LUN MAR MIE JUE VIE SAB DOM

FECHA: 3 - 11 - 20

2.1 Determinar dominio y recorrido.

Pregunta 1.

Sea $F: \begin{bmatrix} x = \cot^2 t \\ y = 8 \csc t \end{bmatrix}$ con $0° \leq t \leq 90°$

- Determinar dominio y recorrido De $f(x)$.

$x = \cot^2(0°) = \infty$

$x = \cot^2(90°) = 0$

$y = 8 \csc(90°) = 8$

$y = 8 \csc(0°) = \infty$

$D_F = 0 \leq x$ ó $[0, \infty)$

$R_F : 8 \leq y$ ó $[8, \infty)$

Pregunta 2.

Sea $y = -1 + 2\sqrt{2x - 6}$ con $x \in R$.

Determinar dominio y recorrido:

$x = 3$

$-1 + 2\sqrt{2(3) - 6}$; $-1 + 2\sqrt{6-6}$; $-1 + 2\sqrt{0}$; -1 ✓

$\underline{y = -1}$ ✓

LUN MAR MIE JUE VIE SAB DOM

FECHA: 3-11-20

Pregunta 3.

Sea $y = 2 + \sqrt{9-9(x+1)^2}$ con $x \leq 0$

Determinar dominio y recorrido de $f(x)$.

$x = 0$

$2+\sqrt{9-9(0+1)^2}$; $2+\sqrt{9-9(1)^2}$; $2+\sqrt{0}$; $\cancel{-2}$

$D_f : -2 \leq x \leq 0$

$x \to -2, 0$

$y = 2+\sqrt{9-9(-2+1)^2}$; $y = 2+\sqrt{9-9}$; $y = 2$

$y = 2+\sqrt{9-9(-1+1)^2}$; $y = 2+\sqrt{9-9(-1+1)^2}$; $y = 5$

LUN MAR MIE JUE VIE SAB DOM

FECHA: 3 - 11 - 20

Pregunta 4.

$$f : \begin{bmatrix} x = -1 + \cos t \\ y = 2 + 3 \operatorname{sen} t \end{bmatrix} \text{ con } 0° \leq t \leq 90°$$

$$x = -1 + \cos(0°) = -1 + 1 = 0$$

$$x = -1 + \cos(90°) = -1 + 0 = -1$$

$$y = 2 + 3 \operatorname{sen}(0°) = 2 + 3(0) = 2$$

$$y = 2 + 3 \operatorname{sen}(90°) = 2 + 3(1) = 5$$

D_f : $-1 \leq x \leq 0$

R_f : $2 \leq y \leq 5$

LUN MAR MIE JUE VIE SAB DOM

FECHA: 3-11-20

2.2 Composición de funciones

Pregunta 1.

Si $f(x) = -2x+1$, $g(x) = 3x+2$, $h(x) = 4x-3$

obtener $f \circ g \circ h$.

$g \circ h$ $\quad g(x) = 3x+2$

$3(4x-3)+2$; $12x-9+2$; $12x-7 \leftarrow (g \circ h)$

$h \circ (g \circ h)$ $\quad f(x) = -2x+1$

$= 4(12x-7)-3$; $24x+15$

$f \circ g \circ h \to 24x+15$

Pregunta 2.

Si $f(x) = -x-4$ y $g(x) = 6x+2$, obtener $f \circ g$ y $g \circ f$

$f \circ g$ $\quad -(6x+2)-4$; $-6x-2-4$; $-6x-6$

$f \circ g \to -6x-6$

$g \circ f$ $\quad 6(-x-4)+2$; $-6x-24+2$; $-6x-22$

$g \circ f \to -6x-22$

Pregunta 3.

Si $f(x) = -8x+3$ y $g(x) = -5x-4$, obtener $f \circ g$ y $g \circ f$

$f \circ g$ $\quad -8(-5x-4)+3$; $40x+32+3$; $40x+35$

$f \circ g \to 40x+35$

FECHA: 3-11-20

g ∘ f $6(-x-4)+2$; $-6x-24+2$; $-6x-22$

g ∘ f → $-6x-22$

Pregunta 4.

