<table>
<tr><th>Conectivo</th><th>Expresión en lenguaje natural</th><th>Formalización</th><th>Tabla de verdad</th></tr>
<tr><td>Negación</td><td>No P
No ocurre que P
No es cierto que P
No es el caso que P
Es falso que P
Ni P
etc.</td><td>7P</td><td><table><tr><th>P</th><th>7P</th></tr><tr><td>T</td><td>F</td></tr><tr><td>F</td><td>T</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>Conjunción</td><td>P y Q
P pero Q
P aunque Q
P sin embargo Q
P no obstante Q
P a pesar de Q
etc.</td><td>$P \wedge Q$</td><td><table><tr><th>P</th><th>Q</th><th>$P \wedge Q$</th></tr><tr><td>T</td><td>T</td><td>T</td></tr><tr><td>T</td><td>F</td><td>F</td></tr><tr><td>F</td><td>T</td><td>F</td></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>F</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>Disyunción</td><td>P o Q o ambos
O bien P o bien Q
Al menos P o Q
P a menos que Q
Como mínimo P o Q
etc.</td><td>$P \vee Q$</td><td><table><tr><th>P</th><th>Q</th><th>$P \vee Q$</th></tr><tr><td>T</td><td>T</td><td>T</td></tr><tr><td>T</td><td>F</td><td>T</td></tr><tr><td>F</td><td>T</td><td>T</td></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>F</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>Condicional</td><td>Si P entonces Q
P sólo si Q
P es suficiente para Q
No P a menos que Q
No P o Q
Q si P
Sólo si Q entonces P
Q es necesario para P
etc.</td><td>$P \rightarrow Q$</td><td><table><tr><th>P</th><th>Q</th><th>$P \rightarrow Q$</th></tr><tr><td>T</td><td>T</td><td>T</td></tr><tr><td>T</td><td>F</td><td>F</td></tr><tr><td>F</td><td>T</td><td>T</td></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>T</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>Bicondicional</td><td>P si y sólo si Q
P es necesario y suficiente para Q
etc.</td><td>$P \rightleftarrows Q$</td><td><table><tr><th>P</th><th>Q</th><th>$P \rightleftarrows Q$</th></tr><tr><td>T</td><td>T</td><td>T</td></tr><tr><td>T</td><td>F</td><td>F</td></tr><tr><td>F</td><td>T</td><td>F</td></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>T</td></tr></table></td></tr>
</table>

Tabla I. Formalización de la lógica proposicional

Expresión	Equivalencia, ley o propiedad
$77P \Leftrightarrow P$	Doble negación
$P \vee P \Leftrightarrow P$ $P \wedge P \Leftrightarrow P$	Idempotencia
$P \vee Q \Leftrightarrow Q \vee P$ $P \wedge Q \Leftrightarrow Q \wedge P$	Conmutativa
$P \vee (Q \vee R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \vee R$ $P \wedge (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \wedge R$	Asociativa
$P \vee (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$ $P \wedge (Q \vee R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$	Distributiva
$P \vee 7P \Leftrightarrow \mathbf{T}$	Tercero excluido Complemento Tautología
$P \wedge 7P \Leftrightarrow \mathbf{F}$	Tercero excluido Complemento Contradicción
$P \vee \mathbf{F} \Leftrightarrow P$ $P \wedge \mathbf{T} \Leftrightarrow P$	Identidad
$P \vee \mathbf{T} \Leftrightarrow \mathbf{T}$ $P \wedge \mathbf{F} \Leftrightarrow \mathbf{F}$	Dominancia o Dominante
$7(P \vee Q) \Leftrightarrow 7P \wedge 7Q$ $7(P \wedge Q) \Leftrightarrow 7P \vee 7Q$	De Morgan
$P \vee (P \wedge Q) \Leftrightarrow P$ $P \wedge (P \vee Q) \Leftrightarrow P$	Absorción
$P \rightarrow Q \Leftrightarrow 7P \vee Q$	Condicional-Disyunción (Con-Dis), (Dis-Con)
$P \rightleftarrows Q \Leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$	Bicondicional-Condicional (Bi-Con), (Con-Bi)
$7A(P_1, P_2, \ldots, P_n) \Leftrightarrow A^*(7P_1, 7P_2, \ldots, 7P_n)$	1ª. Ley de dualidad
$A(7P_1, 7P_2, \ldots, 7P_n) \Leftrightarrow 7A^*(P_1, P_2, \ldots, P_n)$	2ª. Ley de dualidad
Si $A \Leftrightarrow B$ entonces $A^* \Leftrightarrow B^*$	3ª. Ley de dualidad

