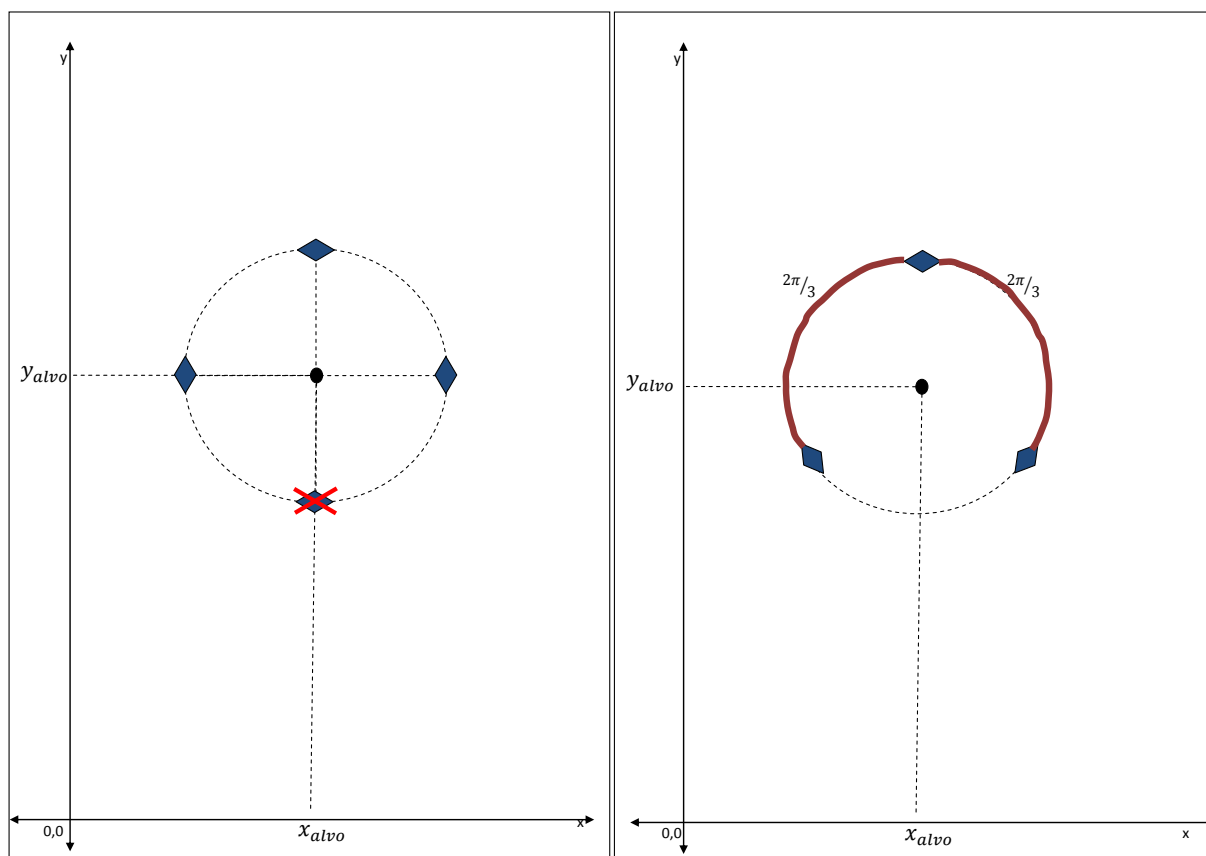


Figura 6 – Modelagem do Sistema

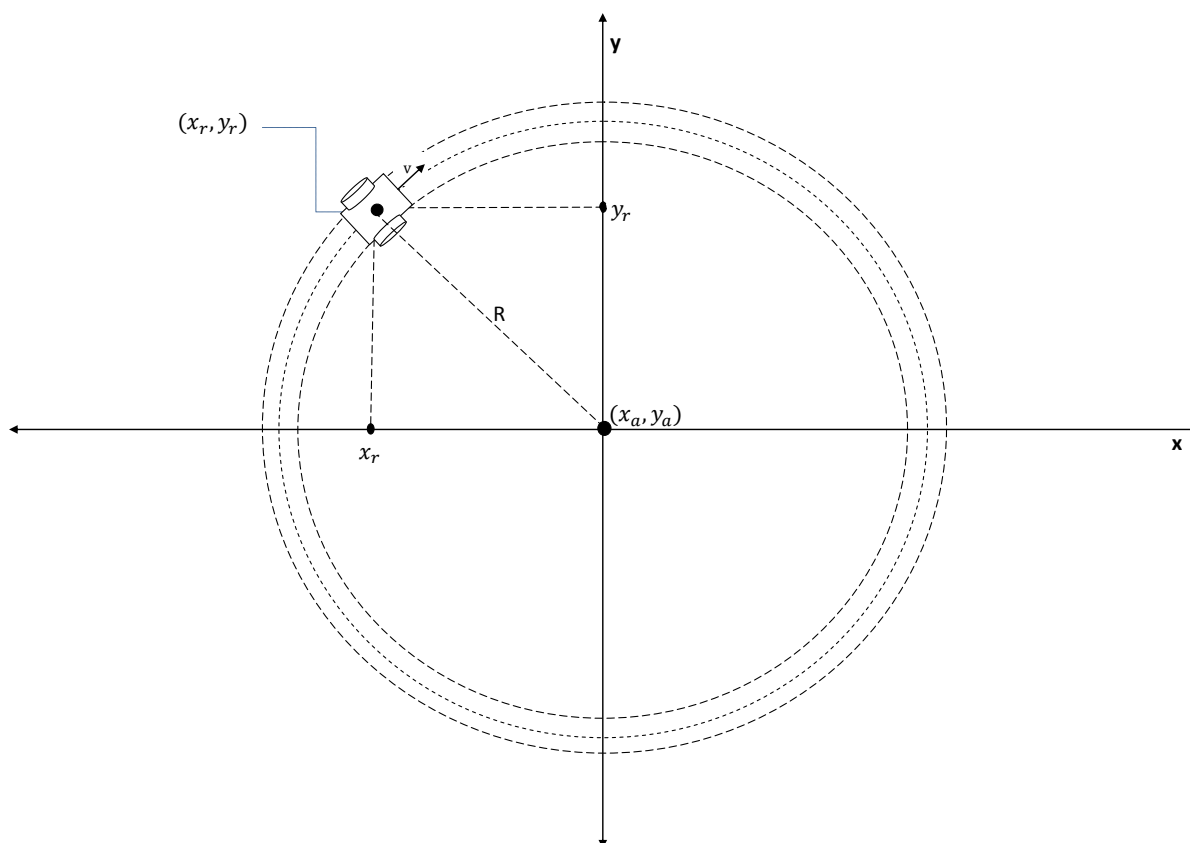


Figura 7 – Representação do sistema estável

5 Abordagem e Modelagem do Problema: Malhas de Controle

Como já dito no [Capítulo 4](#), foi escolhida uma estratégia que atende á resolução de ambos os problemas. A qual, consiste em três malhas de controle: A primeira e mais interna será responsável pelo controle da velocidade angular de cada roda, para se chegar à posição (x,y) desejada. A segunda, malha intermediária, será responsável para que cada robô chegue à um determinado ponto (x,y) no espaço, portanto, será responsável por corrigir o posicionamento do robô. Ambas as malhas estarão presentes em cada um dos robôs da frota. A terceira malha, e portanto, a mais externa é responsável pela coordenação da frota, fornecendo a cada robô as informações necessárias para que o mesmo saiba o ponto (x,y) , onde deve ficar para consolidar e manter a formação.

Faz se então neste capítulo um detalhamento das malhas de controle utilizadas e das modificações realizadas para que a estratégia atenda à ambos os problemas. Bem como, uma descrição de como funcionam as malhas responsáveis pela comunicação e pelo controle de formação para a resolução de cada um dos problemas e faz-se um levantamento dos possíveis problemas que podem surgir na implementação do sistema.

5.1 Malha de Controle 1: Velocidade Angular das Rodas

Como já dito anteriormente neste trabalho, este sistema de controle consiste em um controle de três malhas, e agora será abordado sobre a primeira malha. Ela controla os motores para atingir a velocidade angular desejada de cada roda (ω_{dr}, ω_{dl}). Ou seja, a malha de controle vai receber a velocidade linear e angular que se deseja imprimir no robô e retornar a "potência" que deve ser aplicada a cada um dos motores para se atingir as velocidades desejadas. Como demonstrado pela /autoreffig:malha1.

É importante ressaltar que como o robô não é um elemento pontual¹, como considerado na [Seção 4.1](#) ao descrever as equações do modelo, temos que descrever a velocidade angular (ω) e linear (v) do robô em função de cada roda, para sabermos a potência a ser aplicada em cada uma delas para que o robô obtenha a velocidade e o sentido desejados.

A partir daí o módulo calcula velocidade angular desejada de cada roda, como demonstrado nas equações abaixo:

$$\omega_{dr} = \frac{2v + \omega_d L}{2r_p} \quad (17a)$$

¹ Veja a [Figura 7](#) para visualizá-lo como um elemento não pontual, que depende da variação de velocidade de cada roda para definir a velocidade e o sentido do robô.