Si $f(x)=5x-1$ y $g(x)=2x^2-3x+8$; obtener f∘g y g∘f.

f ∘ g $5(2x^2-3x+8)-1$; $10x^2-15x+39$

f ∘ g → $10x^2-15x+39$

g ∘ f $2(5x-1)^2-3(5x-1)+8$

$50x^2-20x+2+15x+3+8$

g ∘ f → $50x^2-35x+13$

Pregunta 5.

Si $f(x)=4x-2$ y $g(x)=2x^2+x+5$, obtener f∘g y g∘f.

f ∘ g ; $4(2x^2+x+5)-2$; $8x^2+4x+20-2$

$8x^2+4x+18$

f ∘ g → $8x^2+4x+18$

g ∘ f

$2(4x-2)^2+(4x-2)+5$; $2(16x^2-8x+4)+4x-3$

$32x^2-28x+11$

g ∘ f → $32x^2-28x+11$

2.3 Función inversa

Pregunta 1.

Si $f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$ y el dominio de $f(x) \in [7, 13]$, determinar el recorrido de recorrido de $f(x)$, $f^{-1}(x)$, su dominio y recorrido.

$f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$ $[7, 13] \leftarrow D_f$

R_f $[0, -3]$

Inverso: $y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$

$x = \frac{-y}{2} + \frac{7}{2}$; $x - \frac{7}{2} = \frac{-y}{2}$; $2x - 7 = -y$

$y = -2x + 7$; $f^{-1} = -2x + 7$

D_f^{-1} $[0, -3]$ R_f^{-1} $[7, 13]$

- **Pregunta 2.**

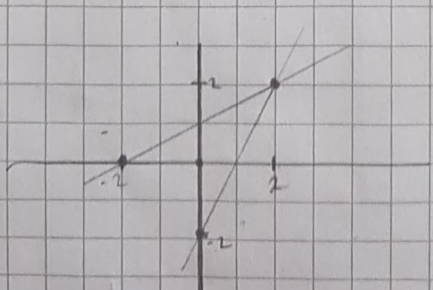
Si $f(x) = +\sqrt{x+2}$ D_f $[-2, 2]$

R_f $[0, 2]$

Inverso: $x = +\sqrt{y+2}$; $x^2 = y+2$; $y = x^2 - 2$

D_f^{-1} $[0, 2]$ $f^{-1}(x) = x^2 - 2$

R_f^{-1} $[-2, 2]$



Pregunta 3. —

Si $f(x) = +\sqrt{x+4}$ $\quad D_f \in [-3, 0]$:

$R_f : [1, 2]$

Inverso

$x = +\sqrt{y+4}$; $x^2 = y+4$; $y = x^2 - 4$; $f^{-1}(x) = x^2 - 4$

D_f^{-1} $[1, 2]$

R_f^{-1} $[-3, 0]$

Pregunta 4. —

Si $f(x) = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$ $\quad D_f \in [-7, 8]$

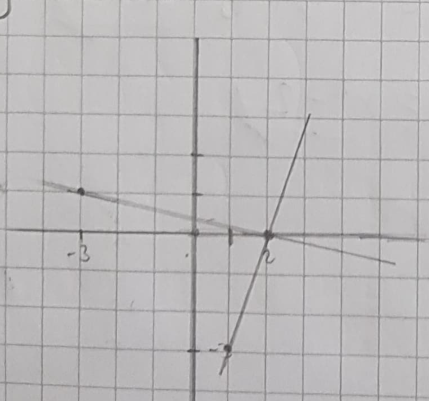
$R_f : [-2, 3]$

Inverso:

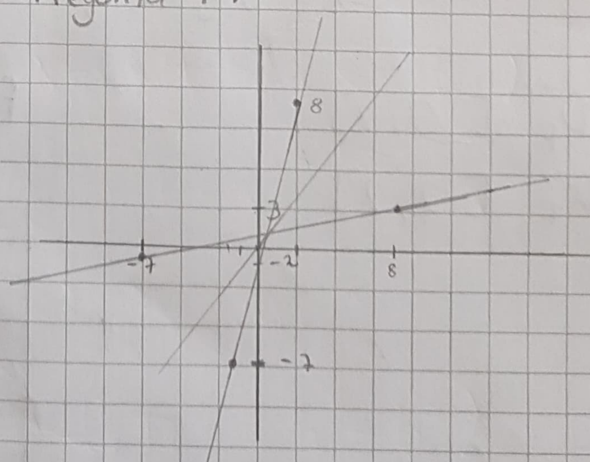
$x = \frac{1}{3}y + \frac{1}{3}$; $y = 3x - 1$; $f^{-1}(x) = 3x - 1$

D_f^{-1} $[-2, 3]$; R_f^{-1} $[-7, 8]$

Pregunta 3:



Pregunta 4:



FECHA: 3-11-20

Pregunta 5.

Si $f(x) = \frac{1}{4}x - \frac{3}{4}$ $D_f \in [11, 19]$

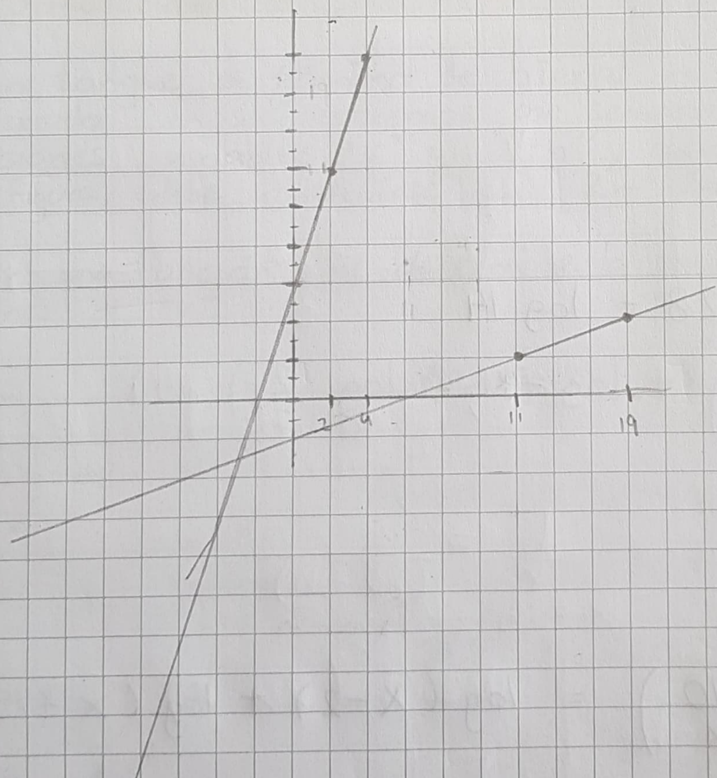
R_f $[2,4]$

Inverso:

$x = \frac{1}{4}y - \frac{3}{4}$; $4\left(x + \frac{3}{4}\right) = y$; $y = 4x+3$

$f^{-1}(x) = 4x+3$

$D_f^{-1} = [2, 4]$; R_f^{-1} $[11, 19]$



LUN MAR MIE JUE VIE SAB DOM

FECHA: 3-11-21

2.4 Operaciones logarítmicas

Pregunta 1.

$\log_{10}(x+3)^2 = \; ; \; \underline{2\log(x+3)}$

Pregunta 2.

$\log 20 + \log 12 - \log 16 - \log 5 = \log$

$\log\left(\frac{20 \cdot 12}{16 \cdot 5}\right) = \log\left(\frac{\cancel{4}\cdot 3}{\cancel{4}}\right)$

$= \underline{\log(3)}$

Pregunta 3.

$\log 8 - \log 28 + \log 14$

$\log\left(\frac{8}{28}\right) + \log 14 \; ; \; \log\left(\frac{2}{7}\right)(14)$

$\log(4)$

Pregunta 4.