Tabla II. Leyes y propiedades

T corresponde a True

F corresponde a False

No.	Implicación tautológica	Nombre
I_1	$P \wedge Q \Rightarrow P$	Simplificación
I_2	$P \wedge Q \Rightarrow Q$	Simplificación
I_3	$P \Rightarrow P \vee Q$	Adición
I_4	$Q \Rightarrow P \vee Q$	Adición
I_5	$7P \Rightarrow P \rightarrow Q$	Adición
I_6	$Q \Rightarrow P \rightarrow Q$	Adición
I_7	$7(P \rightarrow Q) \Rightarrow P$	Simplificación
I_8	$7(P \rightarrow Q) \Rightarrow 7Q$	Simplificación
I_9	$P, Q \Rightarrow P \wedge Q$	Conjuntividad
I_{10}	$7P, P \vee Q \Rightarrow Q$	Modus Tollendo Ponens, MTP, Silogismo Disyuntivo
I_{11}	$P, P \rightarrow Q \Rightarrow Q$	Modus Ponendo Ponens, MPP, Modus Ponens, MP
I_{12}	$7Q, P \rightarrow Q \Rightarrow 7P$	Modus Tollendo Tollens, MTT, Modus Tollens, MT
I_{13}	$P \rightarrow Q, Q \rightarrow R \Rightarrow P \rightarrow R$	Transitividad de la condicional, Silogismo Hipotético
I_{14}	$P \vee Q, P \rightarrow R, Q \rightarrow R \Rightarrow R$	Dilema

Tabla III. Implicaciones tautológicas

Reglas del antecedente
Regla $7 \Rightarrow$: Si $\alpha, \beta \Rightarrow X, \gamma$, entonces $\alpha, 7X, \beta \Rightarrow \gamma$.
Regla $\wedge \Rightarrow$: Si $X, Y, \alpha, \beta \Rightarrow \gamma$, entonces $\alpha, X \wedge Y, \beta \Rightarrow \gamma$.
Regla $\vee \Rightarrow$: Si $X, \alpha, \beta \Rightarrow \gamma$ y $Y, \alpha, \beta \Rightarrow \gamma$, entonces $\alpha, X \vee Y, \beta \Rightarrow \gamma$.
Regla $\rightarrow \Rightarrow$: Si $Y, \alpha, \beta \Rightarrow \gamma$ y $\alpha, \beta \Rightarrow X, \gamma$, entonces $\alpha, X \rightarrow Y, \beta \Rightarrow \gamma$.
Regla $\rightleftarrows \Rightarrow$: Si $X, Y, \alpha, \beta \Rightarrow \gamma$ y $\alpha, \beta \Rightarrow X, Y, \gamma$, entonces $\alpha, X \rightleftarrows Y, \beta \Rightarrow \gamma$.
Reglas del consecuente
Regla $\Rightarrow 7$: Si $X, \alpha \Rightarrow \beta, \gamma$, entonces $\alpha \Rightarrow \beta, 7X, \gamma$.
Regla $\Rightarrow \wedge$: Si $\alpha \Rightarrow X, \beta, \gamma$ y $\alpha \Rightarrow Y, \beta, \gamma$, entonces $\alpha \Rightarrow \beta, X \wedge Y, \gamma$.
Regla $\Rightarrow \vee$: Si $\alpha \Rightarrow X, Y, \beta, \gamma$, entonces $\alpha \Rightarrow \beta, X \vee Y, \gamma$.
Regla $\Rightarrow \rightarrow$: Si $X, \alpha \Rightarrow Y, \beta, \gamma$, entonces $\alpha \Rightarrow \beta, X \rightarrow Y, \gamma$.
Regla $\Rightarrow \rightleftarrows$: Si $X, \alpha \Rightarrow Y, \beta, \gamma$ y $Y, \alpha \Rightarrow X, \beta, \gamma$ entonces $\alpha \Rightarrow \beta, X \rightleftarrows Y, \gamma$.