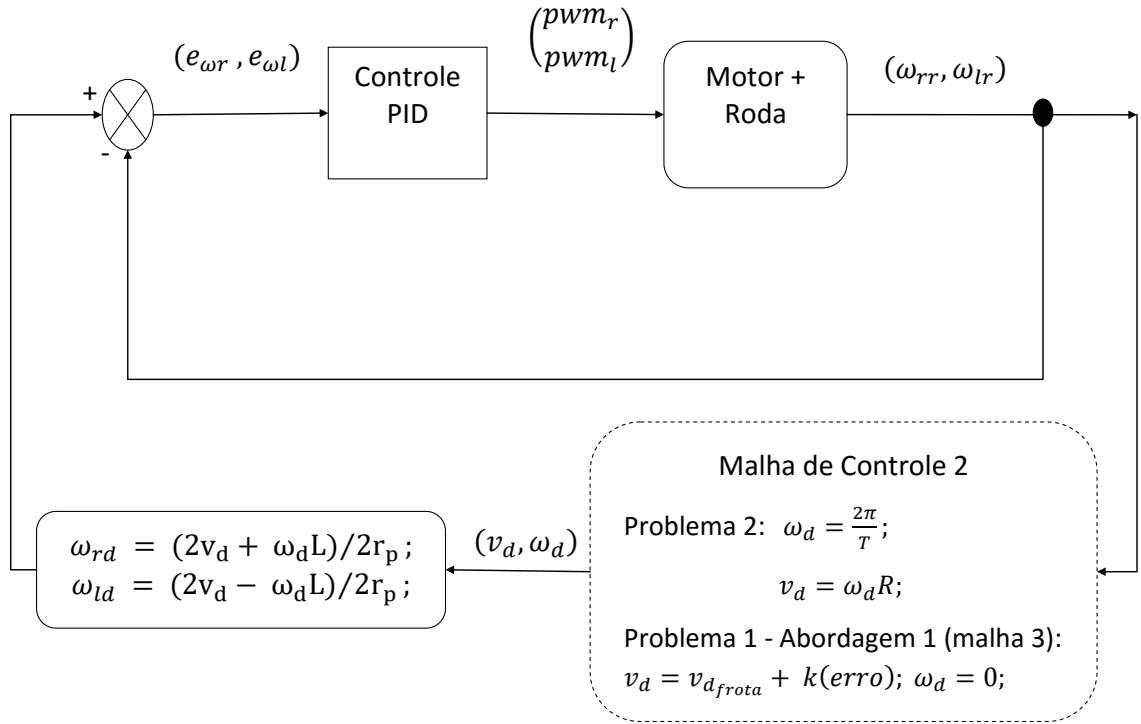


Figura 8 – Primeira malha de Controle do Sistema - Controle da velocidade angular

$$\omega_{dl} = \frac{2v - \omega_d L}{2r_p} \quad (17b)$$

onde:

- v_d é a velocidade linear desejada do robô (m/s);
- ω_{dr} é a velocidade angular desejada da roda direita (rad/s);
- ω_{dl} é a velocidade angular desejada da roda esquerda (rad/s);
- r_p o raio do pneu (m);
- L o tamanho do eixo do robô (m).

Com a velocidade angular de cada roda do robô, calculada através dos dados fornecidos pelos *encoders*, é calculado o erro das velocidades, como mostrado nas equações abaixo, e o controlador os retorna as ações de controle que serão passadas como potência para cada uma das rodas.

$$e_{\omega r} = \omega_{dr} - \omega_{rr} \quad (18)$$

$$e_{wl} = \omega_{dl} - \omega_{rl} \quad (19)$$

onde:

- e_{wr} e e_{wl} são os erros da velocidade angular da roda direita e esquerda, respectivamente;
- ω_{rr} é a velocidade angular real da roda direita e esquerda, respectivamente.

5.2 Malha de Controle 2: Posicionamento

Para que a malha de controle 3, que consiste no controle de formação da tropa funcione, primeiramente é necessário implementar o controle de posicionamento de cada robô. Ou seja, para que o robô cumpra a missão, é necessário que a malha de controle de formação passe para cada robô os parâmetros necessários para o ajuste da estrutura, tais como, posicionamento, velocidade e número de robôs da frota. Esse por sua vez, deve conseguir se posicionar na posição correta, recebida pela malha de controle 3, o que só será possível se a malha de controle 1 conseguir controlar adequadamente os motores para que eles imprimam a velocidade correta em cada roda.

Como pode ser visto na [Figura 5](#), o problema a ser resolvido pela segunda malha de controle, consiste em, dado um sistema de coordenadas cartesianas, onde têm-se um robô móvel de posição (x_r, y_r) , cujo sentido (θ) é indicado pela sua variação dado o eixo x do sistema, onde pretende-se fazer com que o robô chegue ao ponto desejado (x_d, y_d) , recebido da malha de controle 3). Para tanto, a malha 2 funciona da seguinte maneira: Recebe da malha 3 os parâmetros necessários para o cálculo da posição desejada do robô (x_d, y_d) , a partir daí é achado o erro de posição do robô (e_x, e_y) , fazendo-se a diferença entre a posição desejada e a posição real do robô (x_r, y_r) , que é obtida através dos *encoders* do LEGO®, que se mostrou suficientemente precisos.

$$e_r = r_d - r_r \quad (20)$$

$$e_x = x_d - x_r \quad (21)$$

$$e_y = y_d - y_r \quad (22)$$

Através do erro de posicionamento do robô, encontra-se o sentido desejado (θ_d), como mostrado na [Equação \(23\)](#). Então, o erro de sentido do robô é obtido, através da [Equação \(24\)](#) abaixo.

$$\theta_d = \arctan\left(\frac{e_y}{e_x}\right) \quad (23)$$

$$e_\theta = \theta_d - \theta_r \quad (24)$$

O erro de sentido (e_θ) é passado para o controlador que retorna a velocidade linear e angular da ação de controle, que será passada para a malha mais interna.

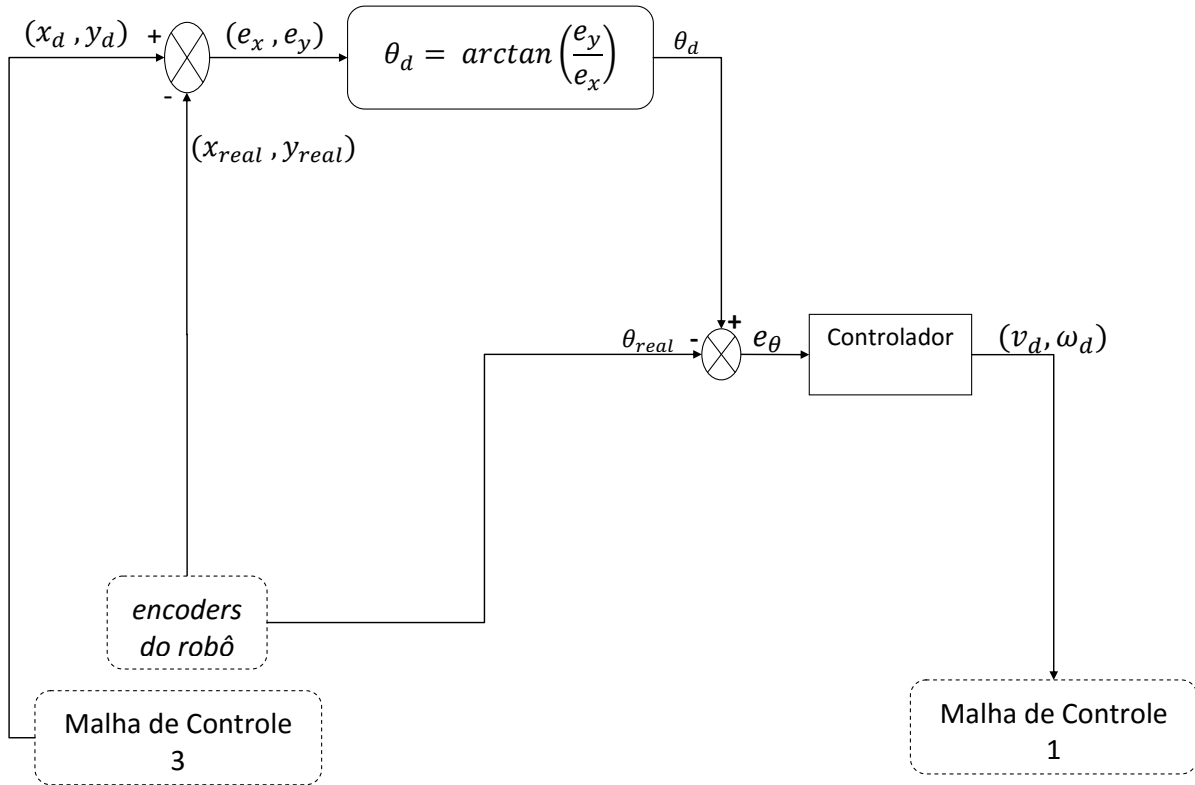


Figura 9 – Segunda malha de Controle do Sistema - Controle de Posicionamento

5.3 Malha de Controle 3: Controle de formação

A malha de controle de formação tem como função estabelecer a comunicação entre os robôs, enviando os dados necessários para que se estabeleça a formação da frota. Além disso, ela utiliza as informações recebidas para estabelecer a posição em que o robô deve assumir naquele instante. Existem duas formas de se fazer esse controle, uma delas consiste em centralizar este controle de formação no mestre e enviar para o

restante da frota apenas a posição desejada já calculada, já a outra, consiste na troca de informações entre a tropa sem sobrecarregar o mestre.

No caso do primeiro problema, é necessário que cada robô saiba a posição no eixo das abscissas de todos os outros robôs e a partir daí calcule a posição desejada do robô. Ou seja, um determinado robô recebe a posição dos outros robôs da tropa e aplica na [Equação \(10\)](#) obtendo então a posição desejada do robô naquele instante, que é passada para a malha de controle intermediária, que por sua vez calcula o erro de posicionamento e envia para a malha de controle de velocidade interna as velocidades que devem ser assumidas pelo robô para que o mesmo possa alcançar a posição desejada e cumprir com os objetivos. É importante ressaltar que dependendo da rede implementada, como é o caso deste trabalho em que a rede é centralizada e os robôs escravos não se comunicam entre si, essas informações devem ser passadas entre a frota através do mestre.

Já no caso do segundo problema, as informações que cada robô deve possuir para assumir a formação da frota são: número de robôs da frota, numeração que aquele robô representa na frota e posição do alvo. A partir daí é possível utilizar as [Equação \(16\)](#) para se obter a posição desejada para que aquele robô contribua positivamente para a formação da estrutura da frota. Como pode ser visto a definição da posição desejada leva em consideração o tempo, o que é um problema na aplicação prática, visto que não há uma sincronia entre os relógios dos robôs. Dessa forma, para contornar este problema, será levado em consideração o relógio do mestre, sendo necessário que essa variável também seja repassada ao restante da frota.

É importante notar que esta malha de controle não é uma malha fechada, ou seja, ela não possui realimentação. Esta malha apenas controla as informações e para quais robôs as mesmas devem ser enviadas, além de calcular a posição desejada utilizando-se das equações já mostradas anteriormente.

6 Testando as Malhas de Controle

Para alcançar o objetivo final deste trabalho, fez-se uma modularização do problema que foi validada e integrada, módulo a módulo. Primeiramente será testada a malha 1 de controle de velocidade angular das rodas. Ou seja, após dado um comando de velocidade angular para roda quanto tempo a malha levará para estabilizar o sistema convergindo-o para zero.