$\log\left(\frac{x^2+3x-10}{x^2-4x}\right) = \log(x-2) + \log(x+5)$

$-\log(x-4) - \log(x)$

$\frac{x^2+3x-10}{x^2-4x} = \frac{(x-2)(x+5)}{x(x-4)}$

Pregunta 5.

$$\log\left(\frac{(x-2)^2}{(x+1)^2}\right)$$

$$\log(x-2)^2 - \log(x+1)^2$$

$$2\log(x-2) - 2\log(x+1)$$

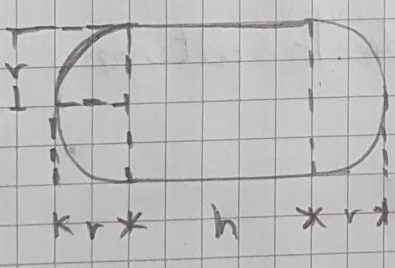
$$2\left(\log(x-2) - \log(x+1)\right)$$

2.5 Formulación de funciones

1.0 Un tanque de lámina de hierro en forma cilíndrica cerrada en sus extremos por semiesferas, de dimensiones variables "r" y "h", como se ve en la figura, debe construirse con $2m^2$ de lámina.

Formular una función que determine la capacidad del tanque en términos de "r".

$$V = A_B h = V = \pi r^2 h$$



Área la lámina

$$2\pi r h + 4\pi r^2 = 2$$

$$\pi r h = \frac{2-4\pi r^2}{2}$$

$$\pi r h = 1 - 2\pi r^2$$

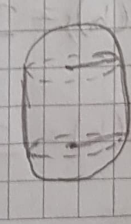
$$h = \frac{1-2\pi r^2}{\pi r}$$

$$V = \pi r^2 h +$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \text{ esfera}$$

$$V(r) = \pi r^2 h + \frac{4}{3}\pi r^3$$

Figura



$$V(r) = \pi r^2 \left(\frac{1-2\pi r^2}{\pi r} \right) + \frac{4}{3} \pi r^3$$

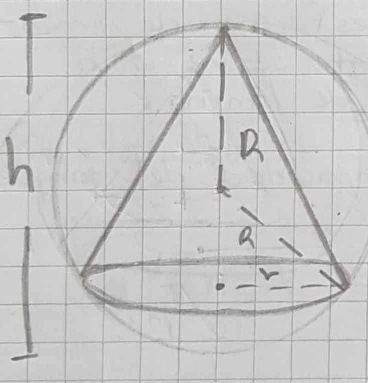
$$V(r) = r - 2\pi r^3 + \frac{4}{3} \pi r^3$$

a)

$$V(r) = r - \frac{2}{3} \pi r^3 \quad ; \quad -\frac{2}{3}\pi r^3 + r$$

Pregunta 2.

En una esfera de 20cm de radio está inscrito un cono de dimensiones variables. Formular una función que permita calcular el volumen del cono en términos de su altura "h".

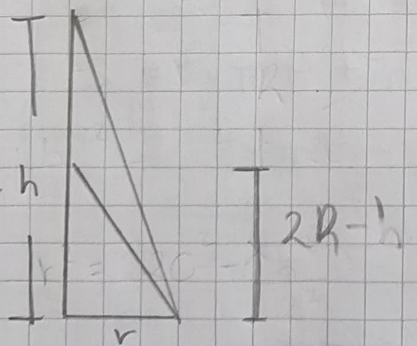


Volumen del cono

$$V_c = \frac{\pi r^2 h}{3} \quad \text{——} \quad (1)$$

Teorema de la altura

$$\frac{h}{r} = \frac{r}{(2R-h)}$$



$$r = h(2R-h) \quad \text{——} \quad (2)$$

Sustituyendo (2) en (1)

$$V(h) = \frac{\pi h (2R-h) h}{3}$$

$$V(h) = \frac{\pi h^2 (40-h)}{3} = \frac{1}{3} \pi (40h^2 - h^3)$$