Tabla IV. Reglas para Prueba Automática de Teoremas, PAT

Nombre	Expresión
Negación del Cuantificador, NC	$7(\forall x)\ P(x) \Leftrightarrow (\exists x)\ 7P(x)$
Negación del Cuantificador, NC	$7(\exists x)\ P(x) \Leftrightarrow (\forall x)\ 7P(x)$
Especificación Universal, EU	$(\forall x)\ P(x) \Rightarrow P(y)$ (y arbitraria)
Especificación Existencial, EE	$(\exists x)\ P(x) \Rightarrow P(a)$ (a específica)
Generalización Universal, GU	$P(x)$ (x arbitraria) $\Rightarrow (\forall x)\ P(x)$
Generalización Existencial, GE	$P(a)$ (a específica) $\Rightarrow (\exists x)\ P(x)$

Tabla V. Reglas específicas para el cálculo de predicados

1. Fórmulas proposicionales y tablas de verdad

1.1 Conceptos

1.2 Conectores lógicos

1.3 Tablas de verdad

1. A partir de las siguientes expresiones, subraye las que correspondan a proposiciones válidas.

a) María juega basquetbol

b) ¿Cómo te llamas?

c) $2 + 6 = 8$

d) Cancún tiene playas hermosas

e) ¿Cuántos hermanos tienes?

f) La casa es roja

g) ¡Comes y te vas!

h) Hugo

i) Carlos no tiene dinero

j) ¡Cuidado con el perro!

Comentarios:
Recuerde: La proposición es un enunciado declarativo, que puede adquirir el valor de falso o verdadero.

Analizando las expresiones, tenemos lo siguiente:

a) Es una proposición
b) No es proposición, porque es un enunciado interrogativo
c) Es una proposición
d) Es una proposición
e) No es proposición, porque es un enunciado interrogativo
f) Es una proposición
g) No es proposición, porque es un enunciado imperativo
h) No es proposición, porque es una frase
i) Es una proposición
j) No es proposición, porque es un enunciado exclamativo

A partir de este momento a la proposición válida la vamos a nombrar simplemente como proposición.

2. Analice las siguientes expresiones. Subraye las que correspondan a proposiciones.

a) $x + 1 = y$

b) ¿Estudias o trabajas?

c) ¿Todo quedó claro?

d) ¡Parece que fue ayer!

e) $a + b = c$

f) ¿Dónde vives?

g) Lety estudia Estructuras Discretas

h) Manuel no aprueba el curso

i) ¡No es posible!

j) ¡Camina siempre adelante!

Comentarios:

Recuerde: La proposición cumple con dos características: es un enunciado declarativo, que puede adquirir el valor de falso o verdadero.

Analizando las expresiones, tenemos lo siguiente:

a) Es una proposición, es verdadera o falsa dependiendo de los valores de x y y
b) No es proposición, porque es un enunciado interrogativo
c) No es proposición, porque es un enunciado interrogativo
d) No es proposición, porque es un enunciado exclamativo
e) Es una proposición, su valor de verdad depende de los valores de a, b y c
f) No es proposición, porque es un enunciado interrogativo
g) Es una proposición
h) Es una proposición
i) No es proposición, porque es un enunciado exclamativo
j) No es proposición, porque es un enunciado imperativo

3. A partir de las siguientes proposiciones, determine cuáles son atómicas y cuáles son moleculares. Hecho lo anterior, obtenga su notación simbólica.