O primeiro teste a ser realizado será na malha de controle mais interna com cinco controladores diferentes: P, PI, PID, Incremental e o quinto, através de uma função polinomial que converte a velocidade angular desejada na potência a ser aplicada. Para utilizar essa função polinomial é necessário recorrer a um método da linguagem *NXC* de ativação dos motores que já implementa um controlador de malha fechada. Essa função foi obtida através de um mapeamento das potências aplicadas e as velocidades adquiridas pelo motor, daí então foi realizada uma aproximação de 4º grau.

Para que a malha de controle interno cumpra com seu objetivo é necessário que o erro entre a velocidade desejada e a velocidade real em cada roda tenda a zero. Ou seja, desejando-se que o robô tenha uma velocidade linear de $0.1m/s$ e uma velocidade angular de $0.6rad/s$, faz-se uma conversão desses valores utilizando da [Equação \(17\)](#), encontrando os valores desejados para cada uma das rodas. Feito isso, calcula-se o erro entre a velocidade desejada e a real de cada roda e passa esse erro como entrada para o controlador que deve aplicar uma potência nos motores pretendendo atingir a velocidade desejada.

Para realizar o teste com a malha interna foram aplicadas três entradas distintas e foi observado o tempo de conversão do sistema para um estado estacionário e se o sistema estava convergindo para um erro próximo de zero. Utilizando-se de um tempo amostral de cerca de 25 milissegundos, aplicou nas primeiras 100 amostras uma velocidade linear e angular nula, feito isso nas próximas 400 amostras aplicou-se uma velocidade linear de $0.189m/s$ e uma velocidade angular nula (velocidade angular de cada roda igual a $8.75rad/s$) e nas 500 amostras seguintes manteve-se a velocidade linear anterior e foi acrescentado uma velocidade angular de $0.628rad/s$ (sendo, $10.38rad/s$ e $7.12rad/s$, as velocidades angulares das rodas direita e esquerda, respectivamente). Sendo que no primeiro momento o robô deve permanecer parado, adquirir uma velocidade linear e caminhar em linha reta com uma velocidade de $0.189m/s$, para então iniciar uma trajetória circular de raio de $30cm$ e período de $10s$.

6.1 Malha 1: Controlador Incremental

Primeiro a malha interna foi testada com um controlador incremental que consiste basicamente em aumentar ou diminuir a potência das rodas, conforme o erro. Se o erro for positivo, acrescenta o incremento, se for negativo faz-se a potência menos o incremento. Foram testados os seguintes valores como incremento: 1, 3 e 6 e como podemos observar nos gráficos 10a, 10b e 10c e na Tabela 1, o controlador de incremento igual a um é suave e possui oscilações aceitáveis mas, o tempo para estabilização do sistema é maior que o dobro do tempo obtido com o incremento igual a seis. Entretanto, o controlador com incremento igual a seis é muito agressivo, oscilando o dobro de vezes se comparado ao controlador de incremento igual a um.

Fazendo-se o incremento igual a 3 tem-se um custo-benefício interessante pois, o sistema continua razoavelmente suave, com oscilações bem próximas ao do controlador de incremento igual a um e com um tempo de resposta o dobro de vezes mais rápido. Já, comparado ao de incremento igual a seis, ele possui um tempo de resposta bem próximo e com a metade da oscilação, com um controle bem mais suave. Sendo, o mais adequado para a malha interna se comparado ao controlador com outros valores de incremento.

Características/ Incrementos	Oscilação (rad/s)	Tempo de Ajuste (s)	Controle
1	$\pm 0.6 \text{ rad/s}$	$\approx 2s$	Suave
3	$\pm 0.6 \text{ rad/s}$	$\approx 1s$	Suave
6	$\pm 1.2 \text{ rad/s}$	$\approx 0.75s$	Agressivo

Tabela 1 – Malha1: Controlador Incremental

6.2 Malha 1: Controladores P, PI e PID

Foram realizados testes com controladores do tipo P, PI e PID, os ganhos foram ajustados de forma empírica e a Tabela 2, assim como a Figura 11 mostram alguns dos resultados obtidos. Pode-se observar que o melhor ganho obtido a partir dos testes realizados foi o do controlador PID com ganho proporcional igual a 10, ganho integrativo igual a 15 e ganho derivativo igual a 0.2, visto que ele apresentou o menor tempo de resposta com uma oscilação razoável.

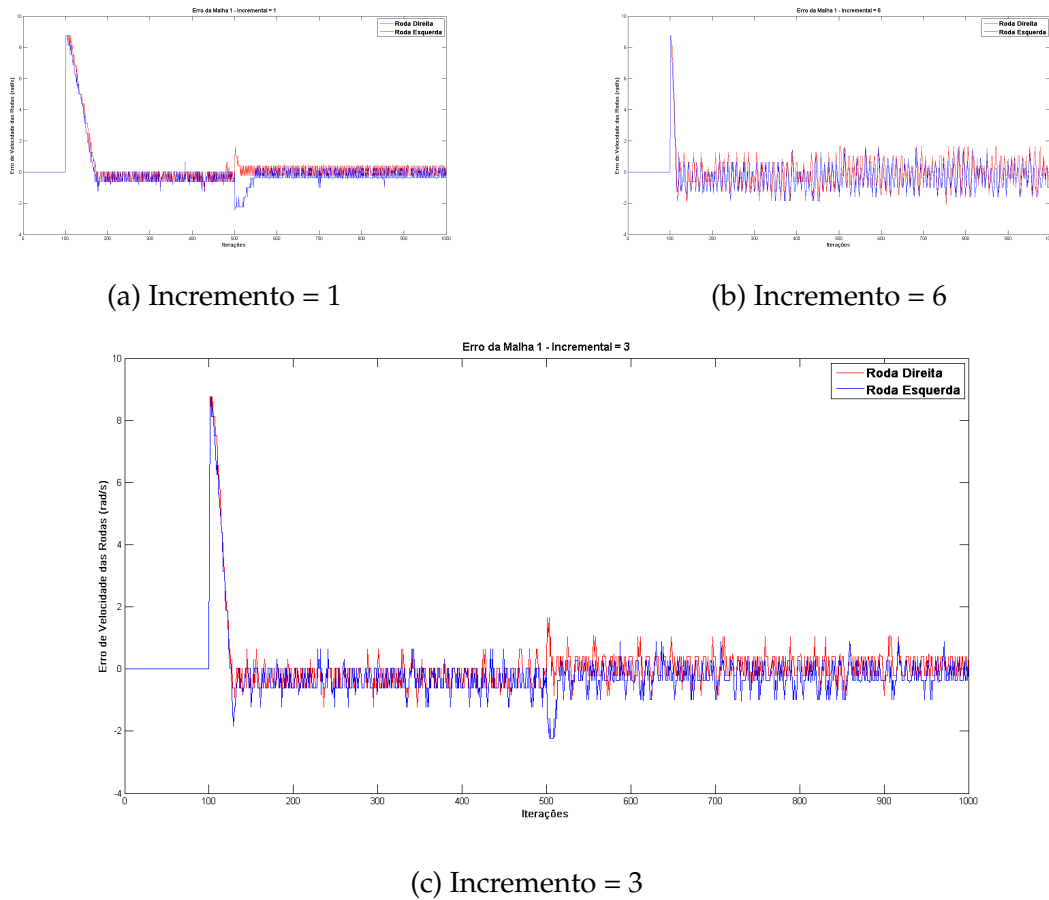


Figura 10 – Experimentos com Controlador Incremental

Características/ Ganhos do controlador	Estabiliza (rad/s)	Oscilação (rad/s)	Tempo de Ajuste (s)	Controle
P: 10	3 rad/s	1.3rad/s	0.5s	Suave
P:10 - I:15	0 rad/s	0.65rad/s	2s	Suave
P:10 - I:17	0 rad/s	0.6rad/s	1.9s	Suave
P:10 - I:15 - D:0.2	0 rad/s	1.3rad/s	1.5s	Suave
P:10 - I:15 - D:0.6	0 rad/s	0.65rad/s	2s	Agressivo

Tabela 2 – Experimentos com Controlador P/PI/PID

6.3 Malha 1: Função de Ajuste Polinomial e Controlador Embutido

Como já dito anteriormente, a plataforma já implementa uma malha de controle da velocidade dos motores, um controlador *PID* já ajustado pelo fabricante, para utilizá-la basta usar um método específico da linguagem *NXC*. Entretanto, a referência desta malha de controle é uma variável que assume valores entre -100 e 100, surge daí a necessidade de se fazer um mapeamento entre esta variável e a variável de velocidade angular assumida pelo motor em radianos por segundo. Para realizar este mapeamento estático, utiliza-se o método dos quadrados mínimos para se ajustar um polinômio de

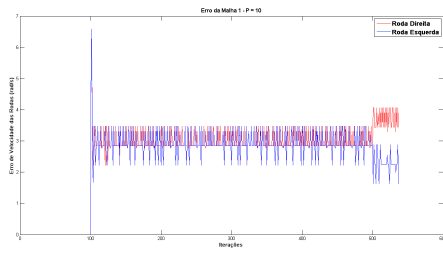
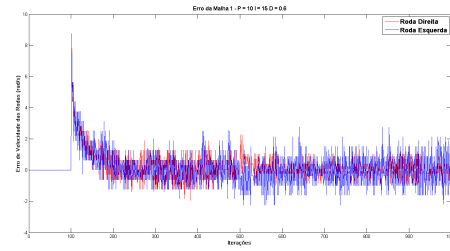
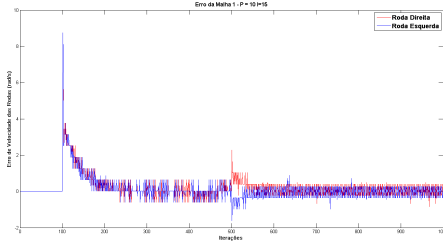
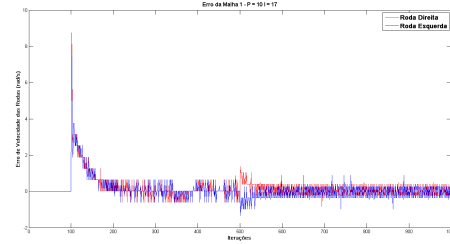
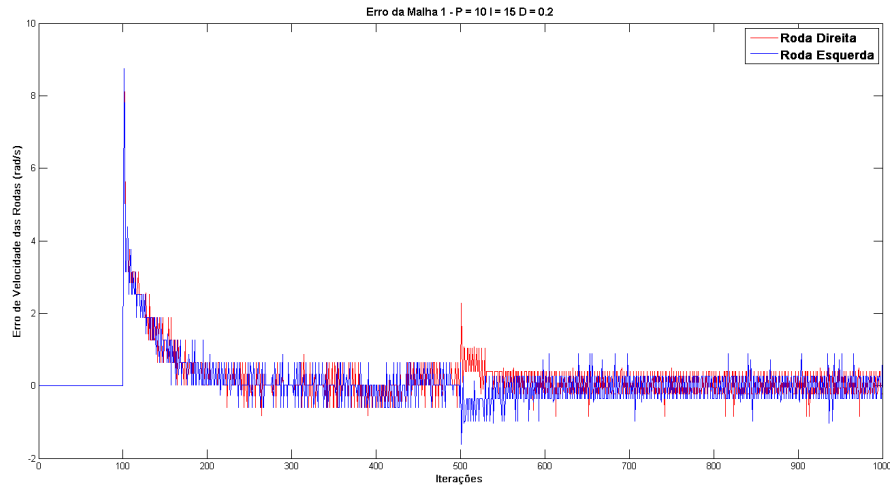
(a) Controlador Proporcional ($k_p = 10$)(b) Controlador Proporcional - Integral - Derivativo ($k_p = 10$, $k_i = 15$ e $k_d = 0.6$)(c) Controlador Proporcional - Integral ($k_p = 10$ e $k_i = 15$)(d) Controlador Proporcional - Integral - Derivativo ($k_p = 10$ e $k_i = 17$)(e) Controlador Proporcional - Integral - Derivativo ($k_p = 10$, $k_i = 15$ e $k_d = 0.2$)

Figura 11 – Experimentos com Controlador P/PI e PID

quarto grau aos dados medidos, obtendo a função mostrada na [Equação \(25\)](#).

$$f(\omega_{desejada}) = -0.00091\omega_{desejada}^4 + 0.0223\omega_{desejada}^3 - 0.01537\omega_{desejada}^2 + 6.1864\omega_{desejada} - 0.0546 \quad (25)$$

Como pode ser visto na [Figura 12](#), a função mapeia muito bem as saídas do motor, o sistema converge para um estado de erro nulo com um tempo de aproximadamente 2 segundos, com uma oscilação de $\pm 0.6 \text{ rad/s}$, bem próximo aos resultados obtidos com o controlador PI ajustado manualmente.

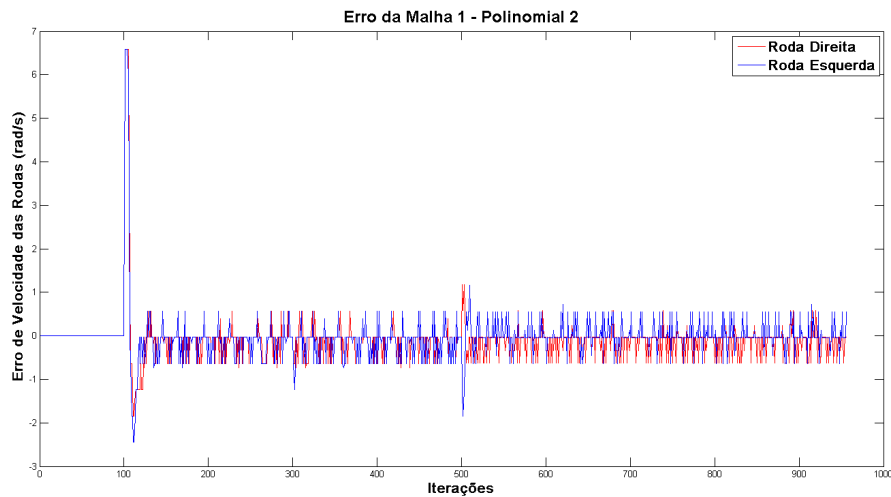


Figura 12 – Experimentos com a Função Polinomial e o Controlador PID Embutido

6.4 Malha 2: Controle de Posicionamento

Nesta parte do trabalho, será mostrado os testes realizados com a segunda malha de controle, ela é responsável pela posição do robô. Ou seja, a malha recebe como referência a posição onde deseja-se que o robô esteja, a partir daí calcula-se a velocidade angular necessária para que o robô chegue ao ponto desejado. E esta então é passada para malha de controle interno.

Os testes foram realizados da seguinte maneira: O robô foi iniciado no ponto (0.8,0.0) e foi definido um alvo na origem do sistema que esse robô teria que circundar com um raio de 30 centímetros e um período de 24 segundos. Após mil e duzentas amostras, o raio e o período do sistema mudam sendo 40 centímetros de raio em um período de 30 segundos, tornando o teste muito parecido com o segundo problema em sí.

Na [Tabela 3](#) mostram alguns dos resultados obtidos pelos experimentos feitos com a segunda malha, utilizando-se o controlador proporcional de ganho unitário e com ganho proporcional igual a 2 na malha intermediária. Como já sabido, quando tem-se um controle em cascata é necessário que a malha interna responda pelo menos 5 vezes mais rápido do que a malha externa, quanto mais rápido melhor.

Tendo isto em mente, do ponto de vista de tempo de resposta, todas atendem com o pré-requisito, no entanto, ao observar o sistema na vida real é possível notar que o controlador PID é muito agressivo e por vezes dá um tranco no motor, o que não é desejado, visto que qualquer comando brusco pode ocasionar em derrapagem das rodas, o que poderia levar o robô a se perder e mapear uma trajetória diferente da trajetória apresentada no mundo real.

Os dois que apresentaram melhores resultados foram o controlador da malha

externa proporcional com ganho de ± 2 combinados com os controladores Incremental e Polinomial. O que se confirma pelas figuras ?? e pela ?. Como mostrado na ??, os testes com controlador PI na malha intermediária não apresentaram um bom resultado, apresentando oscilações indesejadas que demoraram para se estabilizar ao mudar a ação de controle drasticamente, além de apresentar um controle mais agressivo.

Características/ Controlador Interno e Externo	Estabiliza em (rad)	Termo de Ajuste (s)	Controle
Incremental (Incremento 3)/ Proporcional (kp = 1.0)	$\pm 0.3rad$	$\pm 14s$	Suave
PID (kp = 10;ki = 15;kd = 0.2)/ Proporcional (kp = 1.0)	$\pm 0.3rad$	$\pm 17.5s$	Agressivo
Polinomial/ Proporcional (kp = 1.0)	$\pm 0.3rad$	$\pm 17.5s$	Suave
Incremental (Incremento 3)/ Proporcional (kp = 2.0)	$\pm 0.18rad$	$\pm 11s$	Pouco Agressivo
Polinomial/ Proporcional (kp = 2.0)	$\pm 0.17rad$	$\pm 14s$	Suave

Tabela 3 – Comparativo dos Controladores da Malha Intermediária

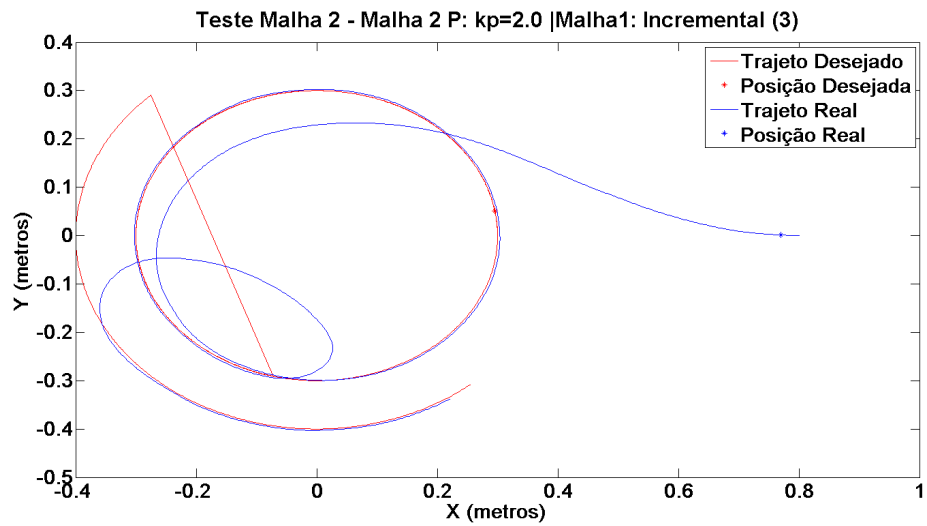
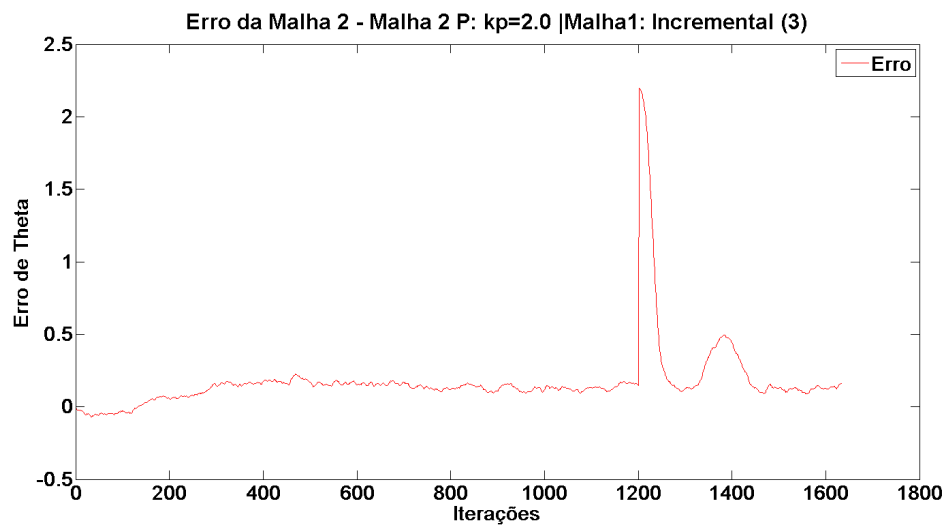
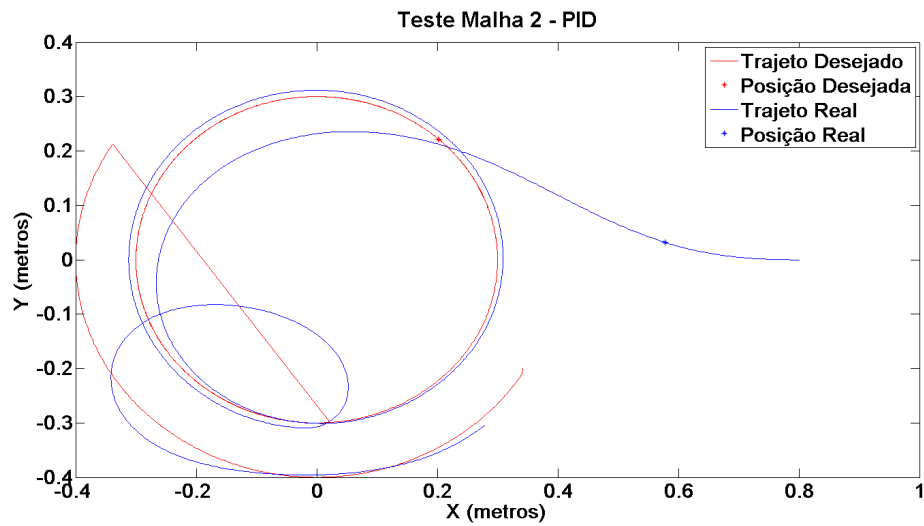
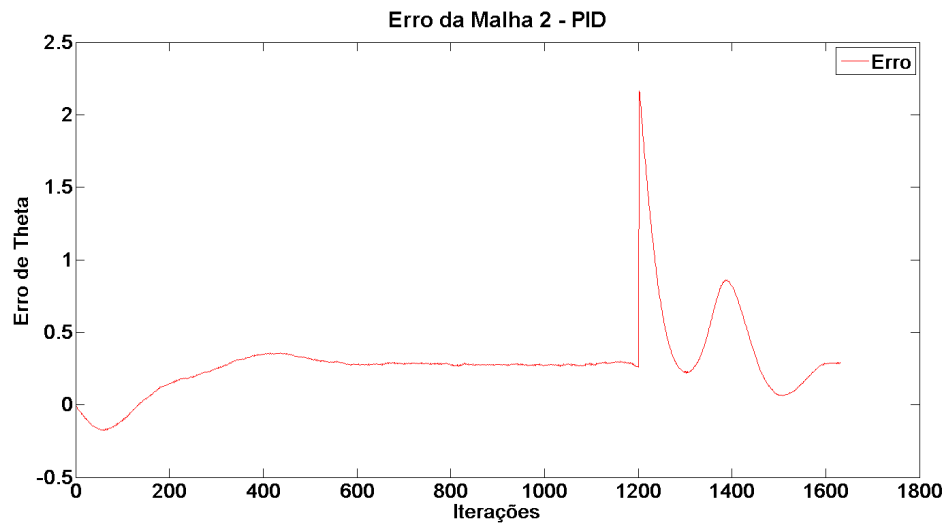
(a) Malha Intermediária: $P=2.0$ - Malha Interna: Incremental $k = 3$ (b) Erro da Malha Intermediária: $P=1.0$ - Malha Interna: Incremental $k = 3$