a) Arturo juega fútbol
Sol:
La proposición es atómica, su notación es A, dada por:
A: Arturo juega fútbol

b) Beatriz estudia Ingeniería en computación
Sol:
La proposición es atómica, su notación es B, dada por:
B: Beatriz estudia Ingeniería en computación

c) Carlos no va a la fiesta
Sol:
La proposición es molecular, su notación es 7C, dada por:
C: Carlos va a la fiesta

d) Si Daniel aprueba el examen entonces se va a España de paseo
Sol:
La proposición es molecular, su notación es D→E, dada por:
D: Daniel aprueba el examen
E: Se va a España de paseo

e) La novia de Francisco se llama Gaby
Sol:
La proposición es atómica, su notación es F, dada por:
F: La novia de Francisco se llama Gaby

f) No como alimentos chatarra, mantengo un peso adecuado
Sol:
La proposición es molecular, su notación es 7G→H, dada por:
G: Como alimentos chatarra
H: Mantengo un peso adecuado

Comentarios:
La proposición atómica no contiene conectivos. También se le conoce como primaria, básica, etc. La proposición molecular si contiene conectivos. También se le conoce como secundaria, compuesta, etc. Una fórmula proposicional puede ser una proposición atómica o molecular.

4. Obtenga la notación simbólica de las siguientes proposiciones.

a) La pelota es amarilla y el balón es verde
Sol:
A: La pelota es amarilla
B: El balón es verde
$A \wedge B$

b) Juan no estudia Cálculo
Sol:
C: Juan estudia Cálculo
7C

c) Si Lucy come fruta entonces Lucy se mantiene delgada
Sol:
D: Lucy come fruta
E: Lucy se mantiene delgada
$D \rightarrow E$

d) Arturo juega con la pelota y Carolina escucha la radio
Sol:
G: Arturo juega con la pelota
H: Carolina escucha la radio
$G \wedge H$

e) La mesa es de caoba o la silla es tubular
Sol:
I: La mesa es de caoba
J: La silla es tubular
$I \vee J$

f) Te quiero mucho pero no me caso
Sol:
Q: Te quiero mucho
J: Me caso
$Q \wedge 7J$

Comentarios:
Si tiene alguna duda, repase la Tabla I. Formalización de la lógica proposicional.
Proponga otros ejercicios.

5. Simbolice lógicamente las siguientes proposiciones.

a) Se detectó un virus y se aplicó un tratamiento
Sol:
A: Se detectó un virus
B: Se aplicó un tratamiento

$A \wedge B$

b) Ni se detectó un virus ni se aplicó un tratamiento
Sol:
A: Se detectó un virus
B: Se aplicó un tratamiento

$7A \wedge 7B$

c) Se detectó un virus y no se aplicó un tratamiento
Sol:
A: Se detectó un virus
B: Se aplicó un tratamiento

$A \wedge 7B$

d) No se detectó un virus pero se aplicó un tratamiento
Sol:
A: Se detectó un virus
B: Se aplicó un tratamiento

$7A \wedge B$

e) Si no se detectó un virus entonces no se aplicó un tratamiento
Sol:
A: Se detectó un virus
B: Se aplicó un tratamiento

$7A \rightarrow 7B$

Comentarios:
Revise la Tabla I. Formalización de la lógica proposicional. Maneje adecuadamente los conectivos.

6. Determine la notación simbólica de las proposiciones que aparecen a continuación:

a) Me voy de vacaciones si y sólo si apruebo el examen
A: Me voy de vacaciones
B: Apruebo el examen

$A \rightleftarrows B$

b) No me voy de vacaciones a menos que apruebe el examen
Sol:
A: Me voy de vacaciones
B: Apruebo el examen

$7A \vee B$ o también $A \rightarrow B$

c) Me voy de vacaciones aunque no apruebe el examen
Sol:
A: Me voy de vacaciones
B: Apruebo el examen

$A \wedge 7B$

d) Apruebo el examen si me voy de vacaciones
Sol:
A: Me voy de vacaciones
B: Apruebo el examen

$A \rightarrow B$

e) Me voy de vacaciones y apruebo el examen
Sol:
A: Me voy de vacaciones
B: Apruebo el examen

$A \wedge B$

Comentarios:
Parece que todo está claro. Si tiene alguna duda, repase los conceptos. Adelante. Reafirme sus conocimientos.