Figura 13 – Experimentos com a Malha Intermediária com Controlador Proporcional($k_p=2.0$) e Malha Interna: Controlador Incremental



(a) Malha Intermediária: $P=1.0$ - Malha Interna: PID ($k_p = 10$; $k_i = 15$; $k_d = 0.2$)



(b) Erro da Malha Intermediária: $P=1.0$ - Malha Interna: PID ($k_p = 10$; $k_i = 15$; $k_d = 0.2$)

Figura 14 – Experimentos com a Malha Intermediária com Controlador Proporcional e Malha Interna: Controlador PID

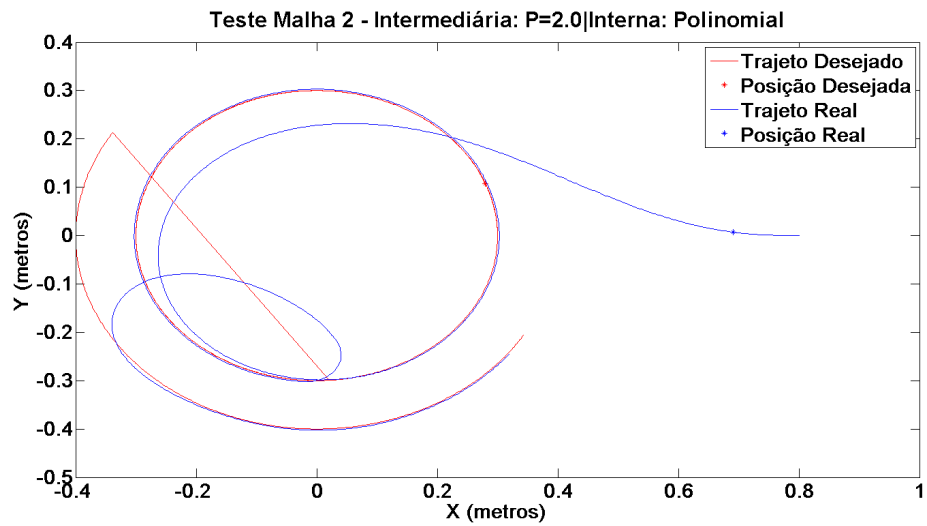
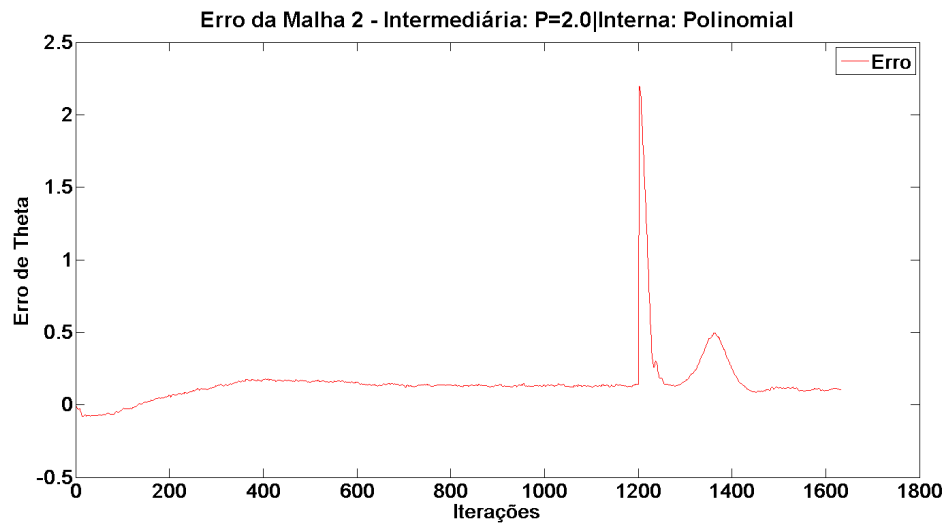
(a) Malha Intermediária: $P=2.0$ - Malha Interna: Polinomial(b) Erro da Malha Intermediária: $P=2.0$ - Malha Interna: Polinomial

Figura 15 – Experimentos com a Malha Intermediária com Controlador Proporcional e Malha Interna: Controlador Polinomial

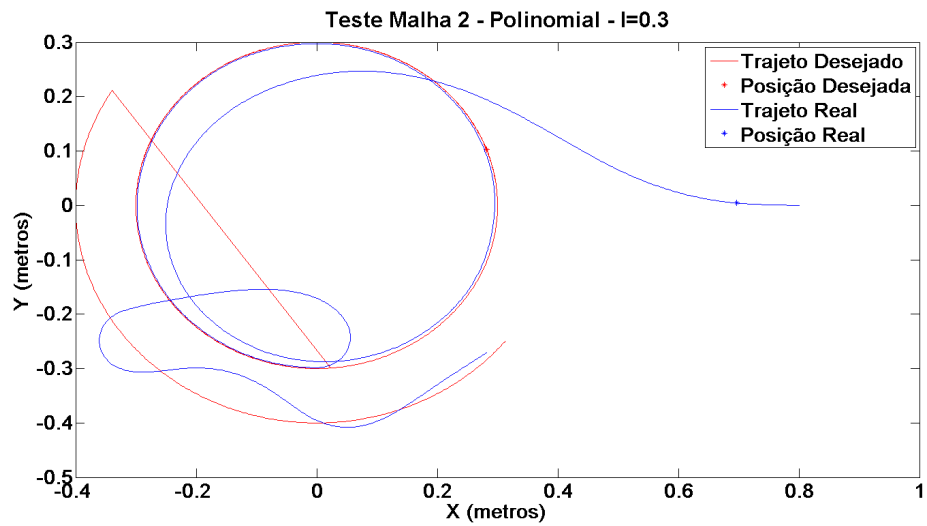
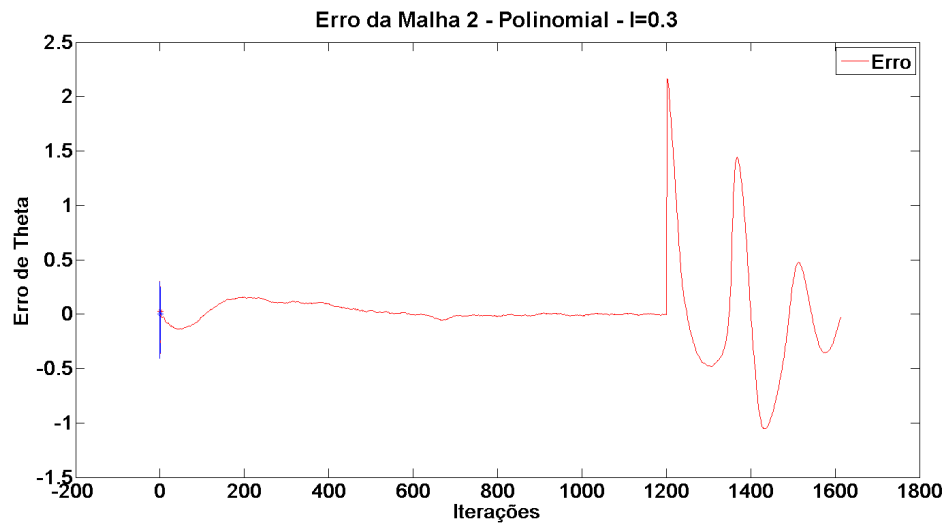
(a) Malha Intermediária: $P=1.0$; $I=0.3$ - Malha Interna: Polinomial(b) Erro da Malha Intermediária: $P=1.0$; $I=0.3$ - Malha Interna: Polinomial

Figura 16 – Experimentos com a Malha Intermediária com Controlador Proporcional e Malha Interna: Controlador Polinomial

7 Simulações

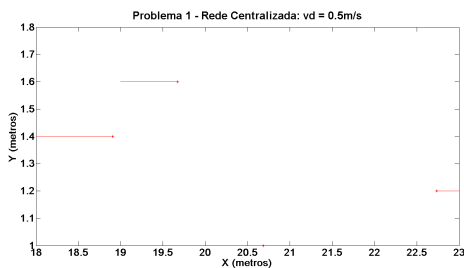
As simulações¹ realizadas neste trabalho, consideram o robô como um elemento pontual, conforme descrito nas equações 2, 3 e 4 e foram realizadas com intuito de se observar a viabilidade de implementação da estratégia de controle.

Essas implementações desconsideram não só o robô como um elemento não-pontual, mas também, desconsideram problemas como: saturação do motor, derrapagem das rodas, falhas de comunicação e imprecisão de leitura dos *encoders*.

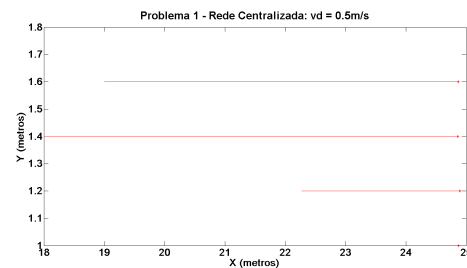
7.1 Simulações do Primeiro Problema

Primeiramente, foi realizado a simulação da primeira estratégia de abordagem do primeiro problema, em que tem-se uma frota de N robôs separados entre si no eixo y e com uma posição randômica no eixo x , todos dispostos na mesma direção e sentido. A primeira estratégia elimina os problemas de colisão, visto que os robôs começam separados, no mesmo sentido e como são impossibilitados a imprimir uma velocidade angular pela estratégia adotada, seguem em linha reta com velocidade linear negativa ou positiva. Além disso, ela leva em consideração a rede de comunicação, utilizando-se a Equação (10).

Serão feitas simulações com duas redes, a primeira será uma rede centralizada com 4 robôs, tal qual é possível implementar com a plataforma *Lego Mindstorms®*. A segunda, será uma rede descentralizada com cinco robôs, tal como a rede ilustrada na Figura 4c. Como mostrado nas figuras 17 e 18, essa é uma estratégia viável quando considerando o robô como um elemento pontual.



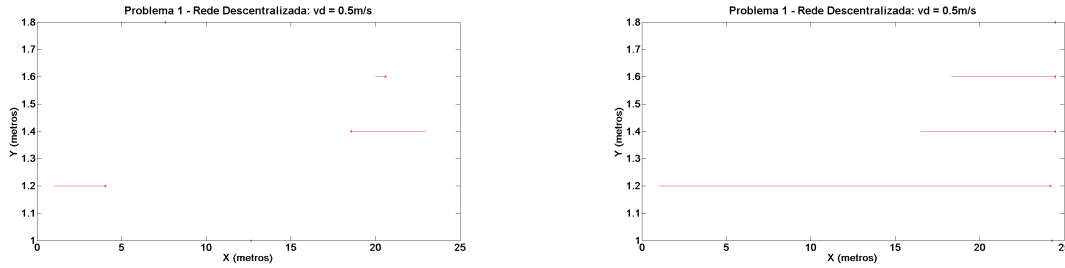
(a) Sistema com Rede Centralizada - Antes do alinhamento dos robôs



(b) Sistema com Rede Centralizada - Depois do alinhamento dos robôs

Figura 17 – Problema 1 - Primeira Abordagem com Rede Centralizada

¹ Todos os arquivos para simulações e a implementação deste trabalho se encontram em um repositório do *GitHub*. Para visualizar as simulações realizadas neste trabalho, acesse o link: <https://github.com/MarianaAthayde/tcc/tree/master/Vídeos/Simulações>.



(a) Sistema com Rede Descentralizada - Antes do alinhamento dos robôs (b) Sistema com Rede Descentralizada - Depois do alinhamento dos robôs

Figura 18 – Problema 1 - Primeira Abordagem com Rede Descentralizada

Já a segunda estratégia consiste em encontrar uma reta paralela ao eixo y onde, sua localização no eixo x é a média da posição dos robôs mais distantes entre si do sistema. Ela foi implementada de modo a permitir que o robô adquirira uma velocidade angular. Sendo assim ele pode se deslocar em qualquer direção. Essa abordagem faz uso da malha de controle intermediário modelada no [Capítulo 5](#) e possui problemas de colisão, já que os robôs podem se deslocar em qualquer direção.

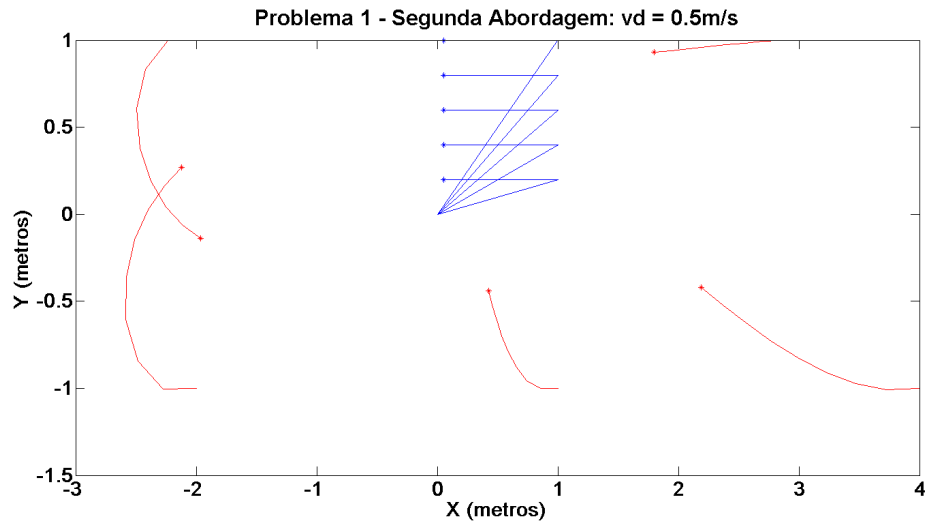
Não foi implementado neste trabalho um tratamento de colisão, foram adotadas algumas medidas para diminuir as colisões no sistema. A primeira medida foi estabelecer uma prioridade na rede que vai do mestre ao último escravo, aquele que possui menor prioridade para ao estar em menos de 20 centímetros de distância de outro robô. A segunda medida foi fazer com que os robôs convirjam um a um para o ponto desejado. Notou-se com essas medidas uma redução no número de colisões ocorridas no sistema.

Como pode ser visto na [Figura 19](#), essa abordagem também é viável entretanto, apesar de apresentar a vantagem de conceder mais autonomia aos robôs, deixando-os movimentar em qualquer direção, ela acarreta ao sistema problemas de colisão que quando não contornados podem prejudicar o sistema.

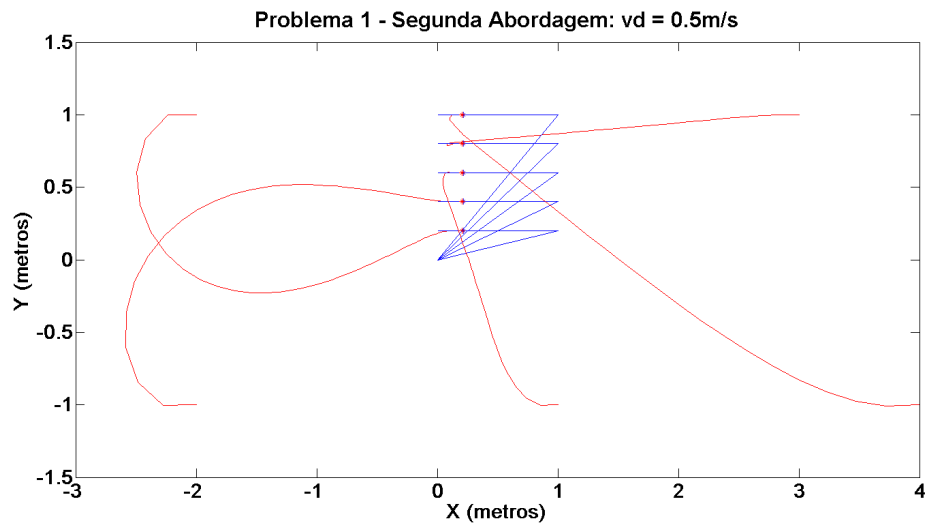
7.2 Simulações do Segundo Problema

Como já dito anteriormente neste trabalho, o segundo problema consiste em guiar uma frota de robôs a um determinado alvo e circulá-lo a uma distância R e um período T . Dito isto, fez-se algumas simulações para validar o modelo matemático e compará-lo ao modelo real. Esta simulação desconsidera um problema enfrentado no mundo real que é a falta de sincronismo entre os relógios dos motores, visto que o tempo corrido em simulação é igual para todos os robôs da frota.

A primeira simulação realizada desconsidera problemas de colisão e inicia os robôs com posições randômicas, após mil amostras retira-se dois robôs e verifica que os robôs se reorganizam, mantendo a mesma distância entre si. Já nas simulações seguintes



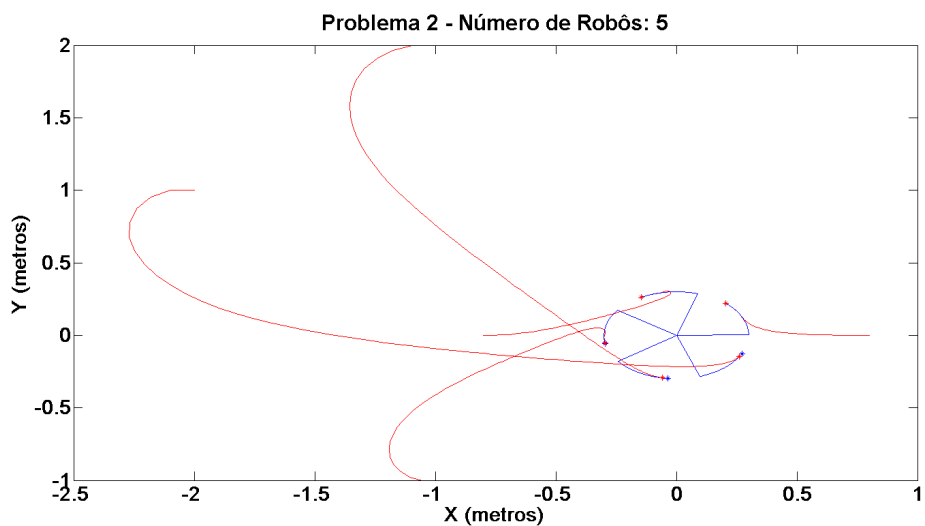
(a) Segunda Abordagem - Antes do alinhamento dos robôs