7. Obtenga la tabla de verdad de la siguiente fórmula proposicional. Indique si es una tautología, contradicción o contingencia.

$$(P \rightarrow Q) \vee (P \vee Q)$$

Solución:

Se construye la tabla de verdad:

P	Q	$(P \rightarrow Q)$	$\vee$	$(P \vee Q)$
T	T	T	**T**	T
T	F	F	**T**	T
F	T	T	**T**	T
F	F	T	**T**	F

La columna resultante contiene únicamente valores verdaderos.
Por lo tanto, la fórmula proposicional es una tautología.

Comentarios:

Una fórmula proposicional es una tautología, si al obtener su tabla de verdad la columna resultante contiene únicamente valores verdaderos.

Aclaración: La disyunción que estamos usando corresponde a la disyunción inclusiva, ya que si dos proposiciones tienen el valor de verdad T entonces a aplicar el conectivo obtenemos como resultado T.

Por otra parte, el número de renglones de la tabla de verdad está en función de 2^n, donde n es el número de proposiciones atómicas que contiene la fórmula proposicional.

8. Elabore la tabla de verdad de la siguiente fórmula proposicional. Indique el tipo de fórmula proposicional que corresponda.

$$(P \vee 7Q) \wedge (P \rightarrow Q)$$

Solución:

Se construye la tabla de verdad:

P	Q	(P v 7Q)	∧	(P → Q)
T	T	T	**T**	T
T	F	T	**F**	F
F	T	F	**F**	T
F	F	T	**T**	T

La columna resultante contiene valores verdaderos y falsos.
Por lo tanto, la fórmula proposicional es una contingencia.

Comentarios:

Una fórmula proposicional es una contingencia, si la columna resultante de la tabla de verdad contiene valores verdaderos y falsos.

9. Construya la tabla de verdad de la siguiente proposición, indicando si es tautología, contradicción o contingencia.

$$(P \land Q) \lor 7(P \land Q)$$

Solución:

Se construye la tabla de verdad:

P	Q	$(P \land Q)$	$\lor$	$7(P \land Q)$
T	T	T	**T**	F
T	F	F	**T**	T
F	T	F	**T**	T
F	F	F	**T**	T

La columna resultante contiene únicamente valores verdaderos.
Por lo tanto, la fórmula proposicional es una tautología.

Comentarios:

La fórmula proposicional es una tautología, si la columna resultante de la tabla de verdad contiene únicamente valores verdaderos.

10. Obtenga la tabla de verdad de la siguiente fórmula proposicional. Indique el tipo de fórmula proposicional.

$$P \vee (7P \rightarrow (Q \vee (7Q \rightarrow R)))$$

Solución:

Se construye la tabla de verdad:

P	Q	R	P	v	(7P → (Q v (7Q → R)))
T	T	T	T	**T**	T
T	T	F	T	**T**	T
T	F	T	T	**T**	T
T	F	F	T	**T**	T
F	T	T	F	**T**	T
F	T	F	F	**T**	T
F	F	T	F	**T**	T
F	F	F	F	**F**	F

La columna resultante contiene valores verdaderos y un falso.
Por lo tanto, la fórmula proposicional es una contingencia.

Comentarios:

Una fórmula proposicional es una contingencia, si al obtener su tabla de verdad la columna resultante contiene valores verdaderos y falsos, aun cuando sólo tenga un valor falso, como en este caso.