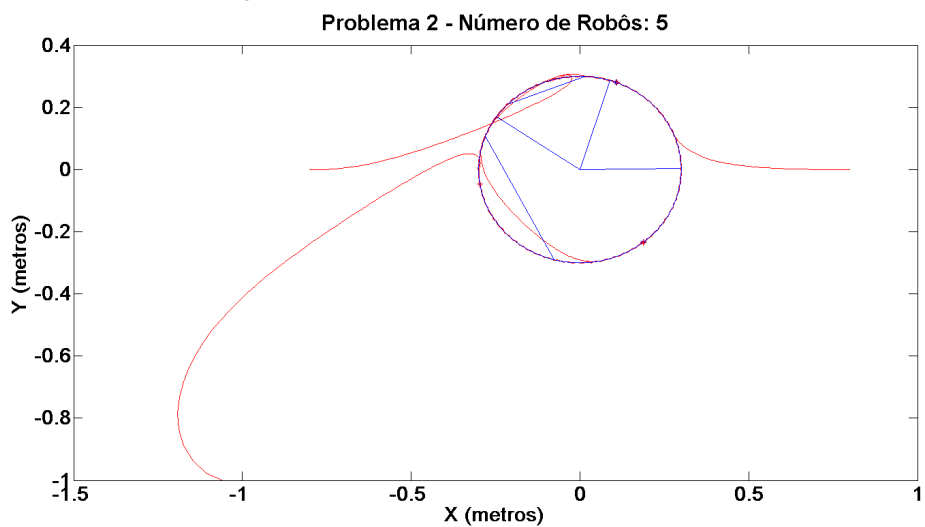
(b) Segunda Abordagem - Depois do alinhamento dos robôs

Figura 19 – Problema 1 - Segunda Abordagem

tomamos as medidas citadas na [Seção 7.1](#) para evitar que ocorra colisão entre os robôs. Como pode ser visto nas figuras 20, ??, as estratégias modeladas são viáveis dentro de um ambiente de simulação pouco realístico.



(a) Segundo Problema - Cinco Robôs Alinhados

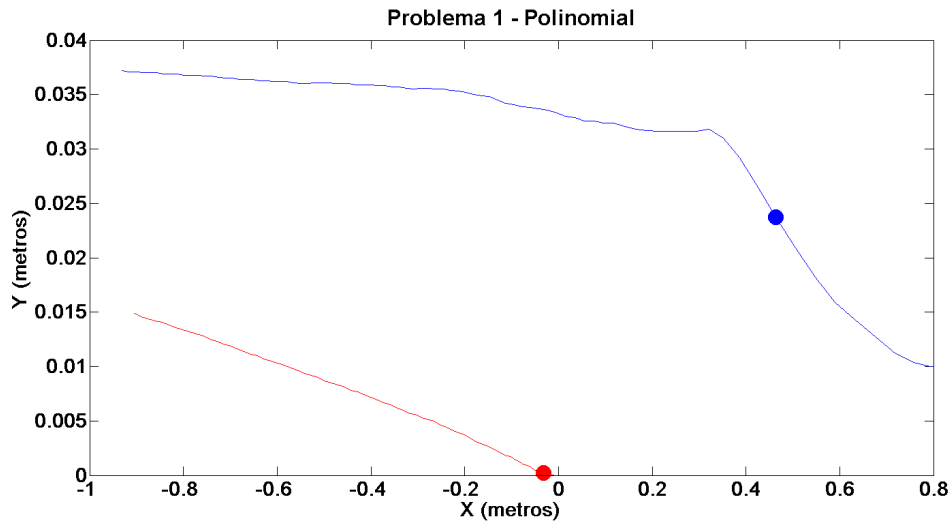


(b) Segundo Problema - Falha de 2 Robôs e Reajuste da Formação

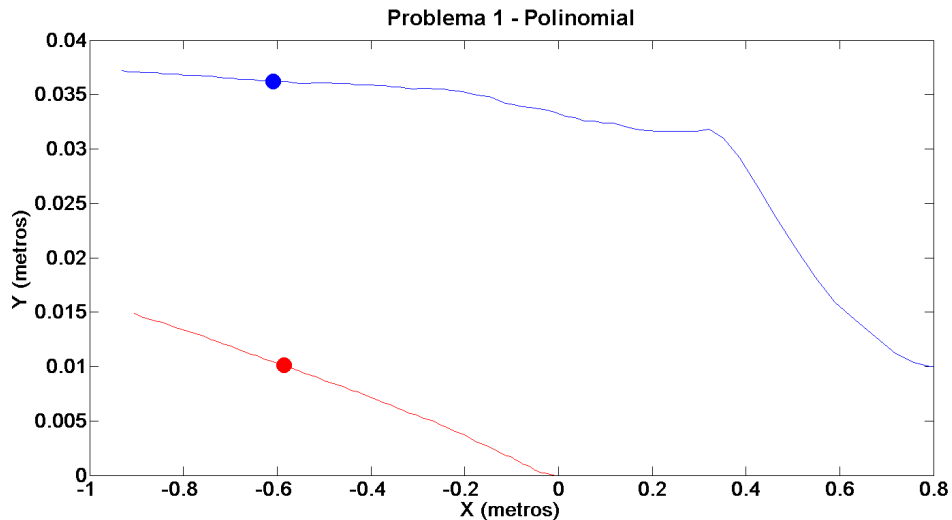
Figura 20 – Segundo Problema sem Medidas para Evitamento de Colisão

8 Resultados

Após feitos todas as simulações e testes, foram aplicadas as estratégias para resolução de ambos os problemas em uma frota de dois robôs. Para a resolução do primeiro problema, utilizou-se somente o controlador polinomial na malha interna e foi adotado a [Equação \(10\)](#) para estabelecer a velocidade desejada a ser aplicada nos motores. No mais, as informações trocadas entre as malhas externas foi apenas a posição dos robôs. Como pode-se observar na [Figura 22](#), a estratégia utilizada é suficientemente adequada para resolução do problema. Além disso, é possível notar que devido a imprecisão dos controladores, tem-se um pequeno deslocamento lateral em ambos os robôs que é de ± 2 centímetros a cada metro deslocado que é aceitável.



(a) Sistema com Dois Robôs - Antes do alinhamento dos robôs



(b) Sistema com Dois Robôs - Depois do alinhamento dos robôs

Figura 22 – Problema 1 com 2 Robôs

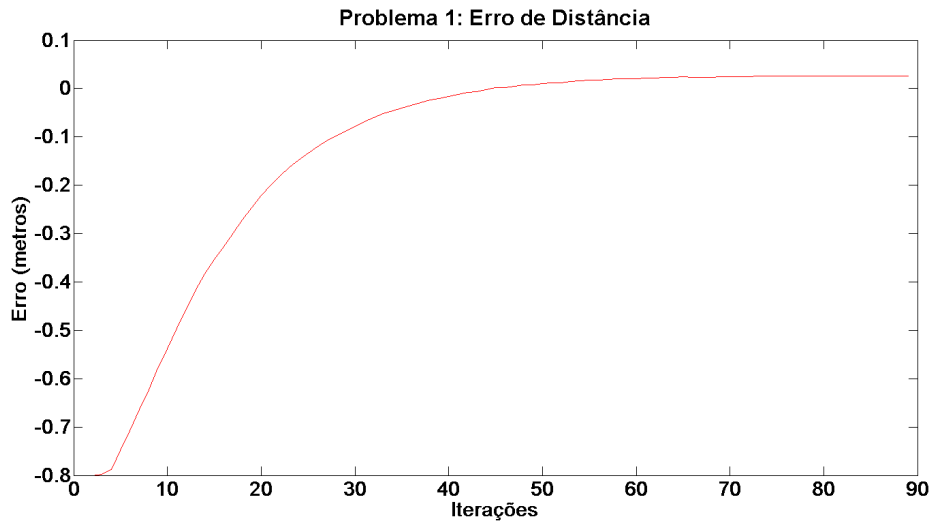
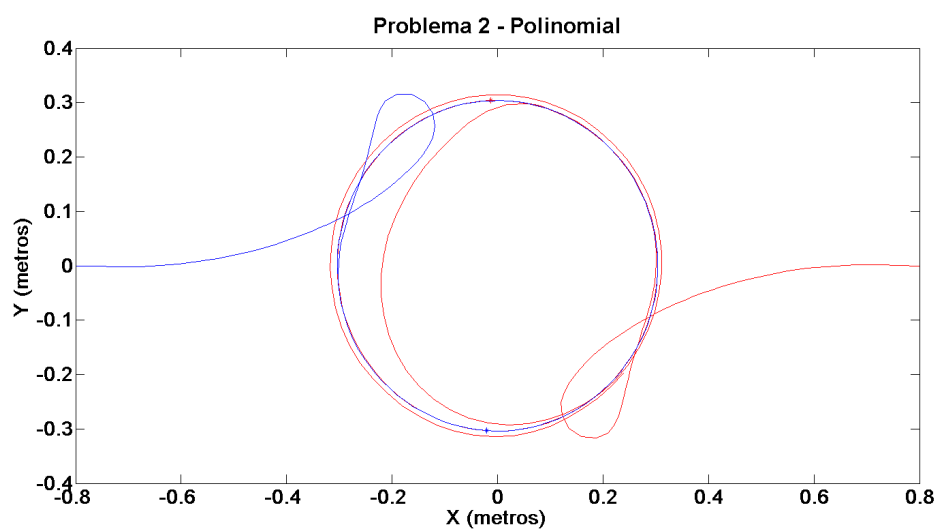


Figura 23 – Problema 1: Erro de Posição

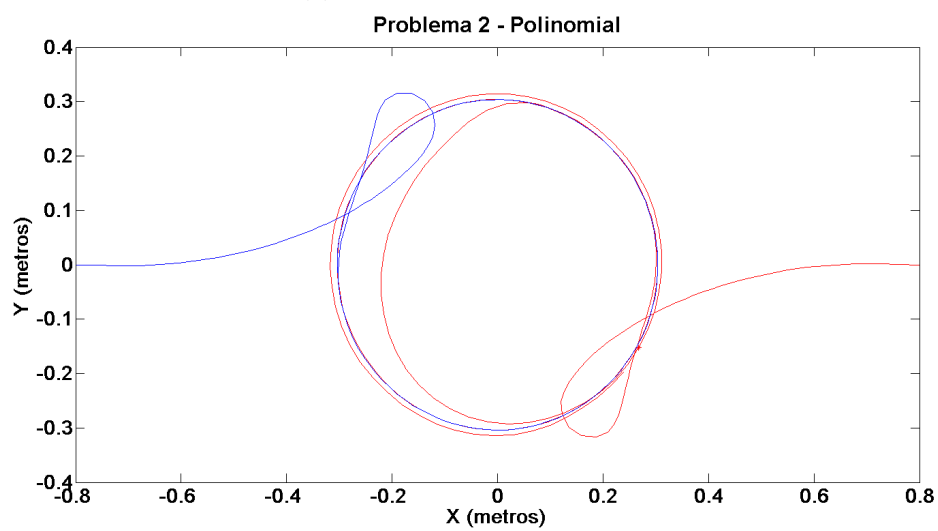
O segundo problema consiste em fazer uma frota de N robôs localizar e circundar um alvo a uma distância R e em um determinado período T , que deve variar de acordo com o tamanho da frota e os robôs devem ter a mesma distância entre eles. Após realizados todos os testes e simulações, aplicou-se a estratégia em uma frota de dois robôs, colocando-os a mesma distância do alvo e em sentidos opostos, de maneira que eles não se colidissem quando o sistema ainda não estivesse estável.