11. Obtenga la tabla de verdad de la siguiente fórmula proposicional. Indique el tipo de fórmula proposicional.

$$(P \rightarrow (Q \wedge R)) \wedge (7P \rightarrow (7Q \wedge 7R))$$

Solución:

Se construye la tabla de verdad:

P	Q	R	$(P \rightarrow (Q \wedge R))$	$\wedge$	$(7P \rightarrow (7Q \wedge 7R))$
T	T	T	T	**T**	T
T	T	F	F	**F**	T
T	F	T	F	**F**	T
T	F	F	F	**F**	T
F	T	T	T	**F**	F
F	T	F	T	**F**	F
F	F	T	T	**F**	F
F	F	F	T	**T**	T

La columna resultante contiene valores verdaderos y falsos.
Por lo tanto, la fórmula proposicional es una contingencia.

Comentarios:

Una fórmula proposicional es una contingencia, si al obtener su tabla de verdad la columna resultante contiene valores verdaderos y falsos.

12. Usando tabla de verdad y el método algebraico, demuestre que la siguiente fórmula proposicional es una tautología:

$$P \vee 7(P \wedge Q)$$

Solución:

Por tabla de verdad:

P	Q	P	∨	7(P ∧ Q)
T	T		**T**	
T	F		**T**	
F	T		**T**	
F	F		**T**	

La columna resultante contiene únicamente valores verdaderos.
Por lo tanto, la fórmula proposicional es una tautología.

Por el método algebraico:	
Procedimiento	Ley o propiedad
$P \vee 7(P \wedge Q) \Leftrightarrow P \vee (7P \vee 7Q)$	De Morgan
$\Leftrightarrow (P \vee 7P) \vee 7Q$	Asociativa
$\Leftrightarrow (\ \mathbf{T}\ ) \vee 7Q$	Tautología
$\Leftrightarrow \mathbf{T}$	Dominancia
Ahora, resuelva el problema siguiendo otro camino.	

Comentarios:

Para demostrar que una fórmula es tautología, lo hacemos por tabla de verdad o usando el método algebraico.

En el método algebraico debemos manejar la Tabla II. Leyes y propiedades.

Para simplificar el uso de propiedades, cuando aparezca el caso $P \vee 7P$, corresponderá a una tautología **T**.

13. Compruebe que la siguiente fórmula proposicional es una contradicción. Use tablas de verdad y el método algebraico.

$(P \wedge Q) \wedge \neg(P \vee Q)$

Solución:

Por tabla de verdad:

P	Q	$(P \wedge Q)$	$\wedge$	$\neg(P \vee Q)$
T	T		**F**	
T	F		**F**	
F	T		**F**	
F	F		**F**	

La columna resultante contiene únicamente valores falsos.
Por lo tanto, la fórmula proposicional es una contradicción.

Por el método algebraico:	Ley o propiedad
Procedimiento	
$(P \wedge Q) \wedge \neg(P \vee Q) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \wedge (\neg P \wedge \neg Q)$	De Morgan
$\Leftrightarrow (P \wedge \neg P) \wedge (Q \wedge \neg Q)$	Conm. y asoc.
$\Leftrightarrow (\ \mathbf{F}\ ) \wedge (\ \mathbf{F}\ )$	Contradicción
$\Leftrightarrow \mathbf{F}$	Idempotencia
Busque otro camino.	

Comentarios:
Para demostrar que una fórmula proposicional es una contradicción, lo hacemos por tabla de verdad. La columna resultante contiene únicamente valores falsos.
En el método algebraico debemos usar las leyes y propiedades de la Tabla II.
Para simplificar el uso de propiedades, cuando aparezca el caso $P \wedge \neg P$, corresponderá a una contradicción **F**.

14. A partir de la siguiente expresión condicional obtenga la conversa, inversa y contrapositiva. Demuestra cuáles son equivalentes entre sí. Hágalo por tabla de verdad y por el método algebraico.

Si estudio Estructuras Discretas entonces apruebo el examen

Solución:

Encuentro las proposiciones atómicas:

P: Estudio Estructuras Discretas
Q: Apruebo el examen

Anotación en lógica simbólica Condicional $P \to Q$

A partir de esta expresión obtengo las restantes

Conversa $Q \to P$

En lenguaje natural:

Si apruebo el examen entonces estudio Estructuras Discretas

Inversa $7P \to 7Q$

En lenguaje natural:

Si no estudio Estructuras Discretas entonces no apruebo el examen

Contrapositiva $7Q \to 7P$

En lenguaje natural:

Si no apruebo el examen entonces no estudio Estructuras Discretas

Resumiendo, tenemos lo siguiente:

Condicional P→Q

Conversa Q→P

Inversa 7P→7Q

Contrapositiva: 7Q→7P

Por tabla de verdad:

P	Q	P→Q	Q→P	7P→7Q	7Q→7P
T	T	**T**	**T**	**T**	**T**
T	F	**F**	**T**	**T**	**F**
F	T	**T**	**F**	**F**	**T**
F	F	**T**	**T**	**T**	**T**

Comparando las columnas resultantes se observa que:

P→Q ⇔ 7Q→7P

y que

Q→P ⇔ 7P→7Q

Por el método algebraico:	
Se demuestra la primera equivalencia.	
Procedimiento	Ley o propiedad
$P \rightarrow Q \Leftrightarrow 7P \vee Q$	Con-Dis
$\Leftrightarrow Q \vee 7P$	Conmutativa
$\Leftrightarrow 7Q \rightarrow 7P$	Dis-Con
De esta manera se demuestra que:	
La condicional es equivalente a la contrapositiva	
Se demuestra la segunda equivalencia.	
Procedimiento	Ley o propiedad
$Q \rightarrow P \Leftrightarrow 7Q \vee P$	Con-Dis
$\Leftrightarrow P \vee 7Q$	Conmutativa
$\Leftrightarrow 7P \rightarrow 7Q$	Dis-Con
De esta manera se demuestra que:	
La conversa es equivalente a la inversa	

Comentarios:

A partir de una condicional se obtienen varias expresiones, como las siguientes:

Condicional $P \rightarrow Q$

Conversa $Q \rightarrow P$ también llamada **Recíproca**

Inversa $7P \rightarrow 7Q$ también llamada **Contraria**

Contrapositiva: $7Q \rightarrow 7P$ también llamada **Contrarrecíproca**

Se cumplen las equivalencias:

$$P \rightarrow Q \Leftrightarrow 7Q \rightarrow 7P$$

$$Q \rightarrow P \Leftrightarrow 7P \rightarrow 7Q$$

15. Demuestre que la siguiente fórmula proposicional es una tautología. Hágalo por tabla de verdad y por el método algebraico.

$$((P \rightleftarrows Q) \wedge Q) \rightarrow P$$

Solución:

Por tabla de verdad:

P	Q	$((P \rightleftarrows Q) \wedge Q) \rightarrow P$
T	T	**T**
T	F	**T**
F	T	**T**
F	F	**T**

La columna resultante está llena de valores verdaderos.
Por lo tanto, la fórmula proposicional es una tautología.

Por el método algebraico:

Procedimiento	Ley o propiedad
$((P \rightleftarrows Q)\wedge Q)\rightarrow P \Leftrightarrow [((P\rightarrow Q)\wedge(Q\rightarrow P))\wedge Q]\rightarrow P$	Bi-Con
$\Leftrightarrow [((7P \vee Q)\wedge(7Q \vee P))\wedge Q]\rightarrow P$	Con-Dis
$\Leftrightarrow [((7P \vee Q)\wedge Q)\wedge((7Q \vee P)\wedge Q)]\rightarrow P$	Distributiva
$\Leftrightarrow [\ Q \wedge (7Q \vee P)\wedge Q\ ]\rightarrow P$	Absorción
$\Leftrightarrow [\ Q \wedge (7Q \vee P)\ ]\rightarrow P$	Idempotencia
$\Leftrightarrow [\ (Q \wedge 7Q) \vee (Q \wedge P)\ ]\rightarrow P$	Distributiva
$\Leftrightarrow [\ (\ \mathbf{F}\ ) \vee (Q \wedge P)\ ]\rightarrow P$	Contradicción
$\Leftrightarrow [\ (Q \wedge P)\ ]\rightarrow P$	Identidad
$\Leftrightarrow [\ (P \wedge Q)\ ]\rightarrow P$	Conmutativa
$\Leftrightarrow 7(P \wedge Q) \vee P$	Con-Dis
$\Leftrightarrow 7P \vee 7Q \vee P$	De Morgan
$\Leftrightarrow (7P \vee P) \vee 7Q$	Conm. y asoc.
$\Leftrightarrow (\ \mathbf{T}\ ) \vee 7Q$	Tautología
$\Leftrightarrow \mathbf{T}$	Dominancia