Como pode ser visto na [Equação \(16\)](#), o cálculo da posição desejada para o segundo problema depende do tempo, devido a falta de sincronismo entre os relógios dos robôs, a posição desejada calculada pelos robôs podem apresentar erros na formação da estrutura. Para contornar este problema, a solução encontrada foi passar para o outro robô, o tempo do mestre. Desta forma, elimina-se o problema da falta de sincronismo entre os relógios.

Como pode ser visto na [Figura 24](#), a estratégia se mostrou plausível, visto que ambos os robôs convergiram para o alvo, contornando-o a uma distância de aproximadamente 30 centímetros, se mantiveram equidistantes e após retirar um dos robôs, o período T foi reduzido pela metade, cobrindo melhor a fronteira. Para a realização deste experimento foi utilizado o controlador da malha interna polinomial e o controlador proporcional da malha intermediária de ganho 2.



(a) Sistema com Dois Robôs



(b) Sistema com um Robô

Figura 24 – Segundo Problema com Falha de um dos Robôs

9 Conclusão

Neste trabalho fez-se o estudo de duas estratégias de controle de formação, tendo como intuito a implementação dessas estratégias não só através de simulações como também, com o intuito de desenvolver e aplicar essas estratégias em uma plataforma de baixo custo, o *Lego Mindstorms*®,

O primeiro problema visava uma espécie de varredura em paralelo por uma frota de robôs que deveriam se alinhar e seguir se deslocando em conjunto. Já o segundo problema tinha como o objetivo controlar uma tropa de robôs para que a mesma localizasse determinado alvo e a partir daí o circundassem, mantendo uma formação circular e equidistante entre si. Visando uma melhor cobertura da fronteira, a tropa deveria se reajustar caso um ou mais robôs fossem retirados da formação, de modo que a tropa continuasse equidistante porém, circulando o alvo em um período menor, cobrindo melhor a fronteira.

Uma parte deste trabalho foi adaptar as estratégias e soluções encontradas para se adequar a plataforma que apresenta algumas limitações, como por exemplo a da estrutura da rede de comunicação. Uma das limitações deste trabalho, é por exemplo o fato de que a odometria é feita única e exclusivamente, pelos *encoders* já acoplados aos motores da plataforma. Que se mostraram, após todos os testes e experimentos realizados, suficientemente precisos para serem utilizados como ferramenta de medição e alimentação do sistema.

Entretanto, é necessário cautela quando for realizar mudanças bruscas de velocidade, isso pode ocasionar em derrapagens, fazendo com que o sistema perca sua localização. E como não há nenhum meio externo, uma câmera ou algo para que o robô possa-se localizar novamente, o erro ocorrido vai sendo arrastado até o final da execução do programa, comprometendo o objetivo da frota.

Outra parte importante para o estudo das estratégias de controle de formação foram as simulações realizadas que, apesar de não serem simulações realísticas que levam em consideração muitas características do sistema no mundo real, foram de extrema importância para a abstração das implementações das estratégias. Embora, considerassem o robô como um elemento pontual que ele não é, as simulações foram suficientes para verificar a viabilidade da estratégia adotada e se mostrou uma maneira fácil de verificar o comportamento do sistema para diversas estratégias, contribuindo significativamente para a conclusão deste trabalho.

No decorrer deste trabalho foram testados alguns controladores distintos e ajustado empiricamente diversos ganhos para um controlador PID que atendesse aos

requisitos do sistema e o que pode-se contatar é que embora alguns controladores demonstraram erros menores ou tempo de ajuste inferiores, o que determinou o melhor controlador para o problema foi um custo benefício entre erro, tempo de ajuste e também, suavidade de controle.

No geral, o controlador da malha interna que melhor atendeu e cumpriu com o objetivo deste trabalho, foi o controlador, aqui denominado como polinomial. Este controlador é na verdade, um controlador PID já implementado e ajustado pelo fabricante, o ajuste polinomial foi utilizado somente para se obter uma função que traduza o valor de referência (*set point*) aceito pelo controlador do fabricante em velocidade angular das rodas. Já na malha intermediária, um controlador proporcional se mostrou suficiente para cumprir com os objetivos deste trabalho, ao passo que ao inserir um ganho integrador no sistema, o mesmo se mostrou instável.

Foram realizados neste trabalho apenas testes com implementações em uma frota de dois robôs, no entanto, seria interessante como trabalho futuro, aplicar este estudo a uma frota de quatro robôs, como o suportado pela rede de comunicação implementada pela plataforma.

9.1 Trabalhos Futuros

Como trabalhos futuros sugere-se a implementação de um tratamento de colisão que, embora não implementado neste trabalho, é parte essencial de um controle de formação. Visto que para cumprir com um objetivo real as tropas devem ser capazes de trabalhar em conjunto sem que um robô atrapalhe na ação de outro e prejudique no desempenho da frota. A inserção de sensores e de uma malha de controle para que o robô consiga interagir com o ambiente, de modo a tornar o controle de formação mais eficiente e mais próximo aos sistemas que resolvem problemas no mundo real.

Outro trabalho interessante seria fazer robôs que se comportem como indivíduos inteligentes e autônomos, capazes de realizar missões sem um grupo mas também, capazes de se organizarem em uma sociedade que possui objetivos em comum e é capaz de decidir pela "melhor" estratégia de formação para cada problema.

Referências

- BALCH, T.; ARKIN, R. C. Behavior-based formation control for multirobot teams. **Robotics and Automation, IEEE Transactions on**, IEEE, v. 14, n. 6, p. 926–939, 1998. Citado na página 7.
- BENEDETTELLI, D.; CASINI, M.; GARULLI, A.; GIANNITRAPANI, A.; VICINO, A. A lego mindstorms experimental setup for multi-agent systems. In: **Control Applications, (CCA) Intelligent Control, (ISIC), 2009 IEEE**. [S.l.: s.n.], 2009. p. 1230–1235. Citado na página 4.
- CARLES, M.; HERMOSILLA, L. O futuro da medicina: nanomedicina. **Revista Científica Eletrônica de Medicina Veterinária**, v. 6, n. 10, p. 1–7, 2008. Citado na página 1.
- CASINI, M.; GARULLI, A.; GIANNITRAPANI, A.; VICINO, A. A lego mindstorms multi-robot setup in the automatic control telelab. In: **Proceedings of 18th IFAC World Congress, Milano, Italy**. [S.l.: s.n.], 2011. v. 28. Citado na página 5.
- CHEN, H.; SHENG, W.; XI, N.; SONG, M.; CHEN, Y. Automated robot trajectory planning for spray painting of free-form surfaces in automotive manufacturing. In: **Robotics and Automation, 2002. Proceedings. ICRA '02. IEEE International Conference on**. [S.l.: s.n.], 2002. v. 1, p. 450–455 vol.1. Citado na página 1.
- CORRÊA, M. A.; JÚNIOR, J. B. C. **Estudos de veículos aéreos não tripulados baseado em sistemas multi-agentes e sua interação no espaço aéreo controlado**. [S.l.]: Sitraer, 2008. Citado na página 1.
- GIRARD, A. R.; HOWELL, A. S.; HEDRICK, J. K. Border patrol and surveillance missions using multiple unmanned air vehicles. In: IEEE. **Decision and Control, 2004. CDC. 43rd IEEE Conference on**. [S.l.], 2004. v. 1, p. 620–625. Citado na página 2.
- GOUVÊA, J. A. **CONTROLE DE FORMAÇÃO DE ROBÔS NÃO-HOLONÔMICOS COM RESTRIÇÃO DE CURVATURA UTILIZANDO FUNÇÃO POTENCIAL**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2011. Citado na página 6.
- JESUS, T. A. **Estratégias de Guiagem e Cooperação de Robôs Aéreos Sujeitos a Restrições nas Entradas e/ou nos Estados**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Minas Gerais, 2013. Citado na página 2.
- MARJOVI, A.; NUNES, J. G.; MARQUES, L.; ALMEIDA, A. de. Multi-robot exploration and fire searching. In: IEEE. **Intelligent Robots and Systems, 2009. IROS 2009. IEEE/RSJ International Conference on**. [S.l.], 2009. p. 1929–1934. Citado na página 2.
- MARTINEZ, D. L. et al. Reconfigurable multi robot society based on lego mindstorms. Helsinki University of Technology, 2009. Citado 3 vezes nas páginas 4, 6 e 7.
- RAMCHURN, S. D.; HUYNH, D.; JENNINGS, N. R. Trust in multi-agent systems. **Knowl. Eng. Rev.**, Cambridge University Press, New York, NY, USA, v. 19, n. 1, p. 1–25, mar. 2004. ISSN 0269-8889. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1017/S0269888904000116>>. Citado na página 1.

SECCHI, H. **Uma Introdução a Robôs Móveis**. [S.l.]: Argentina, 2008. Citado na página 1.

SOURCEFORGE. **Bricx Command Center**. 2001. Disponível em: <<http://bricxcc.sourceforge.net/>>. Acesso em: 30 de março de 2009. Citado na página 3.

TAYLOR, J.; DÍAZ, J.; GRAU, A. **Mecánica clásica**. Reverté, 2013. ISBN 9788429143126. Disponível em: <<http://books.google.com.br/books?id=6QJngEACAAJ>>. Citado na página 6.