Comentarios: Busque otro camino o procedimiento. Repase los conceptos.

16. **Demuestre que la siguiente fórmula proposicional es una tautología:**

$P \rightarrow (P \wedge (Q \rightarrow P))$

Solución:

Por tabla de verdad:

P	Q	$P \rightarrow (P \wedge (Q \rightarrow P))$
T	T	**T**
T	F	**T**
F	T	**T**
F	F	**T**

La columna resultante está llena de valores verdaderos. Por lo tanto, la fórmula proposicional es una tautología.

Por el método algebraico:

Procedimiento		Ley o propiedad
$P \rightarrow (P \wedge (Q \rightarrow P))$	$\Leftrightarrow 7P \vee (P \wedge (7Q \vee P))$	Con-Dis
	$\Leftrightarrow 7P \vee (\quad P \quad)$	Absorción
	$\Leftrightarrow 7P \vee P$	Asociativa
	$\Leftrightarrow$ **T**	Tautología

Otro procedimiento		Ley o propiedad
$P \rightarrow (P \wedge (Q \rightarrow P))$	$\Leftrightarrow 7P \vee (P \wedge (7Q \vee P))$	Con-Dis
	$\Leftrightarrow 7P \vee ((P \wedge 7Q) \vee (P \wedge P))$	Distributiva
	$\Leftrightarrow 7P \vee ((P \wedge 7Q) \vee \quad (P))$	Idempotencia
	$\Leftrightarrow (7P \vee P) \vee (P \wedge 7Q)$	Conm. y asoc.
	$\Leftrightarrow (\; T \;) \vee (P \wedge 7Q)$	Tautología
	$\Leftrightarrow$ **T**	Dominancia

Comentarios:

Recuerde: Cualquier proposición en disyunción con una tautología nos da como resultado una tautología.

17. Demuestre que la siguiente fórmula proposicional es una contradicción:

$(Q \rightarrow P) \wedge (7P \wedge Q)$

Solución:

Por tabla de verdad:

P	Q	$(Q \rightarrow P) \wedge (7P \wedge Q)$
T	T	**F**
T	F	**F**
F	T	**F**
F	F	**F**

La columna resultante está llena de valores falsos. Por lo tanto, la fórmula proposicional es una contradicción.

Segunda solución: Método algebraico	
Procedimiento	Ley o propiedad
$(Q \rightarrow P) \wedge (7P \wedge Q) \Leftrightarrow (7Q \vee P) \wedge (7P \wedge Q)$	Con-Dis
$\Leftrightarrow ((7Q \vee P) \wedge 7P) \wedge Q$	Asociativa
$\Leftrightarrow ((7Q \wedge 7P) \vee (P \wedge 7P)) \wedge Q$	Distributiva
$\Leftrightarrow ((7Q \wedge 7P) \vee (\ \mathbf{F}\ )) \wedge Q$	Contradicción
$\Leftrightarrow (7Q \wedge 7P) \wedge Q$	Identidad
$\Leftrightarrow 7P \wedge (7Q \wedge Q)$	Conm. y asoc.
$\Leftrightarrow 7P \wedge (\ \mathbf{F}\ )$	Contradicción
$\Leftrightarrow \mathbf{F}$	Dominancia
Busque otro camino.	

Comentarios:
Recuerde: Cualquier proposición en conjunción con una contradicción nos da como resultado una contradicción. No se confunda.
Resuelva los ejercicios siguiendo otro camino, procedimiento o manera.